

舰船感应磁场预测的一种新方法^{*}

陈 杰[†] 鲁习文

(华东理工大学理学院, 上海 200237)

(2009 年 2 月 18 日收到 2009 年 4 月 15 日收到修改稿)

提出一种基于磁化强度的舰船感应磁场预测法. 首先证明了一个基于磁化观点的铁磁物体内部磁场强度计算公式, 随后通过该公式导出了点函数去磁张量的概念并证明了它的一些性质, 最后利用此公式构造了一个预测非均匀外场中舰船感应磁场的新方法——磁化强度法, 且在该方法中用到了点函数去磁张量. 与传统的舰船感应磁场预测方法相比, 磁化强度法具有计算量小、精度高、物理意义明显等特点. 船模数值试验验证了本方法.

关键词: 舰船, 消磁, 感应磁场, 磁化强度

PACC: 4110D, 0290

1. 引 言

众所周知, 地球是一个巨大的磁体, 在其周围空间充满了地球磁场. 钢铁建造的舰船受到地球磁场的作用将被磁化, 形成舰船磁场. 磁性水雷就是利用舰船磁场进行起爆的. 除了水雷广泛使用磁性引信外, 目前有些鱼雷也采用磁性制导. 对于潜艇来讲, 还要同时防御飞机在空中对潜艇的磁性探测. 如果能通过某种途径将舰船磁场消除掉, 那么磁性水雷等武器就将发挥不出作用了. 正是基于这种思想才产生了舰船消磁^[1,2]. 所以, 所谓舰船消磁就是为了防止磁性武器等的攻击, 尽量减小舰船周围的磁场, 见图 1.

舰船消磁的主要步骤是首先利用数学模型来预测舰船在空间中产生的磁场, 随后根据预测值来调整消磁线圈中的电流大小, 使得线圈产生与预测值大小相等、方向相反的磁场, 从而达到减小磁场的目的. 由此不难发现, 磁场预测的准确与否直接影响到舰船消磁的质量. 根据产生机理的不同, 舰船磁场大体上可以分为感应磁场和固定磁场^[1,2]. 当一个铁磁物体置于外磁场中, 它将被磁化, 从而在物体中产生感应磁化强度. 感应磁化强度在物体外部产生的磁场称为感应磁场. 航行中的舰船在地磁场的影响下被磁化, 从而产生了舰船感应磁场.

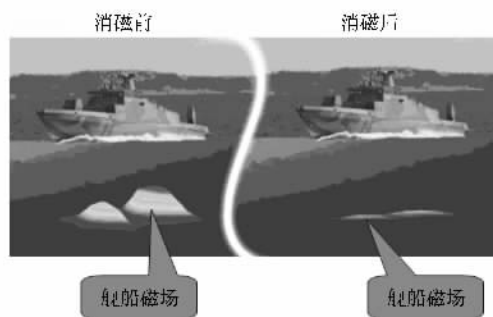


图 1 舰船消磁前后舰船磁场对比

本文主要讨论舰船感应磁场的预测, 目前常用的方法有抗干扰调整法^[1]和有限元法^[2-5]. 抗干扰调整法是一种物理建模, 它需要在试验水域中对实船或船模进行反复的磁场测量, 且所得的结果仅适用于被研究的船型, 不具有通用性, 因此该方法需要大量的人力物力投入. 有限元方法是一个常用的数学模型, 它处理的是感应磁场的标量磁位所满足的 Laplace 方程^[6]. 然而为了构造边界条件, 该方法必须在一个包含舰船的、很大的区域内对空间进行划分, 通常划分得到的元素会达到上百万个^[2], 这样就对存储空间以及线性方程组的求解算法提出很高的要求.

在本文中我们提出一个预测舰船感应磁场的新数学模型——磁化强度法. 首先证明了一个基于磁化观点的铁磁物体内部磁场强度计算公式, 随后利

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 50771067)资助的课题.

[†] E-mail: jiechen@mail.ecust.edu.cn

用此公式导出了点函数去磁张量的概念,最后利用该公式构造了一个预测舰船感应磁场的磁化强度法,并且在该方法中用到了点函数去磁张量.磁化强度法直接处理舰船的感应磁化强度,而感应磁场又是由感应磁化强度所产生,因此该方法从根本上解决了感应磁场的预测.并且,运用磁化强度法时只需要对舰船进行划分,这样产生的元素就会大大减少,有利于计算.对简易船模进行数值模拟的结果表明磁化强度法即使在较粗略的划分下也具有很高的精度.

2. 两个基本公式

首先给出磁化强度法所用到的两个基本公式.

在电磁学中我们知道,磁化物体产生的磁场可以由公式

$$H(r) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \rho \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV$$

$$H(r) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{3[\mathbf{M}^T \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')] (\mathbf{r} - \mathbf{r}') - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 \mathbf{M}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^5} dV, \quad (2)$$

其中 $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\mathbf{r}')$, $\mathbf{r}' \in \bar{V}$ 是物体 $\bar{V}$ 的磁化强度.但我们在本文中指出,只有当 $\mathbf{r} \in R^3 - \bar{V}$ 时,(2)式才是

$$H(r) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{3[\mathbf{M}^T \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')] (\mathbf{r} - \mathbf{r}') - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 \mathbf{M}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^5} dV - \frac{1}{3} \mathbf{M}(r), \quad (3)$$

因此实际上是(2)和(3)式一起组成了与(1)式对应的公式.(2)和(3)式是磁化强度法的基本公式.

3. 基于磁化观点的铁磁物体内部磁场强度计算公式的证明

下面给出基于磁化观点的铁磁物体内部磁场强度计算公式(3)的证明.

设 $\mathbf{r} \in V$ 是一个固定点,假定磁化强度 $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\mathbf{r}')$ 在 $\bar{V}$ 中连续,并且其一阶偏导数在 V 中连续.当 $\mathbf{r}' \in V - \{\mathbf{r}\}$ 时成立,

$$\begin{aligned} & \nabla' \cdot \left(\frac{\mathbf{M}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) \\ &= \frac{\nabla' \cdot \mathbf{M}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} + \mathbf{M}^T \cdot \nabla' \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \end{aligned} \quad (4)$$

把 $\{\mathbf{r}' : |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| < \varepsilon, \mathbf{r}' \in V\}$ 记作 $V_\varepsilon(r)$, 对任意 $\varepsilon >$

$$+ \frac{1}{4\pi} \iint_{\partial V} \omega \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dS \quad (1)$$

计算得到,其中 $V \subset R^3$ 是一个开集, ∂V 是 V 的边界面, $\bar{V} = V \cup \partial V$ 表示所研究的物体, $\mathbf{r}' \in \bar{V}$ 是一个源点, $\rho = \rho(\mathbf{r}')$, $\mathbf{r}' \in V$ 和 $\omega = \omega(\mathbf{r}')$, $\mathbf{r}' \in \partial V$ 分别为物体的磁荷体密度和面密度, $\mathbf{r} \in R^3 - \partial V$ 是一个观察点, $\mathbf{n}$ 是 ∂V 上的单位外法向量, ∇ 是关于 $\mathbf{r}'$ 的梯度, $H(\mathbf{r})$ 是 $\mathbf{r}$ 处的磁场.通常(1)式被认为是基于磁荷观点的磁场计算公式.文献[6]中证明了无论观察点 $\mathbf{r}$ 处于物体的内部 V 还是外部 $R^3 - \bar{V}$, (1)式都是成立的.但(1)式的物理意义并不明显,因为直到目前为止,自然界中还没有发现自由磁荷的存在.为了克服这个缺点,人们引入了磁化观点来处理电磁学问题,此观点直接利用了物体的磁化强度.通常认为基于磁化观点的与(1)式对应的公式为

成立的,并且给出了在内点 $\mathbf{r} \in V$ 的一个磁场计算公式:

0,将(4)式在 $V - V_\varepsilon(r)$ 上积分,再利用 Gauss 定理^[7],整理后得到

$$\begin{aligned} & \iiint_{V - V_\varepsilon(r)} \mathbf{M}^T \cdot \nabla' \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV \\ &= - \iiint_{V - V_\varepsilon(r)} \frac{\nabla' \cdot \mathbf{M}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV + \iint_{\partial V} \frac{\mathbf{M}^T \cdot \mathbf{n}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dS \\ & \quad - \iint_{\partial V_\varepsilon(r)} \frac{\mathbf{M}^T \cdot \mathbf{n}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dS, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\mathbf{n}$ 是相应边界面上的单位外法向量.

接下来在上式两边关于 $\mathbf{r}$ 取负梯度 $-\nabla$. 利用 $-\nabla (1/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) = (\mathbf{r} - \mathbf{r}')/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3$ 同时注意到 $\mathbf{M}$ 与 $\mathbf{r}$ 无关,我们得到

$$- \iiint_{V - V_\varepsilon(r)} \nabla \left(\mathbf{M}^T \cdot \nabla' \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) dV$$

$$\begin{aligned}
&= - \iiint_{V-\bar{V}_{\varepsilon_1}(r)} \nabla' \cdot M \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV \\
&\quad + \iint_{\partial \bar{V}} M^T \cdot \mathbf{n} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dS \\
&\quad - \iint_{\partial \bar{V}_{\varepsilon_1}(r)} M^T \cdot \mathbf{n} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dS. \quad (6)
\end{aligned}$$

考虑上式右端的最后一项. 由于 $r \in V$ 并且 V 是一个开集, 因此存在一个充分小的 $\varepsilon_1 > 0$, 使得 $\partial \bar{V}_{\varepsilon_1}(r) = S_{\varepsilon_1}(r)$, 其中 $S_{\varepsilon_1}(r)$ 表示 R^3 中的一个球心在 r , 半径为 ε_1 的球面. 因此对任意 $r' \in \partial \bar{V}_{\varepsilon_1}(r)$ 成立,

$$\mathbf{r} - \mathbf{r}' = -\varepsilon_1 \mathbf{n}_{\varepsilon_1, r}(\mathbf{r}'), \quad (7)$$

其中 $\mathbf{n}_{\varepsilon_1, r}(\mathbf{r}')$ 表示球面 $S_{\varepsilon_1}(r)$ 上 r' 处的单位外法向量. 另一方面, 由于 M 在 $\bar{V}$ 中连续, 因此存在充分小的 $\varepsilon_2 > 0$, 使得 $\partial \bar{V}_{\varepsilon_2}(r)$ 中的 M 可以被认为是一个常向量 $M(r)$, 这也就意味着

$$M(\partial \bar{V}_{\varepsilon_2}(r)) = M(r). \quad (8)$$

选取 $\min \{\varepsilon_1, \varepsilon_2\} > \varepsilon > 0$, 并考虑到(7)式和(8)式, 我们得到

$$\begin{aligned}
&- \iint_{\partial \bar{V}_{\varepsilon}(r)} M^T \cdot \mathbf{n} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dS \\
&= \frac{1}{\varepsilon^2} \iint_{S_{\varepsilon}(r)} (M^T \cdot \mathbf{n}_{\varepsilon, r}) \mathbf{n}_{\varepsilon, r} dS
\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\varepsilon^2} \iint_{S_{\varepsilon}(r)} (M(r)^T \cdot \mathbf{n}_{\varepsilon, r}) \mathbf{n}_{\varepsilon, r} dS = \frac{4\pi}{3} M(r). \quad (9)$$

文献[6]中已证明了无界函数广义积分

$$\begin{aligned}
&\iiint_V \nabla' \cdot M \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV \\
&\triangleq \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \iiint_{V-\bar{V}_{\varepsilon}(r)} \nabla' \cdot M \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV \quad (10)
\end{aligned}$$

存在, 因此从(6)式可以知道广义积分

$$\begin{aligned}
&\iiint_V \nabla \left(M^T \cdot \nabla' \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) dV \\
&\triangleq \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \iiint_{V-\bar{V}_{\varepsilon}(r)} \nabla \left(M^T \cdot \nabla' \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) dV \quad (11)
\end{aligned}$$

同样存在, 并且考虑到(9)和(10)式, 上式满足

$$\begin{aligned}
&- \iiint_V \nabla \left(M^T \cdot \nabla' \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) dV \\
&= - \iiint_V \nabla' \cdot M \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV \\
&\quad + \iint_{\partial \bar{V}} M^T \cdot \mathbf{n} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dS + \frac{4\pi}{3} M(r). \quad (12)
\end{aligned}$$

按照磁荷观点, 内点 $r \in V$ 处的磁场强度可由(1)式计算, 因此我们首先将关系式 $-\nabla' \cdot M = \rho$ 和 $M^T \cdot \mathbf{n} = \omega$ [6] 代入(12)式, 然后再将(12)式代入(1)式. 整理后可以得到

$$\begin{aligned}
H(r) &= \frac{1}{4\pi} \left[- \iiint_V \nabla \left(M^T \cdot \nabla' \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) dV - \frac{4\pi}{3} M(r) \right] \\
&= \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{3[M^T \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')] (\mathbf{r} - \mathbf{r}') - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 M}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^5} dV - \frac{1}{3} M(r), \quad (13)
\end{aligned}$$

这就是一个基于磁化观点的计算物体 $\bar{V}$ 的内部区域 V 中磁场的公式, 即前面给出的(3)式.

4. 点函数去磁张量

本小节利用(3)式引出物体的点函数去磁张量概念, 并证明其一些性质. 该张量将会在磁化强度法中被用到.

若将一铁磁物体 $\bar{V}$ 置于外磁场 H_0 中, 它将会

被磁化, 这意味着 $\bar{V}$ 中产生了感应磁化强度 M^{ind} . 由 M^{ind} 在物体 $\bar{V}$ 的内部区域 V 产生的磁场称为去磁场 H^{d} .

假设一个任意形状的铁磁物体 $\bar{V}$ 在某个外磁场中均匀磁化, 也就是说 $M^{\text{ind}}(\bar{V}) = \bar{M}^{\text{ind}}$, 其中 $\bar{M}^{\text{ind}}$ 是一个常向量. 点函数去磁张量 $N(r)$ 在文献[8]中被定义为

$$H^{\text{d}}(r) = -N(r) \bar{M}^{\text{ind}}, \quad r \in V. \quad (14)$$

由(3)可知在任何内点上, 满足

$$H^{\text{d}}(r) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{3[\bar{M}^{\text{ind}^T} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')] (\mathbf{r} - \mathbf{r}') - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 \bar{M}^{\text{ind}}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^5} dV - \frac{1}{3} \bar{M}^{\text{ind}}$$

$$= - \left[\frac{1}{3} I - C(r) \right] \bar{M}^{\text{ind}}, r \in V, \quad (15)$$

其中 I 是一个 3×3 的单位阵, 并且如果在直角坐标中有 $r' = (x', y', z')$ 和 $r = (x, y, z)$ 的话, 那么

$C(r)$ 可以表示为

$$C(r) = \frac{1}{4\pi} \begin{pmatrix} \iiint_V \frac{3(x-x')^2 - |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^5} dV & \iiint_V \frac{3(y-y')(x-x')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^5} dV & \iiint_V \frac{3(z-z')(x-x')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^5} dV \\ \iiint_V \frac{3(x-x')(y-y')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^5} dV & \iiint_V \frac{3(y-y')^2 - |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^5} dV & \iiint_V \frac{3(z-z')(y-y')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^5} dV \\ \iiint_V \frac{3(x-x')(z-z')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^5} dV & \iiint_V \frac{3(y-y')(z-z')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^5} dV & \iiint_V \frac{3(z-z')^2 - |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^5} dV \end{pmatrix}, \quad (16)$$

它是一个对称二阶张量, 且只依赖于 r 和 V . 容易验证 $C(r)$ 的迹满足

$$\text{tr}(C(r)) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{3[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2] - 3|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^5} dV = 0, \quad (17)$$

因此 $C(r)$ 中只有 5 个独立元素.

对比(14)和(15)式可以发现, 这里的点函数去磁张量 $N(r)$ 具有形式

$$N(r) = \frac{1}{3} I - C(r), r \in V, \quad (18)$$

它依赖于铁磁物体 $\bar{V}$ 的形状以及内点 r 的位置. 很明显 $N(r)$ 具有性质 $N(r) = N^T(r)$ 和 $\text{tr}(N(r)) = 1$. 这些性质与文献[8]和[9]中分别利用 Dirac 广义函数和立体角证明的结论一致, 而本文的证明要简便得多.

5. 磁化强度法的构造

由铁磁物体 $\bar{V}$ 在外磁场 H_0 中磁化得到的感应磁化强度 M^{ind} 而在外部区域 $R^3 - \bar{V}$ 产生的磁场称为感应磁场 H^{ind} . 下面构造磁化强度法来计算处于非均匀外磁场 H_0 中的铁磁物体的感应磁场 H^{ind} .

在任意一个内点 $r \in V$ 上, 总磁场 $H(r)$ 满足

$$H(r) = H_0(r) + H^{\text{d}}(r), \quad (19)$$

并且从(3)式, 我们知道

$$H^{\text{d}}(r) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{3[M^{\text{ind}^T} \cdot (\mathbf{r}-\mathbf{r}')] (\mathbf{r}-\mathbf{r}') - |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2 M^{\text{ind}}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^5} dV - \frac{1}{3} M^{\text{ind}}(r), r \in V. \quad (20)$$

另一方面, 由文献[10]可知存在关系式

$$M^{\text{ind}}(r) = \chi(r) H(r), r \in V, \quad (21)$$

其中 $\chi(r)$ 是铁磁物体的磁化率, 并假设为已知. 将(20)和(21)式代入(19)式, 得到

$$\left(\frac{\chi(r)}{3} + I \right) H(r) = H_0(r) + \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{3[(\chi H)^T \cdot (\mathbf{r}-\mathbf{r}')] (\mathbf{r}-\mathbf{r}') - |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2 \chi H}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^5} dV, \quad (22)$$

这是一个弱奇异第二类 Fredholm 积分方程, 通常用离散化方法求解^[11].

我们将 V 划分成 n 个元素 $V_j (j = 1, 2, \dots, n)$, 并将每个元素 V_j 的重心记为 r_j . 假设 V_j 中的总磁场 H 和磁化率 χ 为常数, 并取它们在 r_j 处的值, 也就是说 $H(V_j) = H(r_j)$ 以及 $\chi(V_j) = \chi(r_j)$. 然后利

用(22)式, 计算后可以得到在 $r_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 处成立

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\chi(r_i)}{3} + I \right) H(r_i) \\ &= H_0(r_i) + \sum_{j=1}^n C_{ij} \chi(r_j) H(r_j), \end{aligned} \quad (23)$$

其中 C_{ij} 的定义与 $C(r)$ 相同,除了用 V_j, r_j 和 (x_i, y_i, z_i) 分别代替 V, r 和 (x, y, z) . 如果令 N_i 表示元素 V_i 在重心 r_i 处的点函数去磁张量,那么可以从 (23) 式导出一个关于 H 的向量方程组:

$$\begin{pmatrix} N_1\chi(r_1) + I & -C_{12}\chi(r_2) & \cdots & -C_{1n}\chi(r_n) \\ -C_{21}\chi(r_1) & N_2\chi(r_2) + I & \cdots & -C_{2n}\chi(r_n) \\ & & \ddots & \\ -C_{n1}\chi(r_1) & -C_{n2}\chi(r_2) & \cdots & N_n\chi(r_n) + I \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} H(r_1) \\ H(r_2) \\ \vdots \\ H(r_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_0(r_1) \\ H_0(r_2) \\ \vdots \\ H_0(r_n) \end{pmatrix}, \quad (24)$$

其中有 $3n$ 个标量方程和 $3n$ 个标量未知量.

由于 (24) 式是从第二类 Fredholm 积分方程 (22) 式离散得到的,而众所周知第二类 Fredholm 积分方程是一个正问题,因此 (24) 式不会是一个病态方程组,所以可以直接求解而不必采用正则化处理^[12-14]. 通过求解 (24) 式得到 H 后,我们可从 (21) 式得知每个元素中的感应磁化强度是恒定的,并满足

$$M^{\text{ind}}(V_j) = M^{\text{ind}}(r_j) = \chi(r_j)H(r_j). \quad (25)$$

最后由 (2) 式可知铁磁物体在外部点上的感应磁场可以由下式计算得到:

$$H^{\text{ind}}(r) = \sum_{j=1}^n C_j(r)M^{\text{ind}}(r_j), \quad r \in R^3 - \bar{V}, \quad (26)$$

其中 $C_j(r)$ 的定义与 $C(r)$ 相同,除了用 V_j 代替 V .

6. 数值模拟

为了验证磁化强度法在计算舰船感应磁场时的有效性,我们设计了一个具有双层壳体结构的简易潜艇模型进行数值模拟. 该模型由两个同轴的圆柱壳体组成,内外壳体的直径分别为 0.280 m 和 0.456 m,长度为 1 m,厚度为 0.0015 m,壳体材料的磁化率为 179. 现将模型置于一直角坐标中,使得模型的中心位于原点,轴线与 X 轴重合,并取外磁场沿 Z 轴正方向,大小为 34000 nT,见图 2.

利用磁化强度法,我们把简易潜艇模型划分成 200 个元素,用 (24) 和 (25) 式计算得到它的感应磁化强度,如图 3 所示. 可以发现磁化强度在靠近上下两边时较弱,而在左右两边时较强. 这是由于上下两边处的壳体部分与外磁场的方向几乎垂直,而壳体又

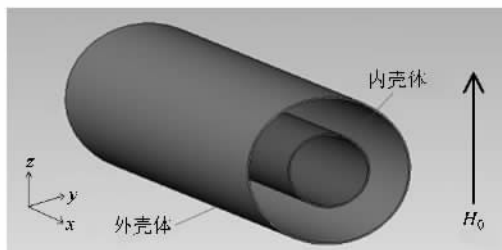


图2 简易潜艇模型及外磁场

较薄,因此这里产生的去磁场较大,导致磁化稍困难一些. 另一方面可以看出,内壳体的磁化要弱于外壳体的磁化. 这是由于外壳体对其内部空间产生了明显的屏蔽作用,使得内壳体相对不容易被磁化.

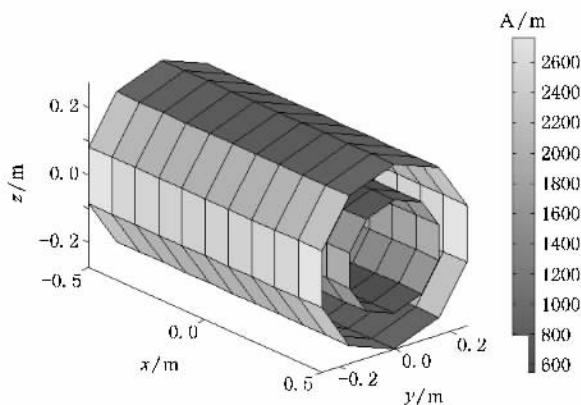


图3 感应磁化强度 M^{ind}

随后利用 (26) 式来计算模型在线段 $L = \{X, Y, Z\}, | -4 \leq X \leq 4, Y = 0, Z = 1.368 \}$ (m) 上产生的感应磁场. 作为比较,我们同时用有限元法计算了同样的问题,两者所得的磁场如图 4 所示. 最后得到两种方法 X 和 Z 分量的最大相对误差分别为 6.6% 和 5.7%,而 Y 分量的计算结果全部为零.

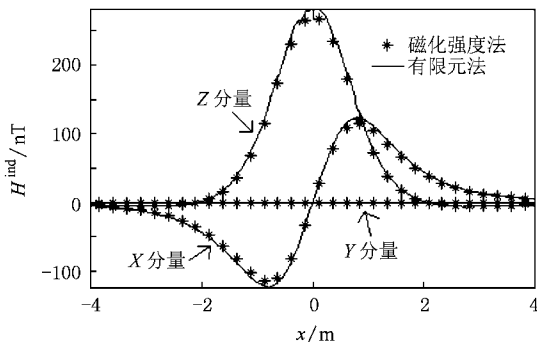


图4 感应磁场预测值的比较

在运用有限元法时,必须在包含模型及预测区域的一个较大的求解空间内进行划分,此处划分了约 500000 个元素,总计算时间约为 103 s. 而磁化强度法只需把模型划分成 200 个元素即可保证较高的预测精度,计算时间约 25 s,并且计算得到的感应磁化强度也具有明显的物理意义(两种方法的计算时间均为在主频 3.2 GHz,内存 1 GB 的计算机上的运行结果). 由此可见磁化强度法具有较高的工程应用价值.

7. 结 论

本文首先提出并证明了一个基于磁化观点的铁磁物体内部磁场强度计算公式,随后根据该公式以及点函数去磁张量的概念构造了预测舰船感应磁场的磁化强度法,最后用船模数值模拟验证了该方法. 磁化强度法计算量小、预测精度高、物理意义明显,因此具有较高的工程应用价值.

-
- [1] Du Z Y 1983 *Ship Degaussing* (Beijing :National Defence Industry Press) (in Chinese) [杜志瀛 1983 舰船消磁(北京 :国防工业出版社)]
 - [2] Aird G J C 2000 *Modelling the Induced Magnetic Signature of Naval Vessels* (Doctorial Thesis, University of Glasgow)
 - [3] Li R X 1993 *Finite Element Method and Boundary Element Method* (Shanghai : Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) (in Chinese) [李瑞遐 1993 有限元法与边界元法(上海 :上海科技教育出版社)]
 - [4] Davey K R 1994 *IEEE Trans. Magn.* **30** 3451
 - [5] Brunotte X, Meunier G, Bongiraud J P 1993 *IEEE Trans. Magn.* **29** 1970
 - [6] Stratton J A 1941 *Electromagnetic Theory* (New York : McGraw-Hill)
 - [7] Apostol T M 1974 *Mathematical Analysis* (Massachusetts : Addison-Wesley)
 - [8] Schlömann E 1962 *J. Appl. Phys.* **33** 2825
 - [9] Moskowitz R, Torre E D 1966 *IEEE Trans. Magn.* **2** 739
 - [10] Rothwell E J, Cloud M J 2001 *Electromagnetics* (Boca Raton : CRC Press)
 - [11] Delves L M, Walsh J 1974 *Numerical Solution of Integral Equations* (Oxford : Clarendon Press)
 - [12] Cai Q F, Gao S T, Huang S X, Li Z Q, Zhong K 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3912 (in Chinese) [蔡其发、高守亭、黄思训、李自强、钟 科 2008 物理学报 **57** 3912]
 - [13] Chen J, Jia W Q, Li J Q, Yang C 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4258 (in Chinese) [陈 进、贾文强、李加庆、杨 超 2008 物理学报 **57** 4258]
 - [14] Guo C B, Xiao C H, Liu D M 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4182 (in Chinese) [郭成豹、肖昌汉、刘大明 2008 物理学报 **57** 4182]

A new method for predicting the induced magnetic field of naval vessels^{*}

Chen Jie[†] Lu Xi-Wen

(School of Science, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China)

(Received 18 February 2009 ; revised manuscript received 15 April 2009)

Abstract

A method based on magnetization is proposed to predict the induced magnetic field of naval vessels. We first deduce a formula to calculate the magnetic field in the internal region of magnetized objects from the viewpoint of magnetization, and then use the formula to define the point-function demagnetizing tensor and prove some properties of the tensor. Finally we use this formula to develop a new method to predict the induced magnetic field of naval vessels in a nonuniform applied field, and we call it the Magnetization Method, in which the point-function demagnetizing tensor is used. Compared with traditional methods, the magnetization method features low computational cost, high precision and manifest physical meaning. A numerical simulation of ship model verifies the method.

Keywords : naval vessels, degaussing, induced magnetic field, magnetization

PACC : 4110D, 0290

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10771067).

[†] E-mail : jiechen@mail.ecust.edu.cn