

降雨对微波传输特性的影响分析^{*}

刘西川[†] 高太长 秦 健 刘 磊

(解放军理工大学气象学院, 南京 211101)

(2009 年 5 月 25 日收到; 2009 年 6 月 4 日收到修改稿)

在归一化雨滴谱分布、雨滴的介电模型和 Mie 散射理论的基础上计算群雨滴在微波波段的散射和衰减特性, 讨论分析雨滴谱分布、降雨强度、入射波频率和温度等因素对微波传输特性的影响. 数值模拟结果表明, 不同谱分布的群雨滴散射能力从大到小依次为 JD, MP, Gamma 和 JT 分布, 降雨强度对微波传输特性的影响最大, 入射波频率次之, 温度的影响最小. 所得出的结论有助于准确评估降雨对微波传输的影响以及提高利用测雨雷达和毫米波雷达等定量探测降水的精度.

关键词: 微波传输, 雨滴谱分布, Mie 散射, 散射衰减特性

PACC: 9260V, 6110D, 1180J

1. 引 言

微波在大气中传播时会受到大气介质的影响而发生吸收、衰减、散射、极化以及传播路径的弯曲等, 其中降雨对微波传输的影响尤为突出. 在利用天气雷达和微波辐射计测量降水时, 雷达回波和微波辐射取决于散射体积内的云雨粒子群的滴谱、形状及介电常数等^[1], 通过对回波和辐射信号的分析可以获取降水的微物理结构, 如数密度、含水量、谱分布及降水微结构和演变特征等信息. 传统雨滴谱分布函数的参数相关性较差, 针对这一问题本文首先推导出雨滴谱分布的归一化方程, 以确定各参数之间的关系. 在归一化雨滴谱分布、雨滴的介电模型和 Mie 散射理论的基础上, 分析讨论雨滴谱分布、降水强度、入射波频率和温度等参数对微波传输特性的影响, 这对于研究微波衰减机理、评估衰减影响以及降水数值模拟方面的研究具有重要的意义.

2. 雨滴谱分布

2.1. 雨滴谱分布函数

雨滴谱是指对应于不同半径的雨滴个数的分布. 实际降水粒子的尺度谱是复杂多变的, 它随着地

域、降水云类型和大气底层状态的不同而变化. 研究表明雨滴谱分布一般呈指数分布^[2]. 最早的雨滴谱测量是由 Wiesner 于 1895 年用“吸水纸法”测量的^[3], Laws 和 Parsons 等人于 1943 年使用“面粉法”测得了经典的 LP 雨滴谱^[4]. 随后, Marshall 和 Palmer 等 (1948) 在实验的基础上, 结合 Laws 和 Parsons 的结论, 提出一个负指数模型^[5], 即 MP 雨滴谱分布

$$N(D) = N_0 e^{-\lambda D}, \quad (1)$$

其中, D 为雨滴的等效直径 (mm), N_0 和 λ 分别为浓度和尺度参数, $N_0 = 8000 (\text{m}^{-3} \text{mm}^{-1})$, $\lambda = 4.1 R^{-0.21} (\text{mm}^{-1})$, R 为雨强 (mm/h). $N(D) dD$ 表示单位体积内雨滴半径介于 $D-D+dD$ 之间的雨滴数目. MP 谱分布具有一般雨滴谱的特点, 适用于比较稳定的层状云的降水. 然而对强度较大的降水, 拟合误差较大^[6]. MP 谱分布的方程简单, 便于计算, 因此在测雨雷达中得到广泛的应用. 然而该分布往往会对直径小于 1—2 mm 的雨滴造成高估, 尤其是在近地面区域. 这对分米波和厘米波的雷达的影响不大, 但是随着雷达波长的变短和各种微波辐射仪器的广泛应用, 这种影响大到不能忽略的程度, 因此必须对雨滴谱分布进行改进.

Joss 和 Waldvogel 等人于 1967 研制出雨滴测量器, 并利用该仪器统计出了毛毛雨和暴雨的雨滴谱分

^{*} 国家公益性行业科研专项项目 (批准号: GYHY200806030) 资助的课题.

[†] E-mail: liuxc85@gmail.com

布 JD 和 JT^[7]. 二者方程与 MP 分布是一样的,只是参数有所不同. Takeuchi^[8] 和 Ulbrich^[9] 在 MP 分布中引入一个形状因子 μ , 得到 Gamma 分布. Wolf^[10] 将降雨强度考虑在内,对 Gamma 分布改进如下:

$$N(D) = N_0 D^\mu e^{-\lambda D}.$$

(2)

当 $\mu > 0$ 时,曲线向上弯曲; $\mu < 0$ 时,曲线向下弯曲;当 $\mu = 0$ 时,即为 MP 分布. λ 为降雨强度 R 的函数,具体表达式将在表 1 中列出,改进后的 Gamma 分布对各类降水谱的拟合效果都很好,大大提高了在小滴和大滴段的拟合精度^[11].

2.2. 谱分布函数的归一化

传统雨滴谱分布模型的缺点是归一化程度低, N_0 和 μ 之间的相关性较差^[12]. 因此需要对雨滴谱分布进行归一化推导,以确定 N_0 , D , R 和 μ 等参数的关系. 雨滴谱分布 $N(D, R)$ 表示降雨强度为 R 时,单位体积内直径介于 $D-D + dD$ 之间的雨滴个数. N_v 为单位体积内的雨滴数目, f_v 为单位体积内的总含水量,即

$$N_v = \int_0^\infty N(D, R) dD,$$

(3)

$$f_v = \frac{\pi}{6} \int_0^\infty D^3 N(D, R) dD.$$

(4)

根据 Gamma 谱分布,直径介于 $D-D + dD$ 之间的雨滴的总体积为

$$\delta F = \frac{\pi}{6 f_v} D^3 N(D, R) \delta D,$$

(5)

其中, $\delta D = 0.25 \text{ mm}$, 雨滴的降落末速度 V_∞ 是雨滴直径 D 和气压 P 的函数,降雨向下的通量为

$$R_N(R, P) = \frac{\pi}{6} \int_0^\infty D^3 N(D, R) V_\infty(D, P) dD,$$

(6)

对于归一化谱分布函数, $R_N = R$, (6) 式即为降水强度的积分表达式. 若 $R_N \neq R$, 则利用

$$\text{Norm}(R, P) = \frac{R}{R_N(R, P)},$$

(7)

把 $N(D, R)$ 转换为归一化分布函数 $N_N(D, R, P)$, 使之满足(6)式,

$$N_N(D, R, P) = \text{Norm}(R, P) \cdot N(D, R).$$

(8)

表 1 为 Gamma, MP, JD 和 JT 分布的参数^[13], 图 1 为利用(2)式和(8)式计算降雨强度 $R = 5 \text{ mm/h}$, $P = P_0 = 1013 \text{ hPa}$ 时的雨滴谱分布.

表 1 归一化雨滴谱分布函数

分布函数	$N_0(R)$ /(1/mm ⁴)	(Norm(R, P_0) ; $X = \ln(R)$) /mm	$\lambda(R)$ /(1/mm)	μ
Gamma	$1.98 \cdot 10^{-5} R^{-0.384} \cdot \text{Norm}$	$1.047 - 0.0436X + 0.00734X^2$	$5.38 \cdot R^{-0.186}$	2.93
MP	$0.80 \cdot 10^{-5} \cdot \text{Norm}$	$0.842 - 0.00915X + 0.0072X^2$	$4.1 \cdot R^{-0.21}$	0
JD	$3.00 \cdot 10^{-5} \cdot \text{Norm}$	$1.1194 - 0.0367X + 0.0079X^2$	$5.7 \cdot R^{-0.21}$	0
JT	$0.14 \cdot 10^{-5} \cdot \text{Norm}$	$1.0945 - 0.0052X + 0.0124X^2$	$3.0 \cdot R^{-0.21}$	0

2.3. 雨滴降落的末速度

由(6)式可知,雨滴降落速度 $V_\infty(D, P)$ 是归一化雨滴谱分布的参数之一,因此需要找到符合实际情况的雨滴降落速度模型. 过去使用的幂指数形式 $V_\infty = aD^b$ 只适用于直径小于 0.04 mm 的雨滴,不能广泛应用. 下面列出 Atlas 等人^[15] 提出的在标准大气压 $P_0 = 1013 \text{ hPa}$ 下的雨滴降落速度公式为

$$V_\infty = \begin{cases} 0, & D \leq 0.03 \text{ mm}, \\ 4.323(D - 0.03 \text{ mm}), & 0.03 \text{ mm} < D \leq 0.6 \text{ mm}, \\ 9.65 - 10.3e^{-0.6D}, & D > 0.6 \text{ mm}. \end{cases}$$

(9)

根据 Navier-Stokes 方程,粒子在空气中的下落末速度 V_∞ 与气压 P 有关^[16],即

$$V_\infty(D, P) = V_\infty(D, P_0) \times \left(\frac{P_0}{P} \right)^{0.291 + 0.0256D},$$

(10)

其中, $P_0 = 1013 \text{ hPa}$. 如图 2 为雨滴在不同气压条件下的降落末速度. 当粒子直径介于 1—3 mm 时, $0.291 + 0.0256D \approx 0.35$, 结合(6), (7)式导出

$$\text{Norm}(R, P) = \text{Norm}(R, P_0) \times \left(\frac{P_0}{P} \right)^{0.35}.$$

(11)

根据该式即可把原始的谱分布函数((2)式)转化成归一化谱分布函数((8)式).

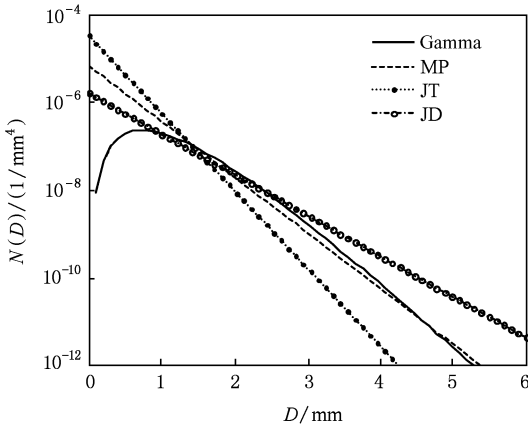


图 1 不同雨滴谱的粒子直径分布

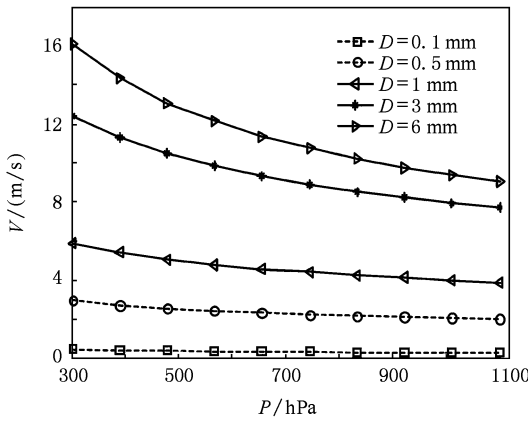


图 2 不同大小雨滴的降落末速度随气压的变化

3. 雨滴对微波传输特性的影响

3.1. 单个雨滴的散射特性

假设空气的折射指数为 1,雨滴为纯水形成的球形粒子,其复折射指数 $m(f, T)$ 是频率 f 和温度 T 的函数,与复相对介电常数 $\varepsilon(f, T)$ 的关系为

$$m(f, T) = \sqrt{\varepsilon(f, T)}, \quad (12)$$

其中, $\varepsilon(f, T) = \varepsilon' - i\varepsilon''$. 实部 ε' 称为介电常数,代表电场极化的影响,虚部 ε'' 也称为功耗因素,代表电磁波被吸收的部分.

在确定 ε' 和 ε'' 时, Liebe 等提出的 LE 模型^[17]只适用于频率介于 1 Hz—1000 GHz 的纯水和冰晶, Jonathan 和 Dong 等^[18]对 LE 模型进行改进,使之频率适用范围扩展到 1 Hz—3000 GHz. 纯水的复折射率计算公式为

$$\begin{aligned} \varepsilon'_{\text{water}} &= (\varepsilon_0 - 5.48) / [1 + (f/f_p)^2] \\ &\quad + 1.97 / [1 + (f/f_s)^2] + 3.52, \\ \varepsilon''_{\text{water}} &= (\varepsilon_0 - 5.48) (f/f_p) / [1 + (f/f_p)^2] \\ &\quad + 1.97 (f/f_s) / [1 + (f/f_s)^2], \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $\varepsilon_0 = 77.66 + 103.3 \times \left(1 - \frac{300}{T}\right)$, $f_p = 20.20 + 146 \times \left(1 - \frac{300}{T}\right) + 316 \times \left(1 - \frac{300}{T}\right)^2$, $f_s = 39.8 \times f_p$, T 单位为 K.

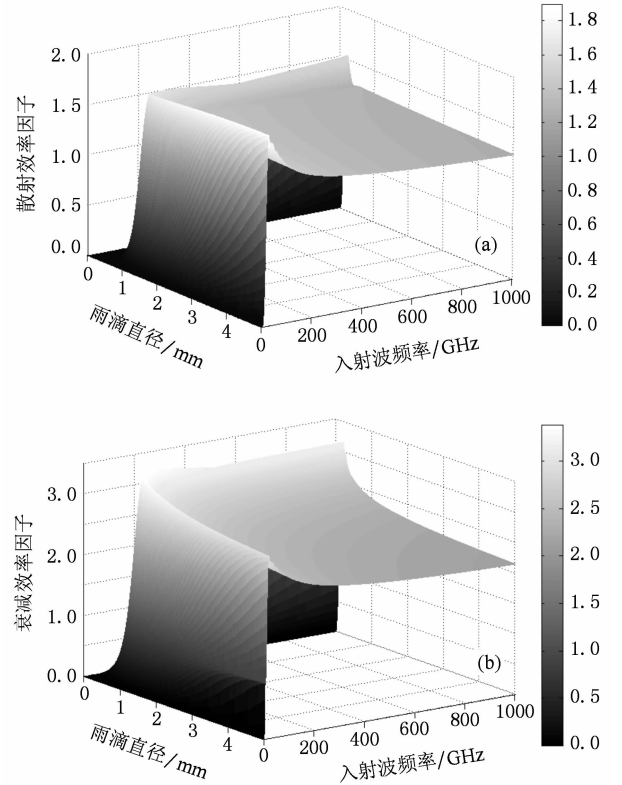


图 3 雨滴散射特性随大小和频率的变化

与 Mie 散射相关的参量(不考虑电磁波的偏振状态)主要有散射效率因子和散射相函数^[19]. 这里只讨论雨滴在不同谱分布下的散射特性,包括散射效率因子、吸收效率因子和衰减效率因子,其定义为散射、吸收和衰减的总辐射能量与入射到半径为 r 的粒子几何截面上的辐射能量之比,即散射截面 σ_{sca} 、吸收截面 σ_{abs} 和衰减截面 σ_{ext} 与粒子的几何截面之比^[20].

$$Q_{\text{sca}}(\alpha, m) = \frac{\sigma_{\text{sca}}}{\pi r^2}; \quad (14)$$

$$Q_{\text{abs}}(\alpha, m) = \frac{\sigma_{\text{abs}}}{\pi r^2}; \quad (15)$$

$$Q_{\text{ext}}(\alpha, m) = \frac{\sigma_{\text{ext}}}{\pi r^2}, \tag{16}$$

其中, r 为粒子半径, $Q_{\text{ext}} = Q_{\text{sca}} + Q_{\text{abs}}$. 图 3 为 $T = 280$ K 时雨滴的散射效率因子和衰减效率因子随雨滴直径和入射波频率的变化情况.

3.2. 群雨滴对微波传输的影响

由于实际雨滴的形状和物理结构复杂, 难以建立完全符合实际的模型. 本文中假设雨滴为球形的纯水粒子, 雨滴散射是独立散射, 雨滴之间的距离大于雨滴直径, 不考虑粒子相位的影响, 即群雨滴的散射强度相当于散射体积内所有雨滴散射强度的线性叠加^[21]. 微波在群雨滴中的传播系数(衰减系数 γ_{ext} , 散射系数 γ_{sca} , 吸收系数 γ_{abs}) 的计算公式为

$$\gamma_j(1/\text{km}) = 0.25\pi \int_0^\infty D^2 Q_j(D) N(D) dD;$$

$j = \text{ext}, \text{sca}, \text{abs}.$

$\tag{17}$

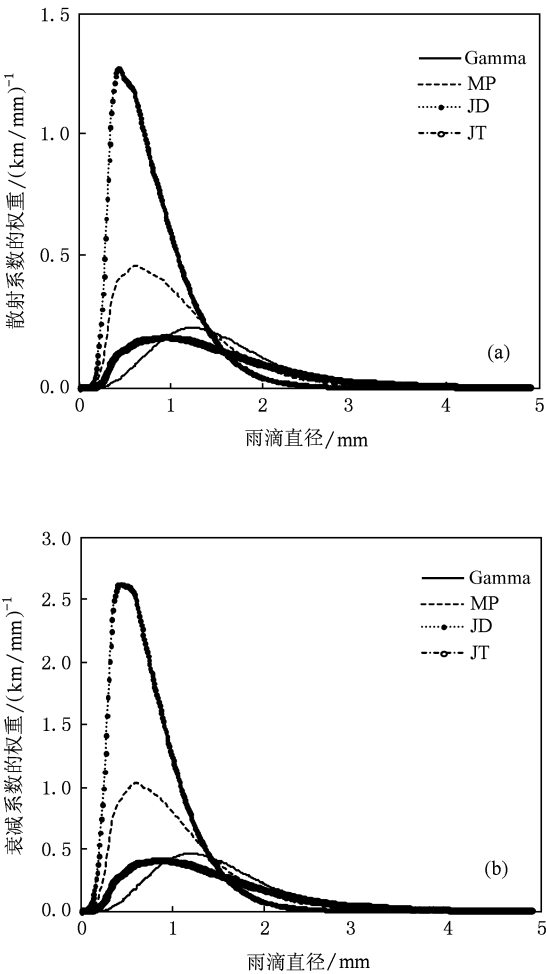


图 4 $T = 280$ K, $f = 300$ GHz 时各种雨滴谱分布的散射系数权重随雨滴直径的变化

乘以 $10\log_{10}e \approx 4.343$ 后可将 $1/\text{km}$ 变换为 dB/km . 其中, $N(D)$ 为雨滴谱分布, Q_j 分别代表衰减效率因子、散射效率因子和吸收效率因子, 对(15)式中的 γ_j 取微分形式得到传播系数的权重函数, 它反映了传播系数随雨滴直径的变化率:

$$\frac{d\gamma_j}{dD}(1/\text{km}/\text{mm}) = 0.25\pi D^2 Q_j(D) N(D);$$

$j = \text{ext}, \text{sca}, \text{abs}.$

$\tag{18}$

图 4 为由(18)式计算出的各种雨滴谱分布传播系数的权重随雨滴直径的分布, 由图可知: 散射系数权重和衰减系数权重的变化趋势大致相同, 衰减系数的权重大于散射系数的权重, 雨滴谱分布的权重从大到小依次为 JD, MP, Gamma 和 JT.

3.2.1. 降雨强度的影响

利用梯形积分法对雨滴谱的直径进行积分运算时^[22], 计算公式为

$$n\text{steps} = 501, dD = \frac{0.01 \times R^{1/6}}{f^{0.05}}, \tag{19}$$

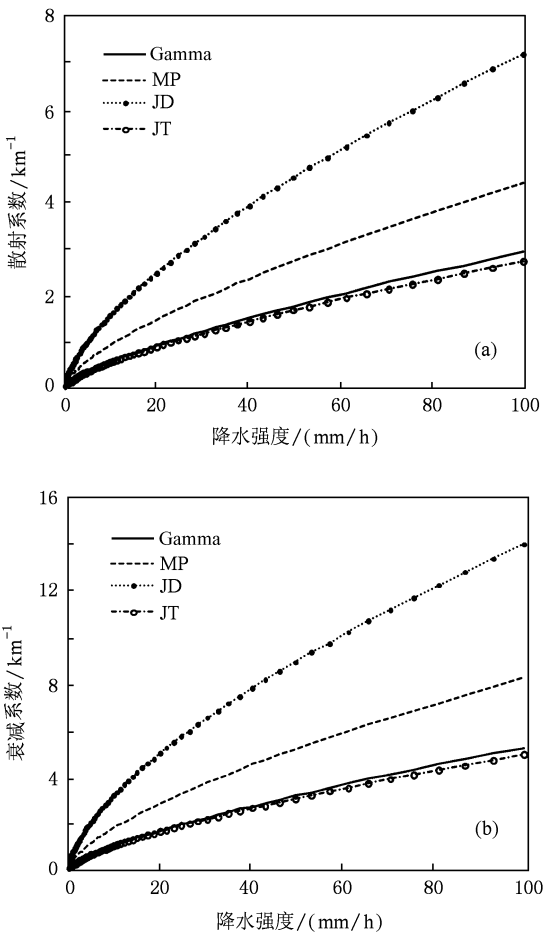


图 5 $T = 280$ K, $f = 300$ GHz 时群雨滴传播系数随降雨强度的变化

其中, $nsteps$ 代表数值积分中的步数, dD 是微分变量, 是降水强度 R 和入射波频率 f 的函数, 根据该式可以计算降水强度对微波在群雨滴中传播的影响. 图 5 为温度 $T = 280\text{ K}$, 入射波频率 $f = 300\text{ GHz}$ 时不同谱分布对应的微波穿过群雨滴后的散射系数和衰减系数随降水强度的变化情况, 散射系数和衰减系数的变化趋势基本相同, 均随着降水强度的增大而增大, JD 的变化率最大, MP 次之, Gamma 和 JT 比较接近, Gamma 略大于 JT . 由此可知, 雨滴越小、个数越多, 雨滴群对电磁波的散射和衰减就越强, 反之, 雨滴越大、个数越少, 雨滴群的散射和衰减就越弱.

3.2.2. 入射波频率的影响

由 (12) 式和 (19) 式可知, 电磁波频率对群雨滴的散射特性有重要影响, 假设降雨强度 $R = 5\text{ mm/h}$, 温度 $T = 280\text{ K}$, 微波穿过群雨滴后的衰减系数和散射系数随频率的分布如图 6 所示. 散射系数和衰减系数的总体变化趋势大致相同, 谱分布从大到小依次为 JD , MP , Gamma 和 JT . 当频率小于

300 GHz 时, 系数呈增大趋势, 当频率大于 300 GHz 时, 系数略有下降后趋向于一个稳定的值, 散射系数分别趋近于 0.89, 0.63, 0.3 和 0.28, 衰减系数分别趋近于 1.75, 1.22, 0.56 和 0.52.

3.2.3. 温度的影响

由 (12) 式可知雨滴的复折射指数与温度 T 有关, 因此不同温度条件下群雨滴的散射特性是不同的. 图 5 为入射波频率 $f = 300\text{ GHz}$, 降雨强度 $R = 5\text{ mm/h}$ 时微波传输特性随温度的分布情况, 由图可知, 散射系数和衰减系数的变化趋势相同, 均随着温度的增大而缓慢增加, 散射系数的变化率略大于衰减系数的变化率. 其中, Gamma , MP , JD 和 JT 分布的群雨滴散射系数从 273°C 到 300°C 的变化率依次为 4.74%, 4.41%, 4.77% 和 4.24%, 平均值为 4.5%, 其衰减系数的变化率依次为 1.23%, 0.58%, 1.25% 和 0.33%, 平均值为 0.85%. 这说明温度对微波传输的影响是一个微量, 在传播距离不大时可以近似忽略.

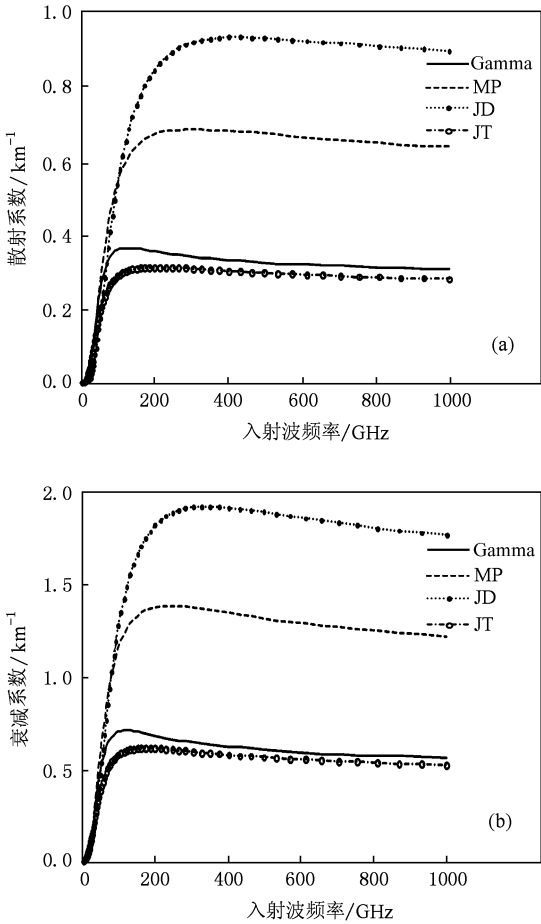


图 6 $R = 5\text{ mm/h}$, $T = 280\text{ K}$ 时群雨滴传播系数随入射波频率的变化

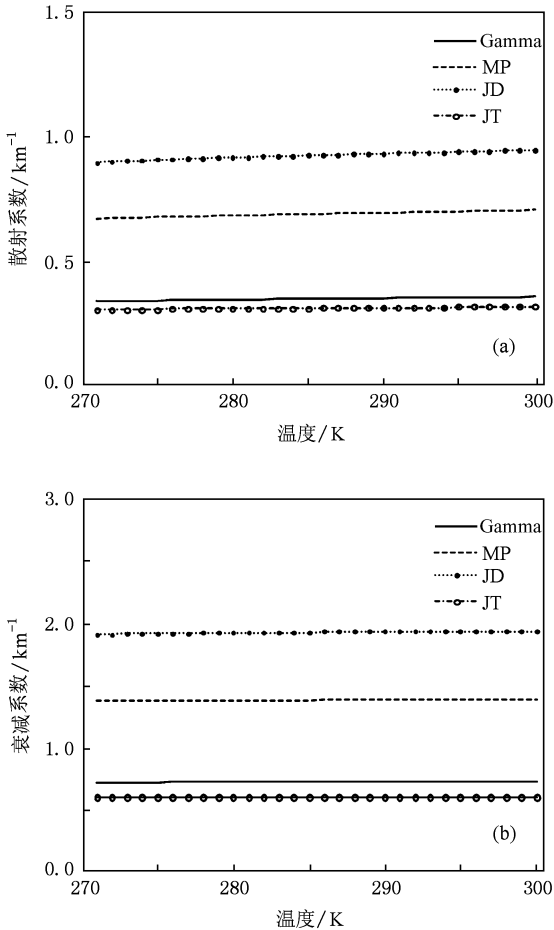


图 7 $f = 300\text{ GHz}$, $R = 5\text{ mm/h}$ 时群雨滴传播系数随温度的变化

4. 结 论

本文基于雨滴的归一化谱分布、介电模型以及 Mie 散射理论对群雨滴在微波波段的散射和衰减特性进行了计算,讨论分析雨滴谱分布、降雨强度、入射波频率和温度等对微波传输特性的影响情况. 得出结论如下:

1. 在相同条件下,不同雨滴谱分布的群雨滴散射能力从大到小依次为 JD, MP, Gamma 和 JT 分布. 这说明单位体积内雨滴的数目越多、体积越小,散射能力就越强,其对微波传输的影响就越大,反之,散

射能力就越弱,对微波传输的影响就越小.

2. 降雨强度、电磁波频率、温度等参数对微波传输特性均有不同程度的影响,其中,降雨强度的影响最大,入射波频率的影响次之,温度的影响最小.

3. 与 HPM 雨滴衰减模型相比较,本文中并没有考虑电磁波的偏振状态,且假设雨滴是由纯水构成的理想球形,与实际不符,所得出的结论并不完全满足实际运用的需求. 为了更准确地评估降雨对微波传输的影响,需要改进衰减模型,做进一步研究.

本文 Mie 散射计算程序采用 Christian Mätzler 等编制的 Matlab 程序,并进行了适当修改,在此表示感谢.

[1] Sun X M, Han Y P, Shi X W 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2098 (in Chinese) [孙贤明、韩一平、史小卫 2007 物理学报 **56** 2098]

[2] Chen B J, Li Z H, Liu J C 1998 *Acta Meteorologica Sinica.* **56** 506 (in Chinese) [陈宝君、李子华、刘吉成 1998 气象学报 **56** 506]

[3] Oguclu T 1983 *Proceeding of the IEEE* **71** 1029

[4] Laws J O, Parsons D A 1943 *Trans. Am. Geophys. Union.* **24** 452

[5] Marshall J S, Palmer W M 1948 *J. Meteor* **5** 165

[6] Willis P T 1984 *J. Atmos. Sci.* **41** 1648

[7] Joss J, Thames J C, Waldvogel A 1968 *Proc. Internat. Conf. on Cloud Physics* **3** 69

[8] Keuchi D M 1978 *Preprints of Conf. Cloud Physics and Atmospheric Electricity Amer. Meteor. Soc.* 154

[9] Ulbrich C W 1981 *Preprints of 20th Conf. Radar Meteorology Amer. Meteor. Soc.* 276

[10] Wolf D A 2001 *Radio Science* **36** 639

[11] Meyers M P, Walko R L, Harrington J Y *et al* 1997 *Atmos. Res.* **45** 32

[12] Olsen R L, Rogers D V, Hodge D B *IEEE Trans. Ant. Prop.* **AP-26** 318

[13] Christian M 2002 *Drop-Size Distributions and Mie Computations for Rain*, Research Report No. 2002-16

[14] Sauvageot H 1992 *Radar Meteorology*, (Boston: Artech House), MA

[15] Atlas D, Srivastava R C, Sekhon R S 1973 *Rev. Geophys.* **11** 1

[16] Zhou X J, Yao S C, Yao K Y 1991 *Advanced Atmospheric Physic* (Beijing: Meteorology Press) p438 (in Chinese) [周秀骥、陶善昌、姚克亚 1991 高等大气物理学(北京:气象出版社)第 438 页]

[17] Liebe H J, Hufford G A, Manabe T 1991 *Internat. J. Infrared and mm Waves* **12** 659

[18] Jonathan H J, Dong L W 2004 *Atmos. Sci. Let.* **5** 146

[19] Wang Q H, Zhang Y Y, Lai J C, Li Z H, He A Z 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1203 (in Chinese) [王清华、张颖颖、来建成、李振华、贺安之 2007 物理学报 **56** 1203]

[20] Zhang H Y, Zhao W J, Ren D M 2008 *The Journal of Light Scattering* **20** 102 (in Chinese) [张合勇、赵卫疆、任德明 2008 光散射学报 **20** 102]

[21] Huang C J, Liu Y F, Wu Z S, Sun Y Q, Long S M 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2397 (in Chinese) [黄朝军、刘亚锋、吴振森、孙彦清、龙姝明 2009 物理学报 **58** 2397]

[22] Christian M 2002 *Effects of Rain on Propagation, Absorption and Scattering of Microwave Radiation Based on the Dielectric Model of Liebe.* Research Report No. 2002-10

Effects analysis of rainfall on microwave transmission characteristics^{*}

Liu Xi-Chuan[†] Gao Tai-Chang Qin Jian Liu Lei

(*Institute of Meteorology, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101, China*)

(Received 25 May 2009; revised manuscript received 4 June 2009)

Abstract

Based on the normalized raindrops size distribution, dielectric model of raindrop and Mie scattering theory, the scattering characteristic of raindrop cluster in the microwave and millimeter domain are calculated, the effect of raindrop size distribution, rain-rate, incidence wave frequency and temperature on the microwave transmission are discussed. The results show that the scattering capabilities of raindrop clusters decrease in the order of JD, MP, Gamma and JD. The effect of rain-rate on microwave transmission is the strongest, the incidence wave frequency takes second place, and the temperature is the weakest. These results will be helpful to the evaluation of the effect of precipitation on microwave transmission and the improvement of the precipitation detection precision of millimeter radar and precipitation-measuring radar, etc.

Keywords: microwave transmission, raindrop size-distribution, Mie scattering, scattering and attenuation

PACC: 9260V, 6110D, 1180J

^{*} Project supported by the National Special Fund for the Commonweal Industry of China (Grant No. GYHY200806030).

[†] E-mail: liuxc85@gmail.com