

一类多时滞混沌系统的主从容错同步^{*}

张化光 马大中 王占山 冯 健

(东北大学信息科学与工程学院, 沈阳 110004)

(2009 年 5 月 7 日收到 2009 年 6 月 2 日收到修改稿)

研究了一类多时滞混沌系统的主从容错同步问题. 所设计的同步方法无论混沌系统中是否有故障发生, 都可以使混沌主从同步误差系统全局渐近稳定并且满足给定的性能指标. 容错同步方法的控制器包含两个部分: 状态反馈控制器和故障补偿器. 控制器的存在条件是时滞依赖的, 并可以通过线性矩阵不等式的方法进行求解. 最后通过仿真验证了设计方法的有效性.

关键词: 容错控制, 混沌同步, 多时滞混沌系统, 时滞依赖

PACC: 0545

1. 引 言

混沌是一种非常有名的物理现象, 在过去的几十年间已经被广大的研究人员进行了充分的研究^[1-7]. 人们发现混沌在许多学科如物理、通信、信息科学、生物科学等学科有着巨大的应用潜力. 自从 1990 年 Pecora 和 Carroll^[8] 提出了使用驱动-响应的方法来解决混沌系统的同步问题以来, 混沌同步在过去的 20 年间已经引起了人们的广泛关注^[9-19]. 许多有效的控制方法和技术如状态反馈控制、模糊控制、滑模控制以及主动控制等被人们提出用来解决混沌系统的同步问题^[20-25].

在研究混沌同步问题的过程中, 人们把关注的焦点都放在了混沌系统是无故障的情况, 从而设计了一系列的控制策略. 但是由于系统相互连接的问题、参数的漂移以及外界环境的变化等原因的存在, 在混沌同步实际应用的过程中, 会产生一些未知的故障. 当故障发生时, 混沌同步在系统中的应用就会失效. 此时用混沌容错同步就是一种有效的手段, 混沌容错同步就是在系统出现未知故障的时候设计相应的控制率, 从而保证混沌同步. 从上面的分析我们可以看到, 对混沌同步系统进行容错控制是必要的^[26]. 混沌容错同步已经得到人们的关注. 文献[27]针对 Lur'e 系统的主从容错同步问题进行了研

究, 但是在系统中并没有考虑到时滞的影响.

对于实际系统来说, 时滞的存在可以引起系统的不稳定以及使系统的性能指标变坏^[28]. 目前, 已经有许多的科学工作人员开始对带有时滞的混沌系统的镇定问题和控制进行研究^[29-31]. 文献[29]针对一类带有扰动的多时滞混沌系统, 提出了一种基于 LMI 的混沌同步控制方法. 在文献[30]中通过线性误差反馈控制的方法使带有时滞的混沌系统达到主从同步. 文献[31]通过标准的反馈控制与带时滞的反馈控制相结合研究了一类带有时滞的混沌系统的镇定问题. 据作者所知, 目前还没有文献对带有时滞的混沌系统的主从容错同步问题进行研究.

基于上述的讨论, 本文的主要目的就是带有时滞的混沌系统的主从容错同步问题进行研究. 主从容错同步不仅可以使混沌主从同步误差系统在没有故障发生的时候是全局渐近稳定的, 还可以使混沌主从同步误差系统在有故障发生的时候仍然是全局渐近稳定的. 我们用一个通用的模型来描述时滞混沌系统中所发生的故障, 并用状态估计器来对所发生的故障进行估计. 采用状态反馈与故障补偿相结合的方法, 来控制混沌主从容错同步系统达到所要求的性能指标. 主从容错同步控制器的存在条件是时滞依赖的, 并可以通过线性矩阵不等式来进行求解. 最后通过仿真例子验证了所提方法的有效性.

^{*} 国家自然科学基金(批准号 60774093, 60774048), 国家高技术研究发展计划(批准号 2009AA04Z127), 高等学校博士学科点专项科研基金(批准号 200801451096)资助的课题.

2. 问题描述

考虑如下一类带有时滞的主从混沌系统：

$$M \dot{x}_m(t) = Ax_m(t) + \sum_{i=1}^N A_i x_m(t - \tau_i) + Bg(x_m(t)), \quad (1)$$

$$y_m(t) = Cx_m(t), \quad (2)$$

$$S \dot{x}_s(t) = Ax_s(t) + \sum_{i=1}^N A_i x_s(t - \tau_i) + Bg(x_s(t)) + u(t), \quad (3)$$

$$y_s(t) = Cx_s(t), \quad (4)$$

其中控制器为

$$u(t) = K_1(x_m(t) - x_s(t)), \quad (5)$$

M, S 分别代表混沌主系统和从系统 $0 < \tau_i \leq \bar{\tau}$ 代表的是混沌系统的状态时滞, $\bar{\tau}$ 为所有时滞的最大值; $x_m(t), x_s(t) \in R^n$ 分别代表主系统和从系统的状态向量; $y_m(t), y_s(t) \in R^l$ 分别代表主系统和从系统的输出向量; A, A_i, B 和 C 是适合维数的常数矩阵, $i = 1, 2, \dots, n$; K_1 为所要设计的控制器增益; $g(x_m(t))$ 和 $g(x_s(t))$ 为非线性函数, 且满足如下的 Lipschitz 条件:

$$\begin{aligned} & \|g(x_m(t)) - g(x_s(t))\| \\ & \leq \delta \|x_m(t) - x_s(t)\|. \end{aligned} \quad (6)$$

设混沌主从同步系统误差 $e(t) = x_m(t) - x_s(t)$, 我们可以有如下的混沌主从同步误差系统方程:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= (A - K_1)e(t) + \sum_{i=1}^N A_i e(t - \tau_i) \\ &+ B(g(x_m(t)) - g(x_s(t))). \end{aligned} \quad (7)$$

混沌系统(1)–(4)的主从同步的主要目标就是通过选择控制器增益矩阵 K_1 使得误差系统(7)是全局渐近稳定的.

在实际应用的过程中, 由于外界环境及系统内部某些因素的影响, 故障总会不定时的发生. 当主系统发生故障的时候, 按正常情况所设计的控制器就不能使混沌主从系统达到同步. 因此, 本文的主要目标就是在混沌主系统发生故障的时候仍然可以使混沌主从同步误差系统达到全局渐近稳定.

当混沌主系统有故障发生的时候, 主系统的状态方程变为

$$\dot{x}_m(t) = Ax_m(t) + \sum_{i=1}^N A_i x_m(t - \tau_i)$$

$$+ Bg(x_m(t)) + B_f f(t), \quad (8)$$

其中 $f(t) \in R^q$ 是所发生的故障, B_f 是适当维数的矩阵, 则误差系统(7)可以变为如下的形式:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= (A - K_1)e(t) + \sum_{i=1}^N A_i e(t - \tau_i) + B_f f(t) \\ &+ B(g(x_m(t)) - g(x_s(t))). \end{aligned} \quad (9)$$

本文将考虑的故障函数的模型为

$$\dot{x}_f(t) = A_{uf} x_f(t) + B_{uf} f_0(t), \quad (10)$$

$$f(t) = C_{uf} x_f(t) \quad x_f(0) = 0, \quad (11)$$

其中 $x_f(t) \in R^{n_f}$ 是故障函数模型的状态; A_{uf}, B_{uf} 和 C_{uf} 是根据先验知识获得的已知故障的系数矩阵.

$f_0(t) = \sum_{i=1}^n \beta_i \delta(t - t_{fi})$ 为脉冲函数, 其中 t_{fi} 和 β_i 是未知的常数, t_{fi} 为故障发生的时间, β_i 决定故障的大小, n 为正常数. 当 $f_0(t) = 0$ 时, 故障 $f(t) = 0$.

注 1 (10), (11) 式可以表达多种类型的故障, 如未知的常数故障、缓变故障和正弦故障等^[27].

为了使混沌系统在故障发生的时候可以达到主从容错同步, 我们设计一个新的控制器如下所示:

$$u(t) = K_1(x_m(t) - x_s(t)) + B_f \hat{f}(t), \quad (12)$$

其中 $\hat{f}(t)$ 是故障函数 $f(t)$ 的估计, $\hat{f}(t)$ 通过下面的系统方程给出:

$$\dot{\hat{x}}_f(t) = A_{uf} \hat{x}_f(t) + v(t), \quad (13)$$

$$\hat{f}(t) = C_{uf} \hat{x}_f(t), \quad (14)$$

$$v(t) = K_2(x_m(t) - x_s(t)), \quad (15)$$

其中 $\hat{x}_f(t) \in R^{n_f}$ 是故障函数模型的状态估计, K_2 是需要设计的增益矩阵.

令 $e(t) = x_m(t) - x_s(t)$, $e_f(t) = x_f(t) - \hat{x}_f(t)$, 结合(9)–(15)式我们可以得到如下的式子:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= (A - K_1)e(t) \\ &+ \sum_{i=1}^N A_i e(t - \tau_i) + B_f C_{uf} e_f(t) \\ &+ B(g(x_m(t)) - g(x_s(t))), \end{aligned} \quad (16)$$

$$\dot{e}_f(t) = A_{uf} e_f(t) - K_2 e(t) + B_{uf} f_0(t),$$

$$e(\theta) = \phi(\theta), e_f(\theta) = 0, \forall \theta \in [-\bar{\tau}, 0]. \quad (17)$$

当 $f_0(t) \neq 0$ 的时候, 如果(16), (17) 式是全局渐近稳定的, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ 和 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_f(t) = 0$, 我们可以知道混沌系统可以达到主从容错同步. 因此混沌系统的主从容错同步的主要目的就是设计 K_1 和 K_2 , 使得在混沌主系统发生故障的时候, 从系统的

状态轨迹仍然可以和主系统达到同步。

整理(16),(17)式我们可以得到

$$\begin{aligned}\eta(t) &= (\bar{A} - \bar{K}H)\eta(t) + \sum_{i=1}^n \bar{A}_i H \eta(t - \tau_i) \\ &\quad + \bar{B}_{uf} f_0(t) + \bar{B}(g(x_m(t)) - g(x_s(t))), \\ \eta(\theta) &= \varphi(\theta), \forall \theta \in [-\bar{\tau}, 0],\end{aligned}\quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned}\bar{A} &= \begin{bmatrix} A & B_f C_{uf} \\ 0 & A_{uf} \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_i = \begin{bmatrix} A_i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad H = [I, 0], \\ \bar{B}_{uf} &= \begin{bmatrix} 0 \\ B_{uf} \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{K} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}, \\ \eta(t) &= \begin{bmatrix} e(t) \\ e_f(t) \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

我们定义如下的一个代价函数 J 来反映故障 $f(t)$ 在混沌系统状态误差 $e(t)$ 和故障估计误差 $e_f(t)$ 中的影响：

$$J = \int_0^\infty z^T(t) z(t) dt = \|z(t)\|_2, \quad (19)$$

其中 $z(t) = M\eta(t)$, $M \geq 0$ 是正定对角矩阵。

现在,混沌系统主从容错同步的问题可以归结为,设计控制器 $u(t)$ 和 $v(t)$ 满足如下的条件：

1) 当 $f_0(t) = 0$ 时,系统(18)是全局渐近稳定的。

2) 对于所有的 $f_0(t) \in L_2[0, \infty)$, 在零初始条件下,系统(18)可以达到如下的性能指标 $\|z(t)\|_2 \leq \gamma \|f_0(t)\|_2$, 其中 $\gamma > 0$ 为给定的性能指标。

在给出本文的主要结果以前,先给出本文所要用的两个引理。

引理 1^[32] 对于给定的任意对称正定矩阵 $\Omega \in R^{m \times m}$, 标量 σ 和给定的向量函数 $\omega \in R^m$, 有如下的不等式成立：

$$\begin{aligned}&\sigma \int_0^\sigma \omega^T(s) \Omega \omega(s) ds \\ &\geq \left(\int_0^\sigma \omega(s) ds \right)^T \Omega \left(\int_0^\sigma \omega(s) ds \right).\end{aligned}\quad (20)$$

引理 2^[32] 对于适合维数的矩阵 X, Y 和对称正定矩阵 R , 有如下的式子成立：

$$XY + Y^T X^T \leq XRX^T + Y^T R^{-1} Y. \quad (21)$$

3. 主要结论

下面我们将给出带有多时滞的混沌系统主从容错同步的控制器设计方法。

定理 1 对于任意给定的满足条件的标量 $\gamma >$

$0, \tau_i > 0$, 存在适当维数的对称矩阵 $P > 0, P_i > 0, Q_i > 0$, 对角矩阵 $W > 0, M > 0$ 和矩阵 Y , 其中, $i = 1, 2, \dots, n$, 使下面的线性矩阵不等式成立：

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} & P\bar{B} & 0 & P\bar{B}_{uf} & \Omega_{16} & M^T \\ * & \Omega_{22} & 0 & 0 & 0 & \Omega_{26} & 0 \\ * & * & -W & 0 & 0 & \Omega_{36} & 0 \\ * & * & * & \Omega_{44} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & \Omega_{56} & 0 \\ * & * & * & * & * & \Omega_{66} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (22)$$

其中

$$\begin{aligned}\Omega_{11} &= P\bar{A} + \bar{A}^T P - YH - H^T Y^T + \delta^2 H^T W H + \sum_{i=1}^n P_i, \\ \Omega_{12} &= (P\bar{A}_1 H, P\bar{A}_2 H, \dots, P\bar{A}_n H), \\ \Omega_{22} &= \text{diag}(-P_1, -P_2, \dots, -P_n), \\ \Omega_{44} &= \text{diag}(-\tau_1^{-1} Q_1, -\tau_2^{-1} Q_2, \dots, -\tau_n^{-1} Q_n), \\ \Omega_{16} &= (\tau_1 \bar{A}^T P - H^T Y^T, \tau_2 \bar{A}^T P - H^T Y^T, \dots, \tau_n \bar{A}^T P - H^T Y^T), \\ \Omega_{26} &= (\bar{A}_1 H, \bar{A}_2 H, \dots, \bar{A}_n H)^T (\tau_1 P, \tau_2 P, \dots, \tau_n P), \\ \Omega_{36} &= (\tau_1 \bar{B}^T P, \tau_2 \bar{B}^T P, \dots, \tau_n \bar{B}^T P), \\ \Omega_{56} &= (\tau_1 \bar{B}_{uf}^T P, \tau_2 \bar{B}_{uf}^T P, \dots, \tau_n \bar{B}_{uf}^T P), \\ \Omega_{66} &= \text{diag}(-\tau_1 (2\epsilon P + \epsilon^2 Q_1), -\tau_2 (2\epsilon P + \epsilon^2 Q_2), \\ &\quad \dots, -\tau_n (2\epsilon P + \epsilon^2 Q_n)).\end{aligned}$$

那么系统(18)是全局渐近稳定的, 并达到所要求的性能指标 $\|z(t)\|_2 \leq \gamma \|f_0(t)\|_2$, 其中, 控制器增益矩阵 $\bar{K} = P^{-1} Y$ 。

证明 首先我们证明当 $f_0(t) = 0$ 时, 混沌主从误差同步系统(18)是全局渐近稳定的。

定义如下形式的 Lyapunov-Krasovskii 函数：

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t), \quad (23)$$

其中

$$V_1(t) = \eta(t)^T P \eta(t),$$

$$V_2(t) = \sum_{i=1}^n \int_{t-\tau_i}^t \eta(s)^T P_i \eta(s) ds,$$

$$V_3(t) = \sum_{i=1}^n \int_{-\tau_i}^0 \int_{t+\beta}^t \dot{\eta}(s)^T Q_i \dot{\eta}(s) ds d\beta.$$

对 $V(t)$ 沿着(18)式求导我们可以得到

$$\begin{aligned}\dot{V}_1(t) &= 2\eta(t)^T P((\bar{A} - \bar{K}H)\eta(t) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \bar{A}_i H \eta(t - \tau_i) + \bar{B}(g(x_m(t)) \\ &\quad - g(x_s(t))))),\end{aligned}\quad (24)$$

$$\dot{V}_2(t) = \sum_{i=1}^n \eta(t)^T P_i \eta(t) - \sum_{i=1}^n \eta(t - \tau)^T P_i \eta(t - \tau), \quad (25)$$

$$\dot{V}_3(t) = \sum_{i=1}^n \tau_i \dot{\eta}(t)^T Q_i \dot{\eta}(t) - \sum_{i=1}^n \int_{t-\tau_i}^t \dot{\eta}(s)^T Q_i \dot{\eta}(s) ds. \quad (26)$$

根据引理 1 我们可以得

$$\int_{t-\tau_i}^t \dot{\eta}(s)^T Q_i \dot{\eta}(s) ds \geq \tau_i^{-1} \left(\int_{t-\tau_i}^t \dot{\eta}(s) ds \right)^T Q_i \left(\int_{t-\tau_i}^t \dot{\eta}(s) ds \right). \quad (27)$$

因为 $\|g(x_m(t)) - g(x_s(t))\| \leq \delta \|x_m(t) - x_s(t)\|$, 所以我们可以选择适当的对角矩阵得到 W 满足如下的不等式:

$$-(g(x_m(t)) - g(x_s(t)))^T W (g(x_m(t)) - g(x_s(t))) + \delta^2 e^T(t) W e(t) \geq 0. \quad (28)$$

结合(24)–(28)式我们可以得到如下的式子:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t) + \dot{V}_3(t) \\ &\leq 2\eta(t)^T P(\bar{A} - \bar{K}H) \eta(t) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \bar{A}_i H \eta(t - \tau_i) \\ &\quad + \bar{B}(g(x_m(t)) - g(x_s(t))) \\ &\quad - (g(x_m(t)) - g(x_s(t)))^T \\ &\quad \times W (g(x_m(t)) - g(x_s(t))) \\ &\quad + \delta^2 \eta(t)^T H^T W H \eta(t) + \sum_{i=1}^n \eta(t)^T P_i \eta(t) \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \eta(t - \tau_i)^T P_i \eta(t - \tau_i) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \tau_i \dot{\eta}(t)^T Q_i \dot{\eta}(t) \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \tau_i^{-1} \left(\int_{t-\tau_i}^t \dot{\eta}(s) ds \right)^T Q_i \left(\int_{t-\tau_i}^t \dot{\eta}(s) ds \right) \\ &\leq \rho(t)^T \Pi \rho(t), \end{aligned} \quad (29)$$

其中

$$\begin{aligned} \rho(t) &= [\eta^T(t), h^T(t), (g(x_m(t)) - g(x_s(t)))^T, h_1^T(t)]^T, \\ h^T(t) &= [\eta^T(t - \tau_1), \eta^T(t - \tau_2), \dots, \eta^T(t - \tau_n)], \\ h_1^T(t) &= \left[\left(\int_{t-\tau_1}^t \dot{\eta}(s) ds \right)^T, \left(\int_{t-\tau_2}^t \dot{\eta}(s) ds \right)^T, \dots, \left(\int_{t-\tau_n}^t \dot{\eta}(s) ds \right)^T \right], \end{aligned}$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} \tilde{\Omega}_{11} & \Omega_{12} & \bar{H}\bar{B} & 0 \\ * & \Omega_{22} & 0 & 0 \\ * & * & -W & 0 \\ * & * & * & \Omega_{44} \end{bmatrix} + \Pi_1,$$

$$\tilde{\Omega}_{11} = P(\bar{A} - \bar{K}H) + (\bar{A} - \bar{K}H)^T P + \delta^2 H^T W H + \sum_{i=1}^n P_i,$$

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \tau_i (\bar{A} - \bar{K}H)^T Q_i \bar{A} - \bar{K}H & \sum_{i=1}^n \tau_i (\bar{A} - \bar{K}H)^T Q_i \bar{A}_1 H & \cdots & \sum_{i=1}^n \tau_i (\bar{A} - \bar{K}H)^T Q_i \bar{A}_n H & \sum_{i=1}^n \tau_i (\bar{A} - \bar{K}H)^T Q_i \bar{B} & \underbrace{0 \cdots 0}_n \\ \sum_{i=1}^n \tau_i H^T \bar{A}_1^T Q_i \bar{A} - \bar{K}H & \sum_{i=1}^n \tau_i H^T \bar{A}_1^T Q_i \bar{A}_1 H & \cdots & \sum_{i=1}^n \tau_i H^T \bar{A}_1^T Q_i \bar{A}_n H & \sum_{i=1}^n \tau_i H^T \bar{A}_1^T Q_i \bar{B} & \underbrace{0 \cdots 0}_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n \tau_i H^T \bar{A}_n^T Q_i \bar{A} - \bar{K}H & \sum_{i=1}^n \tau_i H^T \bar{A}_n^T Q_i \bar{A}_1 H & \cdots & \sum_{i=1}^n \tau_i H^T \bar{A}_n^T Q_i \bar{A}_n H & \sum_{i=1}^n \tau_i H^T \bar{A}_n^T Q_i \bar{B} & \underbrace{0 \cdots 0}_n \\ \sum_{i=1}^n \tau_i \bar{B}^T Q_i \bar{A} - \bar{K}H & \sum_{i=1}^n \tau_i \bar{B}^T Q_i \bar{A}_1 H & \cdots & \sum_{i=1}^n \tau_i \bar{B}^T Q_i \bar{A}_n H & \sum_{i=1}^n \tau_i \bar{B}^T Q_i \bar{B} & \underbrace{0 \cdots 0}_n \\ n \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} & n \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} & \ddots & n \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} & n \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} & \ddots \end{bmatrix}.$$

通过 Schur 补引理我们可以得到

$$\Pi = \begin{bmatrix} \tilde{\Omega}_{11} & \Omega_{12} & P\bar{B} & 0 & \tilde{\Omega}_{15} \\ * & \Omega_{22} & 0 & 0 & \tilde{\Omega}_{25} \\ * & * & -W & 0 & \tilde{\Omega}_{35} \\ * & * & * & \Omega_{44} & 0 \\ * & * & * & * & \tilde{\Omega}_{55} \end{bmatrix}, \quad (30)$$

其中

$$\tilde{\Omega}_{15} = (\tau_1(\bar{A} - \bar{K}H)^T Q_1, \tau_2(\bar{A} - \bar{K}H)^T Q_2,$$

$$\cdots \tau_n(\bar{A} - \bar{K}H)^T Q_n),$$

$$\tilde{\Omega}_{25} = (\bar{A}_1 H, \bar{A}_2 H, \cdots, \bar{A}_n H)^T (\tau_1 Q_1, \tau_2 Q_2, \cdots, \tau_n Q_n),$$

$$\tilde{\Omega}_{35} = (\tau_1 \bar{B}^T Q_1, \tau_2 \bar{B}^T Q_2, \cdots, \tau_n \bar{B}^T Q_n),$$

$$\tilde{\Omega}_{55} = \text{diag}(-\tau_1 Q_1, -\tau_2 Q_2, \cdots, -\tau_n Q_n).$$

在(30)式两边分别乘以矩阵 $\text{diag}[I, I, I, I, PQ_1^{-1} \cdots PQ_n^{-1}]$ 及其转置,通过 Schur 补引理和引理 2,我们可以从(22)式知道 $\Pi < 0$,因此 $\dot{V}(t) < 0$,所以我们可以得到在 $f_0(t) = 0$ 的时候,混沌主从同步误差系统(18)是全局渐近稳定的.

下面我们将给出当 $f_0(t) \in L_2[0, \infty)$ 的时候,在零初始条件下,混沌主从同步误差系统达到性能指标 $\|z(t)\|_2 \leq \gamma \|f_0(t)\|_2$ 所需要的条件.

根据(19)式混沌主从误差系统的性能指标可以写成如下所示:

$$J_1 = \int_0^\infty (\eta(t)^T M^T M \eta(t) - \gamma^2 f_0^T(t) f_0(t)) dt. \quad (31)$$

根据(29)式我们可以得到

$$\begin{aligned} J_1 &= \int_0^\infty (\eta(t)^T M^T M \eta(t) - \gamma^2 f_0^T(t) f_0(t) + \dot{V}(t)) dt - V(t)|_{t=\infty} + V(t)|_{t=0} \\ &\leq \int_0^\infty (\eta(t)^T M^T M \eta(t) - \gamma^2 f_0^T(t) f_0(t) + \dot{V}(t)) dt \\ &\leq \int_0^\infty \rho_1^T(t) \Xi \rho_1(t) dt, \end{aligned} \quad (32)$$

其中

$$\rho_1(t) = [\rho^T(t) \quad f_0^T(t)]^T,$$

$$\Xi = \begin{bmatrix} \tilde{\Omega}_{11} & \Omega_{12} & P\bar{B} & 0 & P\bar{B}_{uf} \\ * & \Omega_{22} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -W & 0 & 0 \\ * & * & * & \Omega_{44} & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} + \Xi_1,$$

$$\bar{\Omega}_{11} = P(\bar{A} - \bar{K}H) + (\bar{A} - \bar{K}H)^T P + \delta^2 H^T W H + \sum_{i=1}^n P_i + M^T M,$$

$$\Xi_1 = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \tau_i (\bar{A} - \bar{K}H)^T Q_i \bar{A} - \bar{K}H \sum_{i=1}^n \tau_i (\bar{A} - \bar{K}H)^T Q_i \bar{A}_1 H \cdots \sum_{i=1}^n \tau_i (\bar{A} - \bar{K}H)^T Q_i \bar{A}_n H \sum_{i=1}^n \tau_i (\bar{A} - \bar{K}H)^T Q_i \bar{B} \underbrace{0 \cdots 0}_n \sum_{i=1}^n \tau_i (\bar{A} - \bar{K}H)^T Q_i \bar{B}_{uf} \\ \sum_{i=1}^n \tau_i H^T \bar{A}_1^T Q_i \bar{A} - \bar{K}H \sum_{i=1}^n \tau_i H^T \bar{A}_1^T Q_i \bar{A}_1 H \cdots \sum_{i=1}^n \tau_i H^T \bar{A}_1^T Q_i \bar{A}_n H \sum_{i=1}^n \tau_i H^T \bar{A}_1^T Q_i \bar{B} \underbrace{0 \cdots 0}_n \sum_{i=1}^n \tau_i H^T \bar{A}_1^T Q_i \bar{B}_{uf} \\ \vdots \underbrace{0 \cdots 0}_n \\ \sum_{i=1}^n \tau_i H^T \bar{A}_n^T Q_i \bar{A} - \bar{K}H \sum_{i=1}^n \tau_i H^T \bar{A}_n^T Q_i \bar{A}_1 H \cdots \sum_{i=1}^n \tau_i H^T \bar{A}_n^T Q_i \bar{A}_n H \sum_{i=1}^n \tau_i H^T \bar{A}_n^T Q_i \bar{B} \underbrace{0 \cdots 0}_n \sum_{i=1}^n \tau_i H^T \bar{A}_n^T Q_i \bar{B}_{uf} \\ \sum_{i=1}^n \tau_i \bar{B}^T Q_i \bar{A} - \bar{K}H \sum_{i=1}^n \tau_i \bar{B}^T Q_i \bar{A}_1 H \cdots \sum_{i=1}^n \tau_i \bar{B}^T Q_i \bar{A}_n H \sum_{i=1}^n \tau_i \bar{B}^T Q_i \bar{B} \underbrace{0 \cdots 0}_n \sum_{i=1}^n \tau_i \bar{B}^T Q_i \bar{B}_{uf} \\ n \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad n \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \ddots \quad n \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad n \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \ddots \quad n \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \sum_{i=1}^n \tau_i \bar{B}_{uf}^T Q_i \bar{A} - \bar{K}H \sum_{i=1}^n \tau_i \bar{B}_{uf}^T Q_i \bar{A}_1 H \cdots \sum_{i=1}^n \tau_i \bar{B}_{uf}^T Q_i \bar{A}_n H \sum_{i=1}^n \tau_i \bar{B}_{uf}^T Q_i \bar{B} \underbrace{0 \cdots 0}_n \sum_{i=1}^n \tau_i \bar{B}_{uf}^T Q_i \bar{B}_{uf} \end{bmatrix}.$$

通过 Schur 补引理我们可以得到如下的式子：

$$\begin{bmatrix} \bar{\Omega}_{11} & \Omega_{12} & \bar{P}\bar{B} & 0 & \bar{P}\bar{B}_{uf} & \bar{\Omega}_{16} & M^T \\ * & \Omega_{22} & 0 & 0 & 0 & \bar{\Omega}_{26} & 0 \\ * & * & -W & 0 & 0 & \bar{\Omega}_{36} & 0 \\ * & * & * & \Omega_{44} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & \bar{\Omega}_{56} & 0 \\ * & * & * & * & * & \bar{\Omega}_{66} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix}, \quad (33)$$

其中

$$\bar{\Omega}_{16} = \bar{\Omega}_{15}, \bar{\Omega}_{26} = \bar{\Omega}_{25}, \bar{\Omega}_{36} = \bar{\Omega}_{35}, \bar{\Omega}_{66} = \bar{\Omega}_{55},$$

$$\bar{\Omega}_{56} = (\tau_1 \bar{B}_{uf}^T Q_1, \tau_2 \bar{B}_{uf}^T Q_2, \dots, \tau_n \bar{B}_{uf}^T Q_n),$$

在(33)式左右两端分别乘以对角矩阵 $\text{diag}[I, I, I, I, I, PQ_1^{-1} \cdots PQ_n^{-1}, I]$ 及其转置, 我们可以得到如下的式子：

$$\begin{bmatrix} \bar{\Omega}_{11} & \Omega_{12} & \bar{P}\bar{B} & 0 & \bar{P}\bar{B}_{uf} & \bar{\Omega}_{16} & M^T \\ * & \Omega_{22} & 0 & 0 & 0 & \bar{\Omega}_{26} & 0 \\ * & * & -W & 0 & 0 & \bar{\Omega}_{36} & 0 \\ * & * & * & \Omega_{44} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & \bar{\Omega}_{56} & 0 \\ * & * & * & * & * & \bar{\Omega}_{66} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix}, \quad (34)$$

其中

$$\bar{\Omega}_{16} = (\tau_1 (\bar{A} - \bar{K}H)^T P, \tau_2 (\bar{A} - \bar{K}H)^T P, \dots, \tau_n (\bar{A} - \bar{K}H)^T P),$$

$$\bar{\Omega}_{66} = \text{diag}(-\tau_1 PQ_1^{-1}P, -\tau_2 PQ_2^{-1}P, \dots, -\tau_n PQ_n^{-1}P).$$

根据引理 2 我们可以知道对于标量 $\varepsilon > 0$, 有如下的式子成立：

$$-PQ_i^{-1}P \leq -2\varepsilon P + \varepsilon^2 Q_i, \quad (35)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, n$.

把(35)式代入(34)式, 我们可以得到如下的式子：

$$\begin{bmatrix} \bar{\Omega}_{11} & \Omega_{12} & \bar{P}\bar{B} & 0 & \bar{P}\bar{B}_{uf} & \bar{\Omega}_{16} & M^T \\ * & \Omega_{22} & 0 & 0 & 0 & \bar{\Omega}_{26} & 0 \\ * & * & -W & 0 & 0 & \bar{\Omega}_{36} & 0 \\ * & * & * & \Omega_{44} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & \bar{\Omega}_{56} & 0 \\ * & * & * & * & * & \bar{\Omega}_{66} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix}. \quad (36)$$

令 $\bar{P}\bar{K} = Y$, 我们可以看到(22)式与(36)式相等, 根据(22)式, 我们可以知道 $J_1 < 0$, 所以当主系统出现故障时, 系统可以达到所设定的性能指标 $\|z(t)\|_2 \leq \gamma \|f_0(t)\|_2$. 证毕.

注 2 针对混沌系统的主从容错同步问题, 定理 1 给出了一个容错控制器的存在条件是时滞依赖的结论. 与文献[27]相比, 本文的系统的状态方程中, 是包含有状态时滞的. 而文献[27]未考虑时滞的作用, 在实际应用的过程中, 由于切换速度的限制、带宽的延迟等原因, 时滞是一种不可避免的现象, 因此本文所考虑的系统全面并且更加的接近实际应用的情况.

注 3 在处理混沌系统的非线性项的过程中, 本文只要求非线性项满足 Lipschitz 条件即可, 不要求其他的扇区限制条件等其他额外的限制条件.

在实际的系统中, 状态不一定完全可测. 当混沌系统中存在着不可测的状态的时候, 我们可以通过混沌系统中的可测输出来进行状态估计. 当系统的状态不可测的时候, 我们有如下的推论. 具体证明从略.

推论 1 对于任意给定的满足条件的标量 $\gamma > 0, \tau_i > 0$, 存在适当维数的对称矩阵 $P > 0, P_i > 0, Q_i > 0$, 对角矩阵 $W > 0$ 和矩阵 Y , 其中 $i = 1, 2, \dots, n$, 使下面的线性矩阵不等式成立：

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} & \bar{P}\bar{B} & 0 & \bar{P}\bar{B}_{uf} & \bar{\Omega}_{16} & M^T \\ * & \Omega_{22} & 0 & 0 & 0 & \bar{\Omega}_{26} & 0 \\ * & * & -W & 0 & 0 & \bar{\Omega}_{36} & 0 \\ * & * & * & \Omega_{44} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & \bar{\Omega}_{56} & 0 \\ * & * & * & * & * & \bar{\Omega}_{66} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (37)$$

其中

$$\begin{aligned} \Omega_{11} &= P\bar{A} + \bar{A}^T P - YCH - H^T C^T Y^T \\ &\quad + \delta^2 H^T WH + \sum_{i=1}^n P_i, \\ \Omega_{16} &= (\tau_1 \bar{A}^T P - H^T C^T Y^T, \tau_2 \bar{A}^T P - H^T C^T Y^T, \\ &\quad \dots, \tau_n \bar{A}^T P - H^T C^T Y^T), \end{aligned}$$

其他的参数与(22)式中定义的相同.

那么系统(18)是全局渐近稳定的, 并达到所要求的性能指标 $\|z(t)\|_2 \leq \gamma \|f_0(t)\|_2$. 其中控制器增益矩阵 $\bar{K} = P^{-1}Y$.

当故障 $f(t) = 0$ 的时候,混沌主从容错同步控制系统就完全变成了混沌主从同步问题.下面我们将针对混沌系统的同步问题给出一个时滞依赖的控制器存在条件.

定理 2 对于任意给定的满足条件的标量 $\gamma > 0, \tau_i > 0$, 存在适当维数的对称矩阵 $\bar{P} > 0, \bar{P}_i > 0, \bar{Q}_i > 0$, 其中 $i = 1, 2, \dots, n$, 对角矩阵 $W > 0$ 和矩阵 Y , 使下面的线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} & \bar{P}B & 0 & \Lambda_{15} \\ * & \Lambda_{22} & 0 & 0 & \Lambda_{25} \\ * & * & -W & 0 & \Lambda_{35} \\ * & * & * & \Lambda_{44} & 0 \\ * & * & * & * & \Lambda_{55} \end{bmatrix} < 0, \quad (38)$$

其中

$$\begin{aligned} \Lambda_{11} &= \bar{P}A + A^T \bar{P} - Y - Y^T + \delta^2 W + \sum_{i=1}^n \bar{P}_i, \\ \Lambda_{12} &= (\bar{P}A_1, \bar{P}A_2, \dots, \bar{P}A_n), \\ \Lambda_{22} &= \text{diag}(-\bar{P}_1, -\bar{P}_2, \dots, -\bar{P}_n), \\ \Lambda_{44} &= \text{diag}(-\tau_1^{-1} \bar{Q}_1, -\tau_2^{-1} \bar{Q}_2, \dots, -\tau_n^{-1} \bar{Q}_n), \\ \Lambda_{15} &= (\tau_1 A^T \bar{P} - y^T, \tau_2 A^T \bar{P} - y^T, \dots, \tau_n A^T \bar{P} - y^T), \\ \Lambda_{25} &= (A_1, A_2, \dots, A_n)^T (\tau_1 \bar{P}, \tau_2 \bar{P}, \dots, \tau_n \bar{P}), \\ \Lambda_{35} &= (\tau_1 B^T \bar{P}, \tau_2 B^T \bar{P}, \dots, \tau_n B^T \bar{P}), \\ \Lambda_{55} &= \text{diag}(-\tau_1 (2\varepsilon \bar{P} + \varepsilon^2 \bar{Q}_1), -\tau_2 (2\varepsilon \bar{P} + \varepsilon^2 \bar{Q}_2), \\ &\quad \dots, -\tau_n (2\varepsilon \bar{P} + \varepsilon^2 \bar{Q}_n)). \end{aligned}$$

那么混沌主从误差系统(7)是全局渐近稳定的,控制器增益矩阵 $K_1 = \bar{P}^{-1} Y$.

证明 证明过程与定理 1 类似,此处略.

注 4 文献[29]针对带有多时滞的混沌系统提出了一种时滞独立的同步准则.本文的定理 2 针对多时滞混沌系统,在设计同步控制策略的时候,考虑了时滞的大小,提出了一种存在条件是时滞依赖的同步控制策略,更加全面的考虑了系统的特性.

4. 仿真分析

为了验证所提出方法的有效性,我们将在下面的仿真例子中对所提出的方法进行验证.

考虑多时滞 Rossler 系统^[29]如下所示:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_2 - x_3 + a_1 x_1(t - \tau_1) + a_1 x_1(t - \tau_2), \\ \dot{x}_2 &= x_1 + zx_2, \\ \dot{x}_3 &= b + x_3 x_1 - cx_3, \end{aligned}$$

其中 $a_1 = 0.2, a_2 = 0.4, z = 0.25, b = 0.3, c = 5, \tau_1 = 1$ 和 $\tau_2 = 2$.

带有多时滞的 Rossler 主从系统可以写成如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{x}_m(t) &= Ax_m(t) + \sum_{i=1}^n A_i x_m(t - \tau_i) \\ &\quad + B_1 g(x_m(t)) + d, \\ \dot{x}_s(t) &= Ax_s(t) + \sum_{i=1}^n A_i x_s(t - \tau_i) \\ &\quad + B_2 g(x_s(t)) + d, \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ A_2 &= \begin{bmatrix} 0.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ x_{m1} x_{m3} \end{bmatrix}, \\ B_2 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ x_{s1} x_{s3} \end{bmatrix}, \quad d = [0 \quad 0 \quad 0.3]^T. \end{aligned}$$

选定主系统和从系统的初始状态分别为 $x_m = [0.5 \quad 0.2 \quad 0.5]^T, x_s = [0.01 \quad -0.5 \quad 0.1]^T$. 主系统的状态如图 1 所示.

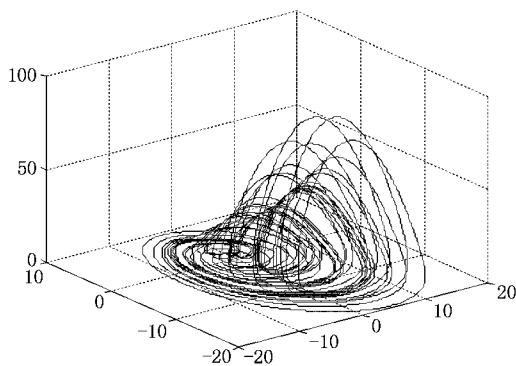


图 1 带有多时滞的 Rossler 系统相图

假设系统发生缓变故障的模型如下所示:

$$\begin{aligned} \dot{x}_f &= A_{uf} x_f(t) + B_{uf} f_0(t), \\ f(t) &= C_{uf} x_f(t), \end{aligned}$$

其中

$$A_{uf} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B_{uf} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C_{uf} = [0 \quad 1],$$

$f_0(t) = \beta \mathcal{D}(t - t_f), \beta = 5, t_f$ 为故障开始的时间,在这里我们取 $t_f = 5$. 发生故障的图形如图 2 所示.

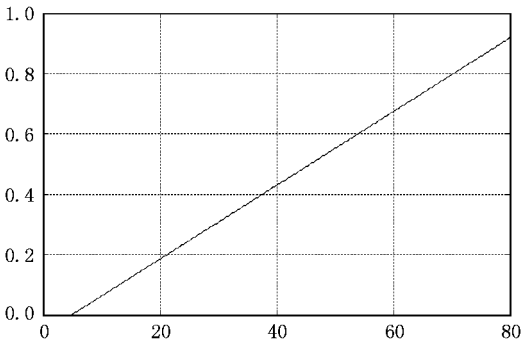


图 2 混沌主系统所发生的故障信号

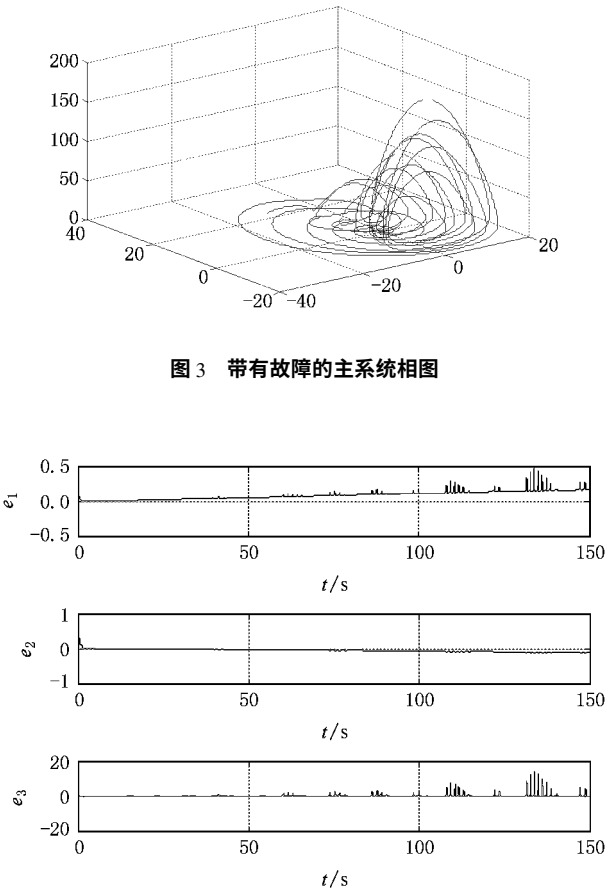


图 3 带有故障的主系统相图

图 4 混沌同步系统状态的误差曲线

当主系统发生故障的时候,主系统变为

$$\begin{aligned} \dot{x}_m(t) = & Ax_m(t) + \sum_{i=1}^n A_i x_m(t - \tau_i) \\ & + B_1 g(x_m(t)) + d + B_f f(t), \end{aligned}$$

其中 $B_f = [20 \ 0 \ 0]^T, f(t)$ 如图 2 所示.

主系统的状态响应如图 3 所示,从图 3 我们可以看到,主系统的状态仍然是混沌的.

给定 $\gamma = 0.6$ 和 $\epsilon = 10$,通过求解定理 2 我们可以得到如下的控制器:

$$K_1 = \begin{bmatrix} 344.0805 & -85.9699 & -8.9873 \\ 2.3583 & 2.3153 & 0.0057 \\ 0.3324 & -0.0540 & 9.9673 \end{bmatrix},$$
$$K_2 = \begin{bmatrix} 218.0701 & -53.5432 & -5.4632 \\ 118.6630 & -0.0540 & 9.9673 \end{bmatrix}.$$

当只用状态反馈控制器 K_1 来进行控制时,混沌同步状态误差曲线如图 4 所示.我们可以看到,混沌系统并不能达到完全的同步.

下面我们把状态反馈控制器和故障补偿器相结合,对带有故障的主从混沌系统进行容错同步控制.对故障的估计 $\hat{f}(t)$ 和估计的误差 $r(t)$ 如图 5 和图 6 所示.

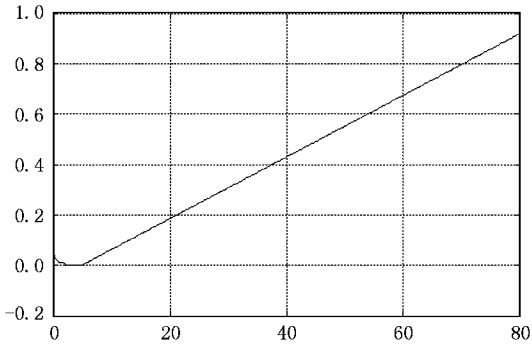


图 5 故障 $\hat{f}(t)$ 的估计值

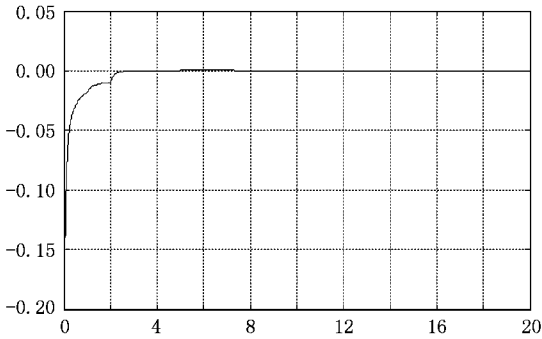


图 6 故障估计的误差 $r(t)$

混沌同步系统的误差曲线如图 7 所示.

从图中我们可以看到,当故障发生的时候,本文所提出的容错同步方法可以使混沌主从同步系统完全达到同步.

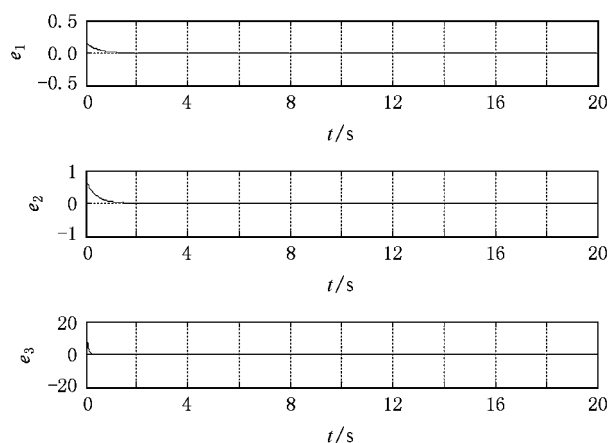


图 7 混沌同步系统状态误差的曲线

5. 结 论

针对带有多时滞的混沌系统,设计了混沌主从容错同步方法.设计的容错同步方法可以使混沌系统在有故障发生的时候仍然可以达到同步.设计控制器的时候,我们不仅考虑了混沌系统的状态反馈,同时也结合了故障补偿器.控制器不仅可以使混沌同步误差系统全局渐近稳定,同时也可以满足事先给定的性能指标.控制器的存在条件是时滞依赖的,并可以通过 LMI 来进行求解.最后通过一个仿真得例子验证了所提方法的有效性.

- [1] James G, Robert C H 1988 *American Journal of Physics* **56** 1053
- [2] Kei I, Masanori O, Keiko S 2000 *Chaos, Solitons and Fractals* **11** 1377
- [3] Wang M J, Wang X Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1467 (in Chinese) [王明军、王兴元 2009 物理学报 **58** 1467]
- [4] Chen Z, Zeng Y C, Fu Z J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 46 (in Chinese) [陈 争、曾以成、付志坚 2008 物理学报 **57** 46]
- [5] Wang Z S, Zhang H G, Wang Z L 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2687 (in Chinese) [王占山、张化光、王智良 2006 物理学报 **55** 2687]
- [6] Long M, Qiu S S 2007 *Chin. Phys.* **16** 2254
- [7] Qin J, Yu H J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6828 (in Chinese) [秦 洁、于洪洁 2007 物理学报 **56** 6828]
- [8] Pecora L M, Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
- [9] Cai N, Jing Y W, Zhang S Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 802 (in Chinese) [蔡 娜、井元伟、张嗣瀛 2009 物理学报 **58** 802]
- [10] Liu Y Z, Jiang C S, Lin C S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 709 (in Chinese) [刘扬正、姜长生、林长圣 2008 物理学报 **57** 709]
- [11] Ma T D, Zhang H G, Wang Z L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3796 (in Chinese) [马铁东、张化光、王智良 2007 物理学报 **56** 3796]
- [12] Hu J, Zhang Q J 2008 *Chin. Phys. B* **17** 503
- [13] Li G H 2007 *Chin. Phys.* **16** 2608
- [14] Lü L, Guo Z A, Zhang C 2007 *Chin. Phys.* **16** 1603
- [15] Li R H, Xu W, Li S. 2007 *Chin. Phys.* **16** 1591
- [16] Feng Y L, Shen K 2008 *Chin. Phys. B* **17** 550
- [17] Xiang J, Li Y J, Wei W 2007 *Phys. Lett. A* **362** 154
- [18] Lee S M, Ji D H, Park J H, Won S C 2008 *Phys. Lett. A* **372** 4905
- [19] Chen F X, Zhang W D 2007 *Nonlinear Analysis* **67** 3384
- [20] Yang D S, Zhang H G, Li A P, Meng Z Y 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3121 (in Chinese) [杨东升、张化光、李爱平、孟子怡 2007 物理学报 **56** 3121]
- [21] Lou X Y, Cui B T 2008 *Chin. Phys. B* **17** 520
- [22] Zhang Q J, Lu J A 2008 *Chin. Phys. B* **17** 492
- [23] Li X C, Xu W, Xiao Y Z 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4721 (in Chinese) [李秀春、徐 伟、肖玉柱 2008 物理学报 **57** 4721]
- [24] Lü Ling, Guo Z A, Li Y, Xia X L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 95 (in Chinese) [吕 翎、郭治安、李 岩、夏晓岚 2007 物理学报 **56** 95]
- [25] Zhu Z Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 6248 (in Chinese) [朱志宇 2006 物理学报 **55** 6248]
- [26] Ding S X 2008 *Model-Based Fault Diagnosis Technique* (Berlin: Springer)
- [27] Zhong M Y, Han Q L 2009 *IEEE Tran. on Circuits and Systems* **56** 1391
- [28] Richard J 2003 *Automatica* **39** 1667
- [29] Cheng C K, Kuo H H, Hou Y Y, Hwang C C, Liao T L 2008 *Physica A* **387** 3093
- [30] Sun J T 2004 *Chaos, Solitons Fractals* **21** 967
- [31] Xu S Y, Lam James, Zou Y 2005 *International Journal of Bifurcation and Chaos* **15** 1455
- [32] Hardy G, Littlewood J E, Polya G 1952 *Inequalities* (UK: Cambridge University)

Fault tolerant control of master-slave synchronization for a class of chaos systems with multiple time-delays^{*}

Zhang Hua-Guang Ma Da-Zhong Wang Zhan-Shan Feng Jian

(College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

(Received 7 May 2009 ; revised manuscript received 2 June 2009)

Abstract

The problem of master-slave fault tolerant synchronization for a class of chaotic systems with multiple time-delays is considered. A fault tolerant synchronization is designed for a fault occurring in chaotic systems. Whether the fault happens in the chaotic systems or not, the synchronization method not only guarantees that the error system is globally asymptotically stable, but also satisfies a prescribed performance level. The fault tolerant controller contains two parts: the state feedback controller and fault compensator. A delay-dependent condition based on linear matrix inequality (LMI) is proposed for fault tolerant controller. The effectiveness of proposed design method is demonstrated by a simulation example.

Keywords : fault tolerant control, master-slave chaos synchronization, multiple time-delays, delay-dependent

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60774093, 60774048), the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2009AA04Z127), the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education (Grant No. 200801451096).