

色散效应对光学参量放大器量子起伏特性的影响*

赵超樱^{1) 2) †} 谭维翰³⁾

1) (杭州电子科技大学理学院, 杭州 310018)

2) (山西大学光电研究所, 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 太原 030006)

3) (上海大学物理系, 上海 200444)

(2009 年 4 月 10 日收到; 2009 年 6 月 29 日收到修改稿)

解析求解了包含色散、损耗和抽运吃空的含时的 Fokker-Planck 方程, 通过数值计算首先获得了色散时简并参量放大(DOPA)系统的光压缩特性. 研究表明: 色散效应是由非线性极化率从 χ'' 增大到 $\chi'' \sqrt{1 + \sigma^2}$ 而引起的. 随着色散效应的逐渐增大, 压缩曲线的形状基本相同, 且整体向左收缩, 最大压缩趋近于线性理论的结果 $1/(1 + \mu)$. 还获得了色散时非简并参量放大(NOPA)系统的光纠缠特性. 研究发现: 当 σ 给定, 随着抽运参数 μ 的增大, 相应的相位变化也增大, 非线性极化率的极性发生多次变化, 极性为正阶段的增益大部分被极性为负阶段的衰减所抵消, 净增益不大, 压缩也不大, 最小均方差 V_1 的值逐渐减小, 且整体向右移动, 接近于线性理论的结果 $1/(1 + \mu)$.

关键词: 色散, 量子起伏, 光学参量放大器

PACC: 4250, 4265K

1. 引 言

压缩态光场是一类重要的非经典光场, 两单模压缩态通过分束器可以产生连续变量纠缠态光. 有关连续变量纠缠态光的理论和实验的研究一直以来都是热点. 因为它是量子信息的核心^[1], 在实验上已经成功演示了量子离物传态^[2]、量子密集编码^[3]和量子保密通信^[4]等, 而实验中所采用的光的压缩度要求很高. 又因为纠缠源于压缩, 所以高压压缩高纠缠的参量光一直是我们所希望获得的. 实验上已经通过各种途径来实现高压压缩度^[5-10], 目前已经实现的最大压缩为 6 dB^[8,11]. 在对压缩态光的研究中, 光损耗、抽运吃空 (pump depletion) 和色散效应都是需要考虑的, 特别是介质的色散效应是不能忽略的. 实验上也通过将相互作用限制得很短来避免色散效应^[12,13], 然而这反过来又制约了压缩度的提高. 最近日本的研究小组通过飞秒脉冲抽运 PPLN 晶体, 讨论了色散效应对压缩度和光子数统计的影响^[14]. 俄国研究小组发现通过锁模亚 Poisson 激光器可以减小相位弥散从而产生高压压缩度的宽带压

缩光^[15].

我们以前对光参量放大光量子起伏的研究, 最早是放在由于产生参量放大晶体的色散导致相位不匹配以及采用周期改变晶体的极性以获得准相位匹配最佳压缩的条件下. 我们是通过解有色散以及增益并含周期改变极性元, 但不计抽运吃空的 Fokker-Planck 方程^[16]. 稍后又研究了抽运吃空的影响, 求解有损耗但不考虑色散的含时简并参量放大(DOPA)系统的 Fokker-Planck 方程, 计算其压缩度^[17]. 在此基础上通过演示 EPR 佯谬的计算, 进一步研究了有损耗的含时非简并参量放大(NOPA)系统输出光的纠缠度^[18,19]. 在含时 DOPA 系统的压缩光以及含时 NOPA 系统的纠缠光的研究中, 仅考虑了光的损耗、抽运吃空, 但没有把色散包括进去. 为此, 本文主要研究包含色散、损耗和抽运吃空的含时的 Fokker-Planck 方程的解及其参量光压缩与纠缠的量子特性, 重点是讨论色散效应的影响. 例如在文献^[17]中得出“参量光短时处于高压压缩 $1/(1 + \mu)$ 态, 而长时则处于低压压缩 $1/2$ 态”以及“相应的纠缠态最佳实现 EPR”是否会因为色散的引入而产生很大的改变? 研究表明: 考虑到色散后, 非线性极

* 山西省自然科学基金 (批准号: 2006011003) 资助的课题.

† E-mail: zchy49@sohu.com

化率有所增强,对压缩与纠缠均带来相应的影响.随着色散效应的增加,最佳实现 EPR 佯谬的最小值也会发生变化.

2. 含时 NOPA 系统的理论模型

我们这个理论模型由 Hamilton 量与含时的 Fokker-Planck 方程,参量光 α_1, α_2 和抽运光 α_0 所满足的动力学方程两部分构成^[16-19].

2.1. 系统的 Hamilton 量与含时的 Fokker-Planck 方程

我们考虑一个 NOPA 系统,其总的 Hamilton 量可表示为^[20]

$$H = H_0 + V + W, \quad (1)$$

其中

$$H_0 = \hbar\omega_0 a_0^\dagger a_0 + \hbar\omega_1 a_1^\dagger a_1 + \hbar\omega_2 a_2^\dagger a_2 + i\hbar(Ee^{-i\omega_1 t} a_0^\dagger - E^* e^{i\omega_1 t} a_0) + \sum_{j,i=1,2} \hbar\omega_j B_{ji}^\dagger B_{ji},$$

$$V = \hbar \sum k_j (B_{j1} a_1^\dagger + B_{j2} a_2^\dagger) + \hbar \sum k_j^* (B_{j1}^\dagger a_1 + B_{j2}^\dagger a_2),$$

$$W = \frac{i\hbar}{2} (2\varepsilon a_1^\dagger a_2^\dagger - 2\varepsilon^* a_1 a_2),$$

ω_0, ω_1 和 ω_2 分别对应抽运光、信号光和闲置光的频率.我们假设满足相位匹配条件,故有 $\omega_1 + \omega_2 = \omega_0$ 以及 $\hbar\omega_1 = \hbar\omega_2 = \hbar\omega_0/2$.除此之外, E 表示相干驱动场的振幅,频率为 $\omega_1 \approx \omega_0$. $B_{ji} (B_{ji}^\dagger)$, $i, j = 1, 2$ 表示热库算符.当 $a_1 = a_2$ 时, NOPA 系统自然过渡到 DOPA 系统,即简并的情况.

对 NOPA 系统的参量光 $a_1 (a_1^\dagger)$, $a_2 (a_2^\dagger)$ 进行如下变换:

$$\begin{aligned} a_1 &= (b_1 + b_2)/\sqrt{2}, \\ a_2 &= (b_1 - b_2)/\sqrt{2}. \end{aligned} \quad (2)$$

我们已经证明一个 NOPA 系统可以看成是由以 b_1 (增益为 ε , 损耗为 k) 为变量的 DOPA1 系统,和以 b_2 (增益为 $-\varepsilon$, 损耗为 k) 为变量的 DOPA2 系统共同组成的. NOPA 系统的密度矩阵 ρ 可表示为 DOPA1 系统的密度矩阵 ρ_1 和 DOPA2 系统的密度矩阵 ρ_2 的乘积,即 $\rho = \rho_1 \cdot \rho_2$. 同理,在正 P 表象中, NOPA 系统的准概率 p 可表示为 DOPA1 系统的准概率 p_1 与 DOPA2 系统的准概率 p_2 的乘积,即 $p = p_1 \cdot p_2$. 算子 b_1, b_2 可分别表示为 c 数 α_1, α_2 . p_1, α_1 ;

p_2, α_2 分别满足如下的 Fokker-Planck 方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_1}{\partial t} &= \left[\frac{k}{\sqrt{2}} \left(\frac{\partial}{\partial \alpha_1} \alpha_1 + \frac{\partial}{\partial \alpha_1^*} \alpha_1^* \right) - \left(\frac{\varepsilon}{2} \alpha_1^* \frac{\partial}{\partial \alpha_1} + \frac{\varepsilon^*}{2} \alpha_1 \frac{\partial}{\partial \alpha_1^*} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon}{2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha_1^2} + \frac{\varepsilon^*}{2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha_1^{*2}} \right) \right] p_1, \\ \frac{\partial p_2}{\partial t} &= \left[\frac{k}{\sqrt{2}} \left(\frac{\partial}{\partial \alpha_2} \alpha_2 + \frac{\partial}{\partial \alpha_2^*} \alpha_2^* \right) + \left(\frac{\varepsilon}{2} \alpha_2^* \frac{\partial}{\partial \alpha_2} + \frac{\varepsilon^*}{2} \alpha_2 \frac{\partial}{\partial \alpha_2^*} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon}{2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha_2^2} + \frac{\varepsilon^*}{2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha_2^{*2}} \right) \right] p_2. \end{aligned} \quad (3)$$

光参量 c 数 α_1, α_2 及抽运光 α_0 可由下面的动力学方程决定,一般是随相互作用时间 τ 变化的,由此决定的增益 $\varepsilon = \chi'' \alpha_0$ 也是含时的.故称(3)式为含时的 Fokker-Planck 方程.

2.2. 参量光 α_1, α_2 和抽运光 α_0 所满足的动力学方程

抽运光 $\alpha_0(\tau)$ 要通过与非线性介质的相互作用才能实现下转换,产生参量光 $\alpha_1(\tau), \alpha_2(\tau)$. 抽运光 $\alpha_0(\tau)$ 及参量光 $\alpha_1(\tau), \alpha_2(\tau)$ 所满足的动力学方程由相应的 Langevin 方程去掉量子起伏项得到.考虑到介质与光场相互作用的非线性极化率可表示成 $\chi = \chi' + i\chi''$, 若不考虑色散,即略去非线性极化率的实部 χ' 对折射率的修正,仅保留虚部增益项 χ'' , 这就是文献[17-19]所用的归一化后的动力学方程

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha_1}{d\tau} &= -\alpha_1 + \frac{\chi''}{\gamma_1} \alpha_0 \alpha_1^*, \\ \frac{d\alpha_2}{d\tau} &= -\alpha_2 - \frac{\chi''}{\gamma_1} \alpha_0 \alpha_2^*, \\ \frac{d\alpha_0}{d\tau} &= -\gamma_r \alpha_0 + \frac{\varepsilon}{\gamma_1} - \frac{\chi''}{2\gamma_1} \alpha_1^2. \end{aligned} \quad (4)$$

其中无量纲时间 $\tau = kt = \gamma_1 t$, $\gamma_r = \gamma_2/\gamma_1$ 是衰减率, γ_1 为参量光的衰减率, γ_2 为抽运光的衰减率. ε 是外部相干场的振幅.介电系数 $\varepsilon = \chi \alpha_0 = (\chi' + i\chi'') \alpha_0$. 当 $\alpha_1 = \alpha_2$ 时, NOPA 系统的动力学方程自然过渡到 DOPA 系统的情况,即简并的情况.

3. 考虑色散后含时 DOPA 系统的压缩特性

考虑到色散效应的影响,非线性极化率的折射率 χ' 不能略去, $n = \sqrt{1 + \varepsilon} = 1 + (\chi' + i\chi'')\alpha_0/2 = n' + in''$, 实部 $n' = 1 + \chi'\alpha_0/2$ 表示介质对不同频率的光的传播的折射率的修正,而虚部 $n'' = \chi''\alpha_0/2$ 表示增益^[16]. 当 $\alpha_1 = \alpha_2$ 时,在(4)式的基础上,DOPA 系统的动力学方程可写为

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha_1}{d\tau} &= -\alpha_1 - i\frac{\chi}{\gamma_1}\alpha_0\alpha_1^*, \\ \frac{d\alpha_0}{d\tau} &= -\gamma_r\alpha_0 + \frac{\varepsilon}{\gamma_1} - \frac{\chi''}{2\gamma_1}\alpha_1^2. \end{aligned} \quad (5)$$

假设 α_0 是实数,把复数 α_1 写成实部和虚部两部分 $\alpha_1 = \beta_1 + i\tilde{\beta}_1$, 则上式变为

$$\begin{aligned} \frac{d\beta_1}{d\tau} &= -\beta_1 + \frac{\chi'}{\gamma_1}\alpha_0\beta_1 - \frac{\chi'}{\gamma_1}\alpha_0\tilde{\beta}_1, \\ \frac{d\tilde{\beta}_1}{d\tau} &= -\tilde{\beta}_1 - \frac{\chi''}{\gamma_1}\alpha_0\tilde{\beta}_1 - \frac{\chi'}{\gamma_1}\alpha_0\beta_1, \\ \frac{d\alpha_0}{d\tau} &= -\gamma_r\alpha_0 + \frac{\varepsilon}{\gamma_1} - \frac{\chi''}{2\gamma_1}(\beta_1^2 + \tilde{\beta}_1^2). \end{aligned} \quad (6)$$

令 $\sigma = \chi'/\chi'', \varepsilon/\gamma_1 = \mu\sqrt{\gamma_r/2\eta}, \chi''/\gamma_1 = \sqrt{2\gamma_r\eta}$. 我们取 $\mu = 2, \gamma_r = 0.5, \eta = 1/1000, \sigma = 0.5$, 初值为 $\beta_{10} = \tilde{\beta}_{10} = 1, \alpha_{00} = 0$ 时,数值求解(6)式.

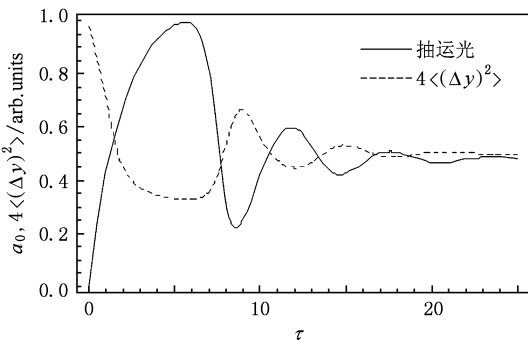


图 1 有色散时归一化后的抽运光 α_0 曲线与压缩 $4\langle(\Delta y)^2\rangle$ 曲线的关系

图 1 描述了考虑色散效应后,归一化后的抽运光 α_0 和压缩 $4\langle(\Delta y)^2\rangle$ 两者之间的变化. 图中实线表示归一化后的抽运光 α_0 随相互作用时间 τ 的变化关系,虚线表示压缩 $4\langle(\Delta y)^2\rangle$ 随相互作用时间 τ

的变化关系. 从图中可以看出:抽运光 α_0 曲线(实线)的波峰值与压缩 $4\langle(\Delta y)^2\rangle$ 曲线(虚线)的波谷值一一对应.

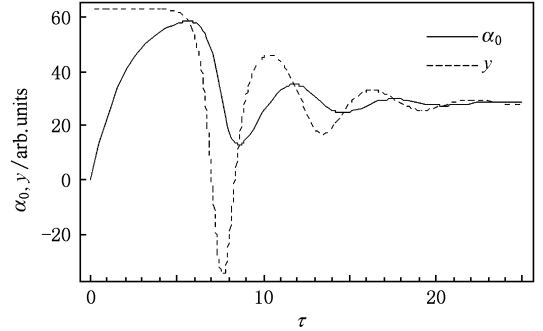


图 2 色散效应对抽运光 α_0 随相互作用时间 τ 变化的影响

图 2 描述了色散效应对抽运光 α_0 随相互作用时间 τ 的变化. 图中实线表示抽运光 α_0 随相互作用时间 τ 的变化关系,虚线表示 $\alpha_0 = (\varepsilon/\gamma_1 - \chi\alpha_1^2/2\gamma_1)/\gamma_r$, 即 $y = d\alpha_0/d\tau = 0$ 的变化曲线. 从图中可以看出: $y = d\alpha_0/d\tau = 0$ 曲线(虚线)与抽运光 α_0 曲线(实线)的交点就是抽运光 α_0 曲线的极值点.

图 3 (a)和(b)分别描述了无色散和有色散时抽运光 α_0 曲线与抽运光的稳态值 $\bar{\alpha}_0$ (或 $\bar{\alpha}_{0s}$) 以及参量光 β_1 曲线三者之间的变化关系. 图中直线表示有色散时抽运光的稳态值 $\bar{\alpha}_{0s}$, 实线表示有色散时抽运光 α_0 随相互作用时间 τ 的变化关系,虚线表示有色散时参量光 β_1 随相互作用时间 τ 的变化关系. 首先,从(b)图中可以看出:考虑色散后,抽运光 α_0 曲线(实线)和抽运光的稳态值 $\bar{\alpha}_{0s}$ (直线)的交点与参量光 β_1 曲线(虚线)的极值一一对应(这可以由 $d\beta_1/d\tau = d\tilde{\beta}_1/d\tau = 0$ 导出, $1 - (x'^2 + x''^2)\alpha_0^2/\gamma_1^2 = 0$, 即 $\bar{\alpha}_{0s} = \bar{\alpha}_0/\sqrt{1 + \sigma^2}$, 其中 $\bar{\alpha}_0 = \gamma_1/\chi''$ 表示无色散时抽运光的稳态值). 其次,比较图 3(b)和图 3 (a),我们发现:有色散时图 3(b)中抽运光 α_0 曲线(实线)和参量光 β_1 曲线(虚线)相对于无色散时图 3(a)中的相应曲线都向左收缩了. 这也可以从 $\bar{\alpha}_{0s} = \bar{\alpha}_0/\sqrt{1 + \sigma^2}$ 看出. 与无色散时抽运光的稳态值 $\bar{\alpha}_0$ 相比较,色散效应可近似等价于将非线性极化率 χ'' 增大到 $\chi''\sqrt{1 + \sigma^2}$, 故 $d\beta_1/d\tau = -\beta_1 + \chi''\sqrt{1 + \sigma^2}\alpha_0\beta_1/\gamma_1$, 即 $d\beta_1/d(\tau\sqrt{1 + \sigma^2}) \approx -\beta_1 + \chi''\alpha_0\beta_1/\gamma_1$, 我们设 $\tau_s = \tau\sqrt{1 + \sigma^2}$ 为有色散时的无

量纲时间, 上式变为 $d\beta_1/d\tau_s \approx -\beta_1 + \chi''\alpha_0\beta_1/\gamma_1$, 我们发现, 有色散时抽运光 α_0 曲线(实线)和参量光 β_1 曲线(虚线)近似可以从无色散时的相应曲线用

τ_s 代替 τ 变换得到.

参照文献[19], 在解(3)式和(6)式的基础上, 得到压缩态的计算公式

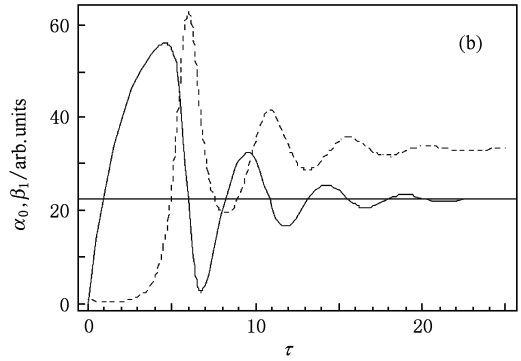
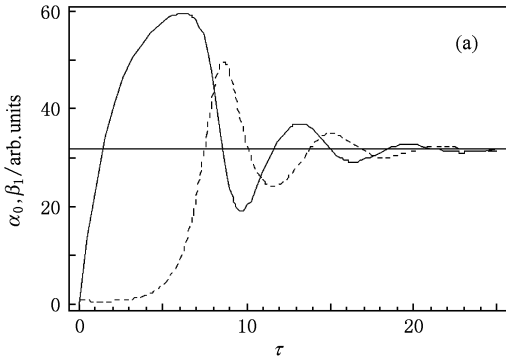


图3 考虑色散后抽运光 α_0 曲线与抽运光的稳态值以及参量光 β_1 曲线的关系 (a) $\sigma = 0$, (b) $\sigma = 1$

$$\langle (\Delta y)^2 \rangle = \frac{1}{4} + (\bar{A} - \bar{A}_0 \tilde{\beta}_1^{-2}), \quad (7)$$

其中

$$\bar{A}(\tau) = \tilde{\beta}_1^{-2}(\tau) \left(\bar{A}_0 + \frac{1}{4} \right) - \frac{1}{4} + \frac{\tilde{\beta}_1^{-2}(\tau) k}{2} \int_0^\tau \tilde{\beta}_1^{-2}(t) dt.$$

图4(a)–(d) 描述了色散分别为 $\sigma = 0, 0.1, 0.5, 1$ 时, 压缩 $\langle (\Delta y)^2 \rangle$ 随相互作用时间 τ 的变化关系. 我们发现, 随着色散效应的逐渐增大, 压缩曲线的形状基本相同, 整体向左收缩. 最大压缩趋近于线性理论的结果 $1/(1 + \mu)$.

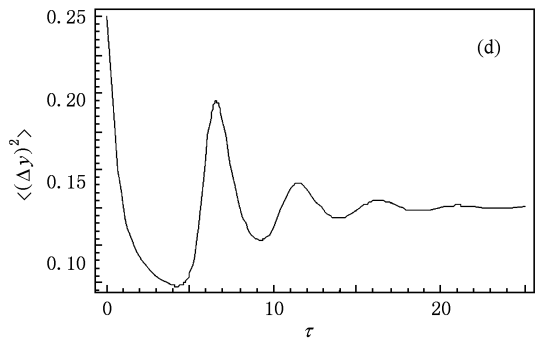
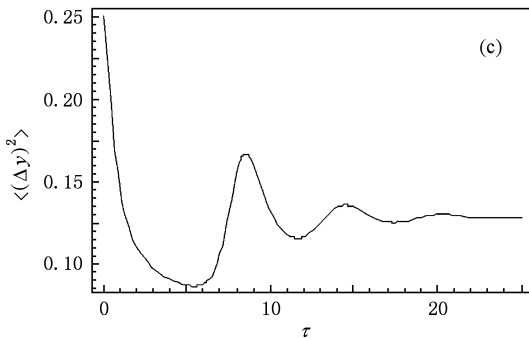
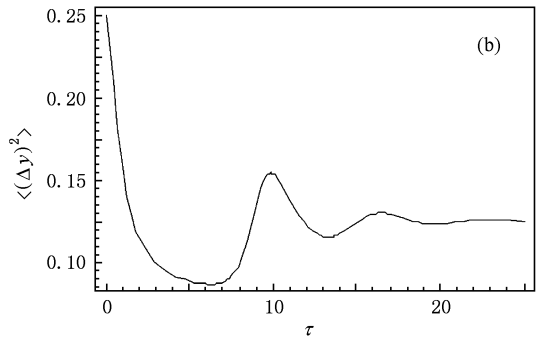
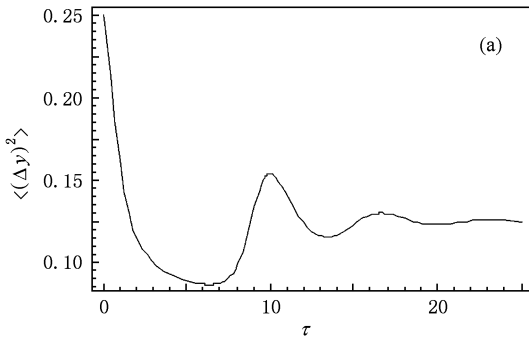


图4 考虑色散后含时 DOPA 系统的压缩 $\langle (\Delta y)^2 \rangle$ 随相互作用时间 τ 的变化曲线图 (a) $\sigma = 0$, (b) $\sigma = 0.5$, (c) $\sigma = 1$, (d) $\sigma = 2$

4. 考虑色散后含时 NOPA 系统的纠缠特性

考虑色散效应后,在(5)式的基础上,NOPA 系统的动力学方程可写为^[19]

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha_1}{d\tau} &= -\alpha_1 - i \frac{\chi}{\gamma_1} \alpha_0 \alpha_1^*, \\ \frac{d\alpha_2}{d\tau} &= -\alpha_2 + i \frac{\chi}{\gamma_1} \alpha_0 \alpha_2^*, \\ \frac{d\alpha_0}{d\tau} &= -\gamma_r \alpha_0 + \frac{\bar{\varepsilon}}{\gamma_1} - \frac{\chi''}{2\gamma_1} \alpha_1^2. \end{aligned} \quad (8)$$

假设 α_0 是实数,把复数 α_1 写成实部和虚部两部分 $\alpha_1 = \beta_1 + i\tilde{\beta}_1$, $\alpha_2 = \beta_2 + i\tilde{\beta}_2$, 在计算中,我们用 r (压缩参量 $r = \mu\tau$, 其中, μ 为抽运参量) 代替 τ , 故(8)式的含时 NOPA 系统的动力学方程变为

$$\begin{aligned} \frac{d\beta_1}{dr} &= \frac{1}{\mu} \left(-\beta_1 + \frac{\chi''}{\gamma_1} \alpha_0 \beta_1 - \frac{\chi'}{\gamma_1} \alpha_0 \tilde{\beta}_1 \right), \\ \frac{d\tilde{\beta}_1}{dr} &= \frac{1}{\mu} \left(-\tilde{\beta}_1 - \frac{\chi''}{\gamma_1} \alpha_0 \tilde{\beta}_1 - \frac{\chi'}{\gamma_1} \alpha_0 \beta_1 \right), \\ \frac{d\beta_2}{dr} &= \frac{1}{\mu} \left(-\beta_2 - \frac{\chi''}{\gamma_1} \alpha_0 \beta_2 + \frac{\chi'}{\gamma_1} \alpha_0 \tilde{\beta}_2 \right), \\ \frac{d\tilde{\beta}_2}{dr} &= \frac{1}{\mu} \left(-\tilde{\beta}_2 + \frac{\chi''}{\gamma_1} \alpha_0 \tilde{\beta}_2 + \frac{\chi'}{\gamma_1} \alpha_0 \beta_2 \right), \\ \frac{d\alpha_0}{dr} &= \frac{1}{\mu} \left\{ -\gamma_r \alpha_0 + \frac{\bar{\varepsilon}}{\gamma_1} - \frac{\chi''}{2\gamma_1} [(\beta_1^2 + \tilde{\beta}_1^2) - (\beta_2^2 + \tilde{\beta}_2^2)] \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

数值计算方程组(9),得到参量波 $\alpha_1, \tilde{\alpha}_1, \alpha_2, \tilde{\alpha}_2$ 随压缩参量 r 变化的关系如下^[16]:

$$\begin{aligned} \alpha_1(r) &= \exp \left[-\int_0^r \left(\frac{k - \varepsilon}{\mu} \right) dr' \right] \\ &= \tilde{\alpha}_2(r) = \frac{\beta_1(r)}{\beta_{10}}, \\ \tilde{\alpha}_1(r) &= \exp \left[-\int_0^r \left(\frac{k + \varepsilon}{\mu} \right) dr' \right] \\ &= \exp \left[-2 \int_0^r \frac{k}{\mu} dr' \right] \alpha_1^{-1}(r) \\ &= \alpha_2(r) = \exp \left[-\frac{2r}{\mu} \right] \frac{\beta_1(r)}{\beta_{10}}. \end{aligned} \quad (10)$$

NOPA 系统的量子起伏可表示为^[8]

$$\langle X_1^2 \rangle = \frac{\alpha_1^2(r)}{2} + \frac{\alpha_2^2(r)}{2} + \frac{k\alpha_1^2(r)}{\mu}$$

$$\begin{aligned} &\times \int_0^r \alpha_1^{-2}(r') dr' + \frac{k\alpha_2^2(r)}{\mu} \int_0^r \alpha_2^{-2}(r') dr', \\ \langle Y_2^2 \rangle &= \frac{\tilde{\alpha}_1^2(r)}{2} + \frac{\tilde{\alpha}_2^2(r)}{2} + \frac{k\tilde{\alpha}_1^2(r)}{\mu} \\ &\times \int_0^r \tilde{\alpha}_1^{-2}(r') dr' \\ &+ \frac{k\tilde{\alpha}_2^2(r)}{\mu} \int_0^r \tilde{\alpha}_2^{-2}(r') dr', \end{aligned} \quad (11)$$

其中积分项表明了噪声在弥散过程中的累计效应.

X_1 和 Y_2 之间的关联可表示为

$$\begin{aligned} \langle X_1 Y_2 \rangle &= \frac{\alpha_1(r) \tilde{\alpha}_2(r) - \tilde{\alpha}_1(r) \alpha_2(r)}{2} \\ &+ \frac{k\alpha_1^2(r)}{\mu} \int_0^r \alpha_1^{-2}(r') dr' \\ &- \frac{k\tilde{\alpha}_1^2(r)}{\mu} \int_0^r \tilde{\alpha}_1^{-2}(r') dr'. \end{aligned} \quad (12)$$

最小均方差 V_1 表示为^[21]

$$V_1 = \Delta^2 X_1 = \langle X_1^2 \rangle - \frac{\langle X_1 Y_2 \rangle^2}{\langle Y_2^2 \rangle}. \quad (13)$$

联立方程组(9)–(13),当 $\gamma_r = 10, \eta = 1/1000$, 初值为 $\beta_{10} = \tilde{\beta}_{10} = \beta_{20} = \tilde{\beta}_{20} = 1, \alpha_{00} = 0$ 时,数值计算考虑色散效应后,含时 NOPA 系统的纠缠特性.

图 5 (a)–(d) 描述了色散分别为 $\sigma = 0, 0.5, 1, 2$ 时,最小均方差 V_1 随压缩参量 r 的变化关系. 图中,实线 a 表示 $\mu = 0.5$ (即阈值以下),虚线 b 表示 $\mu = 1$ (即阈值处),虚线 c 表示 $\mu = 2$ (即阈值以上),虚线 d 表示 $\mu = 10$ (即远离阈值). 若 σ 给定,随着抽运参数 μ 的增大,最小均方差 V_1 的值反而逐渐减小,且整体向右移动,接近于线性理论的结果 $1/(1 + \mu)$. 通过图 5 (a)–(d) 的比较,我们发现:当色散很小时,(b) 图与无色散时的(a) 图相比,图形变化不大;当色散增大时,如(c) 图和(d) 图,与无色散时的(a) 图相比,图形变化较大,色散效应的影响也很明显. 再者,将(d) 图与(a) 图中的虚线 d 进行比较,在 $r = 0-1.5$ 部分, V_1 已经升高到接近于 1,即真空起伏的水平. 这可以理解为:当抽运参数 μ 增大,相应的相位变化也增大(即 $1.5 \times 10 \approx 5\pi$). 非线性极化率的极性发生多次变化,极性为正阶段的增益大部分被极性为负阶段的衰减所抵消,净增益不大,压缩也不大,所以才会有 $V_1 \approx 1$ 的结果.

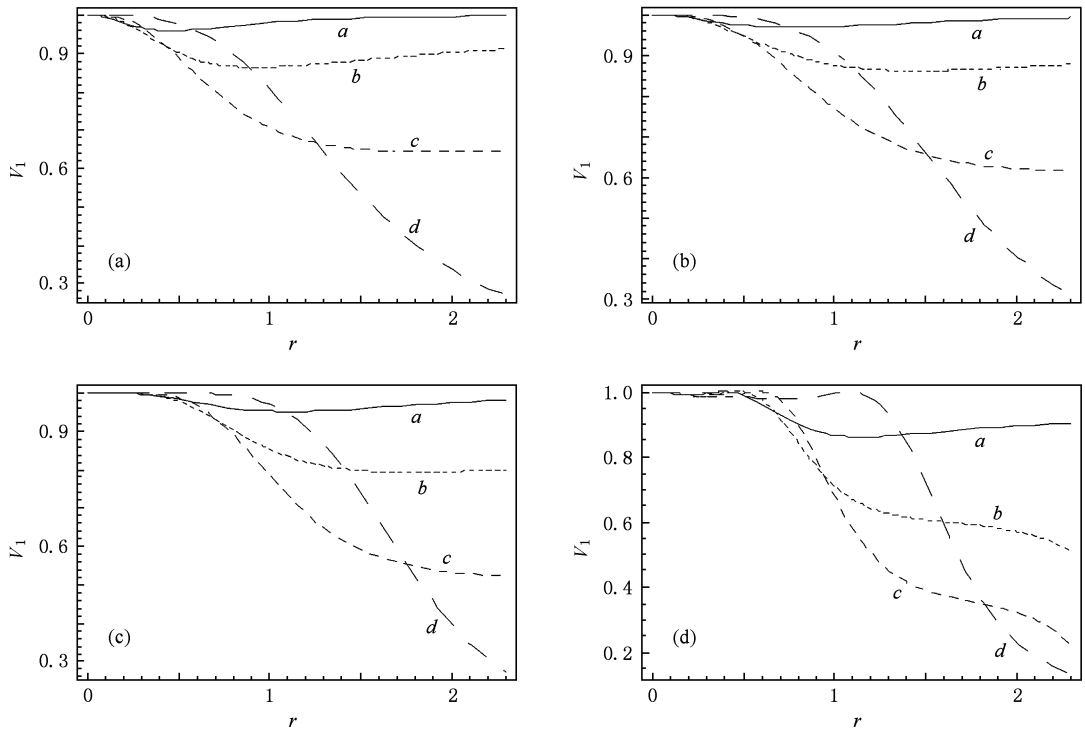


图5 有色散时含时 NOPA 系统的最小均方差 V_1 随压缩参量 r 的变化曲线图 (a) $\sigma = 0$, (b) $\sigma = 0.5$, (c) $\sigma = 1$, (d) $\sigma = 2$

5. 结 论

本文应用前文求解含时的 Fokker-Planck 方程的方法,进一步获得了同时考虑色散,损耗和抽运吃空效应时,含时的 Fokker-Planck 方程的解析解,随后通过数值计算,获得了色散效应对含时 DOPA 系统的压缩特性以及含时 NOPA 系统的纠缠特性的影响.主要的结论有:(1)从压缩曲线来看,由于色散的存在,导致非线性相互作用增强,具体体现在非线性极化率 χ'' 增加至 $\chi'' \sqrt{1 + \sigma^2}$,使得压缩 $\langle (\Delta\gamma)^2 \rangle$ 随相互作用时间 $\tau = \gamma_1 t$ 的变化曲线整

体向左收缩,存在模式间的相位锁定;(2)从纠缠曲线来看,由于色散,导致增益介质的非线性极化率的极性发生多次变化,增益之后紧接着便是衰减,增益大部分被衰减抵消,净增益下降,随着 σ 的逐渐增大,最佳实现 EPR 佯谬的最小值 V_1 也相应的发生变化.当抽运参数 μ 很大时,该现象表现的尤为明显.因为此时相应的相位变化也大,极性变化的次数增多,净增益反而减小.若 σ 给定,最小均方差 V_1 随抽运参数 μ 的增大而减小,且整体向右移动,接近于线性理论的结果 $1/(1 + \mu)$.上述研究结果对光学参量放大器的压缩态和纠缠特性研究^[22—24]很有参考价值.

[1] Braunstein S L, Loock P V 2005 *Rev. Mod. Phys.* **77** 513
 [2] Furusawa A, Sørensen J L, Braunstein S L, Fuchs C A, Kimble H J, Polzik E S 1998 *Science* **282** 706
 [3] Li X, Pan Q, Jing J, Zhang J, Xie C, Peng K 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 047904
 [4] Zhang J, Xie C D, Peng K C 2003 *Europhys. Lett.* **61** 579
 [5] Takeno Y, Yukawa M, Yonezawa H, Furusawa A 2007 *Opt. Express* **15** 4321

[6] Vahlbruch H, Mehmet M, Chelkowski S, Hage B, Franzen A, Lastzka N, Gölber S, Danzmann K, Schnabel R 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 033602
 [7] Hétet G, Glöckl O, Pilypas K A, Harb C C, Buchler B C, Bachor H A, Lam P K 2007 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **40** 221
 [8] Kim C, Kumar P 1994 *Phys. Rev. Lett.* **73** 1605

- [9] Hirano T, Kotani K, Ishibashi T, Okude S, Kuwamoto T 2005 *Opt. Lett.* **30** 1722
- [10] Eto Y, Tajima T, Zhang Y, Hirano T 2007 *Opt. Lett.* **32** 1698
- [11] Yu C X, Haus H A, Ippen E P 2001 *Opt. Lett.* **26** 669
- [12] Werner M J, Raymer M G, Beck M, Drummond P D 1995 *Phys. Rev. A* **52** 4202
- [13] Wenger J, Tualie-Broui R, Grangier P 2004 *Opt. Lett.* **29** 1267
- [14] Takahashi Y, Soderholm J, Hirano K, Namekata N, Machida S, Mori S, Kurimura S, Komatsu S, Inoue S 2008 *Phys. Rev. A* **77** 043801
- [15] Golubeva T, Ivanov D, Golubev Yu 2008 *Phys. Rev. A* **77** 052316
- [16] Zhao C Y, Tan W H 2006 *J. Mod. Opt.* **53** 1965
- [17] Zhao C Y, Tan W H 2006 *J. Opt. Soc. Am. B* **23** 2174
- [18] Zhao C Y, Tan W H 2007 *J. Mod. Opt.* **54** 97
- [19] Zhao C Y, Tan W H 2007 *Chin. Phys.* **16** 1009
- [20] Walls D F, Milburn G J 1994 *Quantum Opt.* (2nd Ed.) (New York: Springer) p178
- [21] Reid M D, Drummond P D 1989 *Phys. Rev. A* **40** 4493
- [22] Shang Y N, Wang D, Yan Z H, Wang W Z, Jia X J, Peng K C 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3514 (in Chinese) [商娅娜、王东、闫智辉、王文哲、贾晓军、彭堃堃 2008 物理学报 **57** 3514]
- [23] Ye C G, Zhang J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6962 (in Chinese) [叶晨光、张靖 2008 物理学报 **57** 6962]
- [24] Kuang M H, Ma S J, Liu D M, Wang S J 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1065

Quantum fluctuations of the optical parametric amplification system under the consideration of dispersion *

Zhao Chao-Ying^{1) 2)†} Tan Wei-Han³⁾

1) (College of Science, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

2) (State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

3) (Department of Physics, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

(Received 10 April 2009; revised manuscript received 29 June 2009)

Abstract

In this paper, we first find out the analytic solution of the time-dependent Fokker-Planck equation of the non-degenerate optical parametric amplification (NOPA) system under the consideration of the dispersion, the loss and the pump depletion effects. Then, through the numerical calculation, we obtain the squeezing characteristic of the degenerate optical parametric amplification (DOPA) system with dispersion. The research indicates: the dispersion effect stems from the nonlinear susceptibility change from χ'' to $\chi''\sqrt{1+\sigma^2}$, with the increasing of the dispersion effect, the general feature of the squeezing curves beeps unchanged, and the curves contract toward left. The maximum squeezing approaches to the linear theory $1/(1+\mu)$. Finally, we obtain the entanglement characteristic of the NOPA system with dispersion. We find out when σ is given, with the increasing of pump parameter μ , the corresponding phase makes a large change. The nonlinear susceptibility changes many times. When the polarity is positive, the system obtains the gain, when the polarity is negative, the system suffers the loss, but the gain is mainly dissipated by the loss, so the net gain is small, the squeezing is also small. The minimum variance V_1 reduces gradually, and the whole curve moves to the right, approaches to the linear theory $1/(1+\mu)$.

Keywords: dispersion, quantum fluctuation, optical parametric amplification

PACC: 4250, 4265K

* Project supported by the Natural Science Foundation of Shanxi Province, China (Grant No. 2006011003).

† E-mail: zchy49@sohu.com