

横向补给系统高架索的稳定性与分岔研究^{*}

何学军^{1)2)†} 张良欣¹⁾ 任爱娣¹⁾

1) (海军工程大学后勤指挥与工程系, 天津 300450)

2) (海军工程大学船舶与动力学院, 武汉 430033)

(2009 年 8 月 11 日收到; 2009 年 9 月 7 日收到修改稿)

考虑集中质量对系统动力学行为的影响, 建立了横向补给系统高架索振动的理论模型. 利用 Galerkin 方法和多尺度方法对动力学方程进行渐近分析. 通过对系统 Jacobi 矩阵特征值的讨论, 分析了系统的稳定性. 根据系统渐近解的消除永年项条件, 得到了系统的振幅分岔方程. 借助 Mathematica 软件, 对系统的局部分岔行为进行研究, 得到了系统的转迁集以及相应的局部分岔图, 研究表明横向补给系统高架索的振动中存在的多种分岔现象.

关键词: 分岔, 高架索, 稳定性, 多尺度法

PACC: 0547, 0340D

1. 引言

高架索作为横向干货补给系统的货物输送的核心构件, 在系统作业过程中不仅充当承重构件, 同时还是张力控制对象, 其受力状况优劣对货物传送安全性、稳定性及效率影响很大. 目前对于横向补给系统高架索的力学特性研究主要局限于静力学方面, 鲜有对其动力学行为的研究. 卢永锦^[1]将缆索吊车系统的张力——挠曲方程引入高架索静力学研究, 研究了高架索静挠度与集中质量大小、位置和高架索张力的关系. 何学军、张良欣^[2]研究了张力、集中载荷、高架索两端高度差、高架索跨距等系统参数对高架索最大静挠度的影响. 借助符号运算软件 Mathematica 得到了货物沿整个高架索输送过程的运行轨迹以及货物输送危险点表达式. Rega^[3]对限幅振动悬索的建模及非线性动力学问题研究方法进行系统论述, 介绍了用于研究连续系统动力学的渐近法、数值法以及几何法. Rega 等^[4]比较了经运动学缩聚和不经缩聚的小垂度水平悬索非线性模态耦合作用, 考虑了主共振和 1:1, 2:1 内共振情况, 采用了 Galerkin 离散与多尺度结合方法, 通过频响特性分析了系统的非耦合、耦合动力学响应及稳定性. 赵跃宇、王连华^[5, 6]对外激励作用下的第一、三阶模态发生 1:3 内共振的悬索的动力

学行为进行专门研究. 利用 Galerkin 离散和多尺度结合方法对系统进行摄动分析, 得到主共振情况下的平均方程, 结合频响分析, 研究了系统稳态解、周期解及通向混沌的道路. 陈自力等^[7, 8]建立了移动集中载荷作用下的水平悬索动力学模型, 通过 Galerkin 方法和多尺度法对系统振动频率特性进行研究, 得到了系统的解析解、悬索的各阶振型的主共振/次共振分岔点位置以及相应分岔图; Ilin 和 Karyachenko^[9]研究了具有分布集中质量的运动柔性单元、具有移动集中质量的固定柔性单元、具有固定集中质量的运动柔性单元三种系统的动力学特性, 确定了他们的模态频率以及系统失稳的临界速度.

分岔理论是分析常微分系统解特性的重要手段, 同时也是研究动力系统中存在的混沌等复杂的物理现象形成机理的重要手段. 近年来, 许多学者对各种经典动力系统的局部分岔以及全局分岔^[10-12]现象进行了深入研究. 本文基于弹性力学理论、非线性动力学理论, 将量子力学中的 Direc- δ 函数引入动力学方程中, 以体现集中质量对高架索系统的影响, 综合文献^[3, 4, 7, 8]建立了高架索的横向振动的动力学理论模型. 利用 Galerkin 方法和多尺度方法对理论模型进行渐近分析. 在此基础上, 利用奇异性理论对系统进行余维 2 分岔研究, 得到了系统可能存在的几类分岔; 同时还通过对系统平

^{*} 中国博士后科学基金 (批准号: 20080431381, 200902669) 资助的课题.

[†] E-mail: hexuejun@tju.edu.cn

均方程 Jacobi 矩阵特征值分析,讨论了系统振动稳定性.

2. 动力学方程及渐近分析

由弹性力学理论,参考悬索动力学模型^[3, 4, 7, 8],高架索面内振动的控制方程为

$$\left[\frac{EA(1+u') + Tu'}{\sqrt{1+(y')^2}} - \frac{EA(1+u')}{\sqrt{(1+u')^2 + (v'+y')^2}} \right],$$
$$= \sqrt{1+(y')^2} \rho A \ddot{u}, \tag{1a}$$
$$\left[\frac{EA(y'+v') + Tv'}{\sqrt{1+(y')^2}} - \frac{EA(y'+v')}{\sqrt{(1+u')^2 + (v'+y')^2}} \right],$$
$$= \sqrt{1+(y')^2} \rho A \ddot{v} + M \ddot{v}(x_m, t) \delta(x - x_m), \tag{1b}$$

其中 u, v, y 分别为 $u(x, t), v(x, t), y(x)$ 的简写形式, E 为高架索弹性模量, A 为高架索截面面积, T 为高架索水平张力, u 为高架索水平方向的振动位移, v 为高架索竖直方向振动位移, “ $'$ ”表示对 x 求导, “ $\cdot$ ”表示对时间 t 求导, M 为集中质量, x_m 为货物距高架索左端的水平距离, ρ 为高架索的密度, $\delta(x - x_m)$ 为 Direc- δ 函数, $y(x) = x \tan \theta + \frac{\rho A g}{2T} (Lx - x^2) \left[1 + \varepsilon \frac{\rho A g L \sin \theta}{6T} (L - 2x) \right]$, θ 为高架索倾角, L 为高架索两端水平距离, ε 为小量标志. 高架索空间形态如图 1 所示.

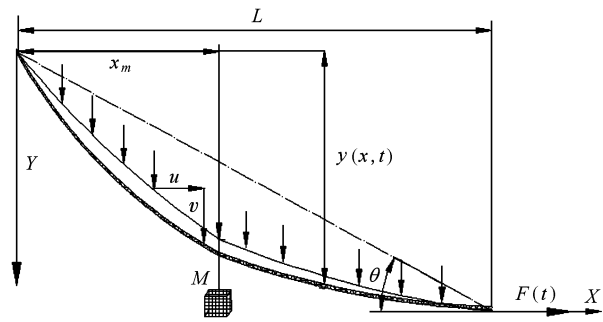


图 1 高架索空间形态图

系统的轴向振动与横向振动相比为小量,故采用运动学简化方法将高架索轴向运动近似表达为横向运动表达式. 考虑参数激励情况,边界条件为 $u(0, t) = 0, u(L, t) = LF(t)$, 对方程 (1a) 进行积分^[13], 忽略横向振动的高阶非线性的影响,整理得

$$u = xF(t) + \frac{x}{L} \int_0^L (0.5v'^2 + v'y') dx$$
$$- \int_0^x (0.5v'^2 + v'y') dx. \tag{2}$$

将 (2) 式代入 (1b) 式, 令 $v(x, t) = \sum_{n=1}^2 p_n(t) \sin \frac{n\pi x}{l}$, 利用 Galerkin 方法对系统进行模态离散, 考虑系统阻尼影响, 可得系统 1, 2 阶模态耦合振动的控制方程为

$$\ddot{p}_1 + \omega_1^2 p_1 = -2\varepsilon \eta_1 \dot{p}_1 - \varepsilon EA q_1 \left[\frac{\pi^2 F(t) p_1}{2Lr^4} - \frac{2\rho Ag LF(t)}{Tr^4 \pi \cos \theta} - \frac{3\rho Ag \pi p_1^2}{2Lr^4 T \cos \theta} + \frac{\pi^4 p_1^3}{8L^3 r^4} + \frac{9\rho^2 A^2 g^2 \pi \tan \theta p_1 p_2}{16T^2 r^4} \right. \\ \left. - \frac{2\rho Ag \pi p_2^2}{Lr^4 T} + \frac{\pi^4 p_1 p_2^2}{2L^3 r^4} \right],$$
$$\ddot{p}_2 + \omega_2^2 p_2 = -2\varepsilon \eta_2 \dot{p}_2 - \varepsilon EA q_2 \left[\frac{37\rho^2 A^2 g^2 L \pi \tan \theta p_2^2}{18T^2 r^4} + \frac{2\pi^4 p_2^3}{L^3 r^4} + \frac{2\pi^2 F(t) p_2}{Lr^4} - \frac{4\rho Ag \pi p_1 p_2}{Lr^4 T \cos \theta} \right. \\ \left. + \frac{\rho^2 A^2 g^2 L^3 F(t) \tan \theta}{2T^2 r^4 \pi} + \frac{13\rho^2 A^2 g^2 \pi \tan \theta p_1^2}{32T^2 r^4} + \frac{\pi^4 p_1^2 p_2}{2L^3 r^4} \right], \tag{3}$$

其中

$$\omega_n^2 = \frac{q_n n^2 \pi^2 T}{2Lr^2} + \frac{q_n \rho^2 A^2 g^2 L [EA(n^2 \pi^2 + 6) + 6 \sin \theta \tan \theta (EA - T) - 6T]}{24T^2 r^4}, (n = 1, 2);$$
$$r = \sqrt{1+(y')^2}; q_n = \left(\rho A + 2 \sin^2 \frac{n\pi x_m}{L} \frac{M}{L} \right)^{-1}; F(t) = f_1 \sin(\Omega_1 t) + f_2 \sin(2\Omega_1 t).$$

考虑 2 倍超谐参数激励和 1:2 内共振情况, 即 $\Omega_1 = 2\omega_1 + \varepsilon \sigma_1, \omega_2 = 2\omega_1 + \varepsilon \sigma_2$ (σ_1, σ_2 为调谐参数), 利用多尺度法对系统 (3) 进行渐近分析. 由消除永年项条件, 可得系统的平均方程为

$$\frac{q_1}{4r^4} \frac{EA \pi \bar{A}_1}{4r^4} \left(\frac{9i\rho^2 A^2 g^2 L \sin \theta A_2}{4T^2} + \frac{\pi f_1}{L} \right) + \frac{i q_1 EA \pi^4}{8L^3 r^4} (3A_1 \bar{A}_1 + 8A_2 \bar{A}_2) A_1 - 2\omega_1 (\eta_1 A_1 + D_1 A_1) = 0,$$

$$q_2 EA \left[\frac{\rho^2 A^2 g^2 L \sin \theta}{32 T^2 r^4 \pi} (8 L^2 f_1 + 13 i \pi^2 A_1^2) + \frac{i \pi^4 A_2}{L^3 r^4} (6 A_2 \bar{A}_2 + A_1 \bar{A}_1) + \frac{\pi^2 f_2 \bar{A}_2}{L r^4} \right] - 2 \omega_2 (\eta_2 A_2 + D_1 A_2) = 0. \quad (4)$$

令 $A_i = \frac{1}{2} a_i e^{i \theta_i}$ ($i = 1, 2$), 对方程(4)进行实虚部分离, 可得

$$\begin{aligned} & \frac{q_1 EA \pi^2}{8 r^4} \left[\frac{\sin \gamma_2 f_1}{L} - \frac{\rho^2 A^2 g^2 L \sin \theta \cos(\gamma_1 - \gamma_2) a_2}{8 T^2 \pi} - \frac{\pi^2 (3 a_1^2 + 8 a_2^2)}{8 L^3} \right] a_1 + \frac{\gamma_1' + \sigma_1}{2} a_1 \omega_1 = 0, \\ & \frac{q_2 EA \pi^2 \sin 2 \gamma_2 a_2 f_2}{2 L r^4} - \frac{13 q_2 EA^3 \rho^2 g^2 \pi \cos(\gamma_1 - \gamma_2) \sin \theta a_1^2}{128 T^2 r^4} - \frac{q_2 EA \pi^4}{8 L^3 r^4} (a_1^2 a_2 + 6 a_2^3) \\ & + \frac{q_2 EA^3 g^2 L^2 \rho^2 \sin(\gamma_2) \sin \theta f_1}{4 T^2 r^4 \pi} + (\gamma_2' + \sigma_1 - \sigma_2) a_2 \omega_2 = 0, \\ & \frac{9 q_2 E \rho^2 A^3 g^3 L \pi \sin(\gamma_1 - \gamma_2) \sin \theta a_1 a_2}{64 T^2 r^4} + \frac{q_1 EA \pi^2 \cos \gamma_1 a_1 f_1}{8 L r^4} - a_1' \omega_1 - a_1 \eta_1 \omega_1 = 0, \\ & q_2 EA^3 \rho^2 g^2 \sin \theta \frac{32 L^2 \cos \gamma_2 f_1 - 13 \pi^2 \sin(\gamma_1 - \gamma_2) a_1^2}{128 T^2 r^4 \pi} + q_2 EA \frac{\pi^2 \cos 2 \gamma_2 a_2 f_2}{2 L r^4} - (a_2' - a_2 \eta_2) \omega_2 = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $2 \theta_1 - \varepsilon T_0 \sigma_1 = \gamma_1$; $\theta_2 + \varepsilon T_0 \sigma_1 - \varepsilon T_0 \sigma_2 = \gamma_2$.

3. 系统定常解的稳定性分析

令 $A_i = u_i + i v_i$ ($i = 1, 2$), 将方程(4)转化为直角坐标形式, 微分后可得系统零解 $(u_1, v_1, u_2, v_2) = (0, 0, 0, 0)$ 处的 Jacob 矩阵为

$$\begin{bmatrix} b_1 - \frac{2 \eta_1}{\omega_1} & -\frac{2 \sigma_1}{\omega_1} & 0 & 0 \\ \frac{2 \sigma_1}{\omega_1} & -b_1 - \frac{2 \eta_1}{\omega_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_2 - \frac{2 \eta_2}{\omega_2} & -\frac{2 \sigma_2}{\omega_2} \\ 0 & 0 & \frac{2 \sigma_2}{\omega_2} & -b_2 - \frac{2 \eta_2}{\omega_2} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中 $b_n = \frac{n^2 EA \pi^2 f_n}{4 \omega_n^2 L r^4}$, ($n = 1, 2$).

矩阵(6)的特征方程为

$$\begin{aligned} & \lambda^4 + 4 \sum_{n=1}^2 \frac{\eta_n}{\omega_n} \lambda^3 \\ & + \left[\sum_{n=1}^2 \left(4 \frac{\eta_n^2 + \sigma_n^2}{\omega_n^2} - b_n^2 \right) + \frac{16 \eta_1 \eta_2}{\omega_1 \omega_2} \right] \lambda^2 \\ & + 16 \sum_{n=1}^2 \left(\frac{\eta_n (\eta_{3-n}^2 + \sigma_{3-n}^2)}{\omega_1 \omega_2 \omega_{3-n}} - \frac{b_{3-n}^2 \eta_n}{4 \omega_n} \right) \lambda \\ & + \prod_{n=1}^2 \frac{4 (\eta_n^2 + \sigma_n^2) - b_n^2 \omega_n^2}{\omega_n^2} = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

系统的特征根为

$$\lambda_{2i-1, 2i} = -\frac{2 \eta_i}{\omega_i} \pm \frac{\sqrt{\Delta_i}}{4 L r^4 \omega_i^2}, \quad (i = 1, 2).$$

其中 $\Delta_i = E^2 A^2 \pi^4 f_i^2 - 64 i^{-4} L^2 r^8 \sigma_i^2 \omega_i^2$, ($i = 1, 2$).

1) $\Delta_i > 0$ 且 $\eta_i = 0$ 或 $|\eta_i| < \frac{i^2 \sqrt{\Delta_i}}{8 L r^4 \omega_i}$ 时, 特征方程具有异号实根, 奇点类型为鞍点, 系统不稳定.

2) $\Delta_i > 0$ 且 $|\eta_i| > \frac{i^2 \sqrt{\Delta_i}}{8 L r^4 \omega_i}$, 特征方程具有同号实根, 奇点类型为结点; $\eta_i > 0$ 对应稳定结点, 渐近稳定, $\eta_i < 0$ 对应不稳定结点.

3) $\Delta_i < 0$ 且 $\eta_i = 0$ 时, 特征方程具有共轭纯虚根, 奇点类型为中心, 为稳定的.

4) $\Delta_i < 0$ 且 $\eta_i \neq 0$ 时, 特征方程具有非零实部的共轭复根, 奇点类型为焦点; $\eta_i < 0$ 对应不稳定焦点, $\eta_i > 0$ 对应渐近稳定焦点.

5) 当 $\Delta_i = 0$ 且 $\eta_i \neq 0$ 时, 特征方程具有同号重根, 奇点类型为退化结点; $\eta_i > 0$ 对应稳定退化结点, $\eta_i < 0$ 对应不稳定退化结点.

4. 局部分岔研究

由方程(5), 根据系统稳态解存在条件 $\dot{\gamma}_1 = \dot{\gamma}_2 = \dot{a}_1 = \dot{a}_2 = 0$, 可得系统简化的分岔方程为

$$\begin{aligned} & -\frac{9}{8} E^2 A^2 \pi^8 q_1^2 (s_2 - L r^4 q_2 s_1) a_1^6 \\ & + \frac{3}{4} E A L^3 r^4 \pi^4 q_1 s_1 (11 L r^4 q_2 s_1 - s_2) a_1^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -L^7 r^{12} s_1^3 \left(\frac{s_2}{8EA\pi^2 f_1 q_1 s_3 + 4Lp^4 \sigma_1 \omega_1} + 19q_2 \right) a_1^2 \\ & + \frac{48L^9 r^{12} q_2 s_1^3}{\pi^2} \left(f_1 s_3 + \frac{4Lr^4 \sigma_1 \omega_1}{EA\pi^2 q_1} \right) \\ & + \frac{2L^9 r^{12} s_1^3 s_2}{3EAq_1 \pi^2} - \frac{32\rho^2 A^2 g^2 L^{10} r^{10} \sin\theta f_1 s_1^2}{T^2 \pi^4} \\ & \times \sqrt{Lq_1 s_1 \left(EA\pi^2 - \frac{2Lr^4 \eta_2 \omega_2}{f_2 q_2} \right)} = 0, \end{aligned} \tag{8}$$

其中

$$\begin{aligned} s_1 &= 32\sigma_1 \omega_1 + 8EAq_1 \frac{\pi^2 f_1}{Lr^4} \sqrt{1 - \frac{64L^2 r^8 \eta_1^2 \omega_1^2}{E^2 A^2 \pi^4 f_1^2 q_1^2}}; \\ s_2 &= 48q_1 \left[2Lr^4 (\sigma_1 - \sigma_2) \omega_2 + EAff_2 q_2 \sqrt{1 - \frac{4L^2 r^8 \eta_2^2 \omega_2^2}{E^2 A^2 \pi^4 f_2^2 q_2^2}} \right]; \\ s_3 &= \sqrt{1 - \frac{64L^2 r^8 \eta_1^2 \omega_1^2}{E^2 A^2 \pi^4 f_1^2 q_1^2}}. \end{aligned}$$

令 $a_1^2 = X$, 由(8)式可得系统的余维 2 普适开折分岔方程如下:

$$G(X, \mu, \alpha, \beta) = -X^3 - \mu X + \alpha + \beta X^2. \tag{9}$$

由奇异性理论^[14], 可得系统的分岔点集为 $B = \{\alpha = 0\}$; 滞后点集 $H = \{27\alpha - \beta^3 = 0\}$; 双曲极限点集为 $D = \Phi$. 系统转迁集为 $\Sigma = \{27\alpha - \beta^3 = 0\} \cup \{\alpha = 0\}$, 转迁集将参数平面分为 4 个区域. 系统的转迁集及其上的分岔图、各区域内的保持性分岔图, 如图 2 所示.

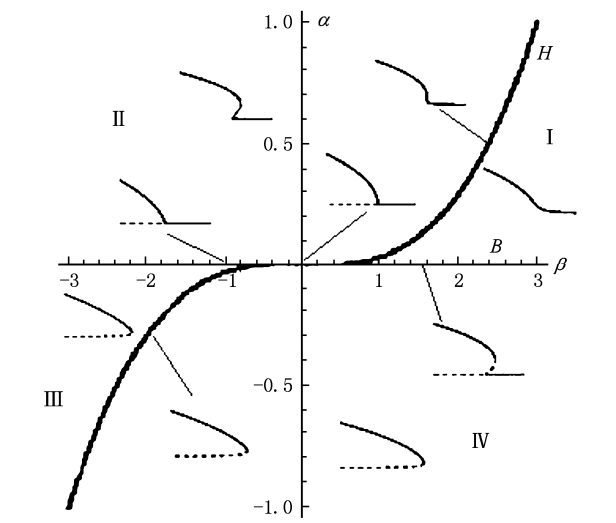


图2 系统转迁集及分岔图

考虑到实际物理意义 $X > 0$, 系统分岔图仅取纵

轴上半支, 各区域及转迁集上的分岔图如图 2 所示. 原点为滞后点与分岔点交汇处, 对应系统的分岔为叉形分岔上半支; 在 B 集 (即 β 轴) 上, 系统分岔为跨临界分岔上半支. 且在 β 轴正半轴, $\mu > 0$ 的小区域内系统会同时存在两个稳定解, 意味着在该区域内系统将在两个稳态解之间振动; 在区域 I, II 中, 系统分岔为典型的滞后型分岔, 该区域内分岔图具有保持性, 且在区域 II 中, $\mu > 0$ 的小区域内系统会同时存在两个稳定解; 在区域 III, IV 中, 系统分岔为鞍结类型分岔, 在该区域内分岔图同样具有保持性.

当系统参数取值

$E = 1.8 \times 10^{11} \text{ Pa}$, $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$, $A = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^2$, $M = 400 \text{ kg}$, $T = 20 \text{ kN}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $x_m = 15 \text{ m}$, $L = 40 \text{ m}$, $\theta = (\pi/12) \text{ rad}$, $f_1 = f_2 = 0.002$, $\sigma_1 = 1$, $\sigma_2 = 5$, $\eta_1 = \eta_2 = 0$, 将其代入(8)式并参照(9)式可得, $\alpha = 34.1$, $\beta = 1.2$, 系统位于区域 II 中, 将产生滞后型分岔. 由(8)式并参照(9)式, 计算可知, 在该区域内系统的分岔参数 μ 通常小于零. 而 μ 小于零时, 高架索系统为限幅振动, 且振幅值随 μ 增大而减小. 可以通过调整调谐参数 σ_1 、激励幅值 f_1 等参数的大小, 使系统的分岔参数 μ 值增加, 进而达到降低高架索振动幅值目的. 同理, 其他参数不变, $\sigma_1 = -5$, $\sigma_2 = 10.2$ 时, $\alpha = 11.4$, $\beta = 0$, 此时系统位于 B 集上, 将产生叉形分岔. 参数变化对系统振动影响与上述情况类似, 这不再详细描述. 在实际工程设计中, 可以通过可能的参数变化范围, 确定系统所处的分岔区域, 预测系统可能存在的分岔类型, 进而对系统进行优化设计及提前采取措施减少或避免不利工况的发生.

5. 结 论

考虑了集中质量对系统动力学行为的影响, 基于弹性力学理论建立了横向干货补给系统高架索横向振动的动力学理论模型. 结合 Galerkin 离散与多尺度方法对系统进行渐近分析, 通过分析系统可能存在的 5 类特征值, 讨论了系统零解处的线性稳定性. 同时根据系统稳态解存在条件, 得到了系统稳态振幅分岔方程. 通过局部分岔研究, 表明横向补给系统高架索的振动中存在包括叉形分岔、滞后型分岔等 9 类分岔. 研究结果对实际工程设计以及预测系统动力学行为有一定的参考价值.

- [1] LU Y J 1996 *Shipbuilding of China* **37** 17 (in Chinese) [卢永锦 1996 中国造船 **37** 17]
- [2] He X J, Zhang L X, Ren A D 2009 *Journal of Naval University of Engineering* **21** 52 (in Chinese) [何学军、张良欣、任爱娣 2009 海军工程大学学报 **21** 52]
- [3] Rega G 2004 *Am. Soc. Mech. Eng.* **57** 443
- [4] Srinil N, Rega G 2007 *Int. J. Nonlinear Mech.* **42** 180
- [5] Zhao Y Y, Wang L H 2006 *J. Sound Vib.* **4**–**5** 1073
- [6] Wang L H, Zhao Y Y 2006 *Acta Mech. Solida Sin.* **27** 230 (in Chinese) [王连华、赵跃宇 2006 固体力学学报 **27** 230]
- [7] Chen Z L, Tang J S, Den M Y 2006 *Noise and Vibration Control* **26** 41 (in Chinese) [陈自力、唐驾时、邓旻涯 2006 噪声与振动控制 **26** 41]
- [8] Chen Z L 2006 *Ph. D. dissertation* (Changsha: Hunan University (in Chinese) [陈自力 2006 博士学位论文 (长沙: 湖南大学)]
- [9] Ilin R F, Karyachenko N V 2007 *Int. Appl. Mech.* **43** 101
- [10] Sun X J, Xu W, Ma S J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 610 (in Chinese) [孙晓娟、徐 伟、马少娟 2006 物理学报 **55** 610]
- [11] Zhang Q C, Wang W, He X J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5384 (in Chinese) [张琪昌、王 伟、何学军 2008 物理学报 **57** 5384]
- [12] Ji Y, Bi Q S 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4431 (in Chinese) [季颖、毕勤胜 2009 物理学报 **58** 4431]
- [13] Nayfeh A H, Mook D T 1979 *Nonlinear oscillations* (New York: John Wiley and Sons)
- [14] Lu Q S 1995 *Bifurcation and singularity* (Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) (in Chinese) p67 [陆启韶 1995 分岔与奇异性 (上海: 上海科技教育出版社) 第 67 页]

The study of stability and bifurcation of highline cable of alongside replenishment system *

He Xue-Jun^{1)2)†} Zhang Liang-Xin¹⁾ Ren Ai-Di¹⁾

1) (Department of Logistics command and Engineering, Navy University of Engineering, Tianjin 300450, China)

2) (College of Naval Architecture and Power, Navy University of Engineering, Wuhan 430033, China)

(Received 11 August 2009; revised manuscript received 7 September 2009)

Abstract

A theoretical model of transverse vibration of highline cable of alongside replenishment system was established, which considers the influence of the concentrated loading. The partial differential equation was asymptotically analysed by Galerkin method and multi-scale method. The bifurcation equation of system with higher order nonlinear terms was obtained by the solvability condition of eliminating the secular terms. Local bifurcation behavior of highline cable was studied with the software Mathematica. Bifurcation models and transition sets of system were obtained. The result shows that there are many kinds of bifurcation behaviors in highline cable of alongside replenishment system.

Keywords: bifurcation, highline cable, stability, multi-scale method

PACC: 0547, 0340D

* Project supported by the China Postdoctoral Science Foundation (Grant Nos. 20080431381, 200902669).

† E-mail: hexuejun@tju.edu.cn