

二维色散和各向异性磁化等离子体 光子晶体色散特性研究^{*}

亓丽梅[†] 杨梓强 兰 峰 高 喜 史宗君 梁 正

(电子科技大学物理电子学院, 成都 610054)

(2009 年 4 月 7 日收到, 2009 年 4 月 17 日收到修改稿)

采用平面波展开法和时域有限差分法研究了二维色散和各向异性磁化等离子体光子晶体的色散特性. 当波矢在周期平面时, 由于外加磁场的作用使 TE 模的色散曲线出现两个不同区域的平带, 改变磁场的大小不但可以控制平带的位置, 而且可以控制光子带隙的位置和大小. 增大背景材料的介电常数, 可以形成全方向光子带隙. 随着背景材料介电常数的增加, 带隙的中心位置降低但带隙宽度增加. 当波矢偏离周期平面时, 色散曲线不再分为 TE 和 TM 模. 随着非周期平面波矢的增加, 带隙位置上移, 带隙宽度先增加随后基本保持不变.

关键词: 磁化等离子体光子晶体, 光子带隙, 平面波展开法, 时域有限差分法

PACC: 4270Q, 5240H

1. 引 言

等离子体光子晶体是一种新型的光子晶体, 它不仅具有光子晶体的一般性质, 而且还体现着等离子体的物理特性. 通过调节等离子体的参数可以人为地控制光子带隙, 从而引起国内外的广泛关注. Hojo 等指出在一维非磁化等离子体介质光子晶体中, 等离子体密度和填充率的增加都能有效提高禁带宽度^[1]. Sakai 等分析了二维非磁化等离子体真空光子晶体的色散特性^[2-5], 指出改变等离子体密度, 碰撞频率, 晶格常数和填充率均能控制光子带隙宽度, 并通过实验验证了光子带隙的存在. 刘少斌等对一维非磁化和磁化等离子体介质光子晶体的传输特性进行了理论分析^[6-9]. 计算表明通过调节一维等离子体的密度, 碰撞频率, 介质的介电常数和外加磁场的大小都可以改变禁带的位置和宽度; 对于一维缺陷结构的等离子体介质光子晶体, 缺陷层的介电常数, 等离子体密度和外加磁场大小既能影响缺陷模峰值的大小, 又能对缺陷模频率进行有效调节.

本文采用两种计算方法研究了由色散和各向异性材料构成的二维磁化等离子体光子晶体的色散特

性. 首先利用平面波展开法导出了二维色散和各向异性磁化等离子体光子晶体的非线性本征方程, 利用线性变换将非线性本征方程转换为可直接求解色散关系的线性本征方程. 然后, 从 Maxwell 方程和磁化碰撞等离子体的运动方程出发, 导出了三维色散和各向异性磁化等离子体的时域有限差分公式. 由两种计算方法得到的二维色散和各向异性磁化等离子体光子晶体的色散曲线一致. 分别研究了外加磁场, 背景材料以及非周期平面波矢变化对色散特性的影响.

2. 基本算法

2.1. 平面波展开法

平面波展开法(PWM)在计算光子晶体色散曲线时具有物理概念清晰, 实现简单方便等特点, 在介质光子晶体的带隙计算中得到了广泛应用^[10]. 蒋爱敏等将 PWM 应用在铁氧体柱和空气构成的二维 TM 模磁性光子晶体中^[11]. 本文在前人工作的基础上, 将 PWM 应用到二维色散和各向异性的磁化等离子体介质光子晶体中. 物理模型如图 1 所示, 假定在 z

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 60571020)和国家重点基础研究发展计划(批准号: 2007CB310401)资助的课题.

[†] E-mail: qilimei1204@163.com

方向为无限长,其中 ϵ_a 和 ϵ_b 分别是等离子体圆柱和背景材料的相对介电函数, r 和 a 分别为圆柱半径和晶格常数,则填充率 $f = \pi r^2/a^2$. 当外加磁场 B_0 沿 z 向,等离子体的相对介电函数可表示为张量形式^[12],

$$\hat{\epsilon}_a = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx}(\omega) & j\epsilon_{xy}(\omega) & 0 \\ -j\epsilon_{yx}(\omega) & \epsilon_{yy}(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz}(\omega) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中

$$\epsilon_{xx}(\omega) = \epsilon_{yy}(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2(\omega - jv)}{\omega[(\omega - jv)^2 - \omega_c^2]},$$

$$\epsilon_{xy}(\omega) = \epsilon_{yx}(\omega) = -\frac{\omega_p^2\omega_c}{\omega[(\omega - jv)^2 - \omega_c^2]},$$

$$\epsilon_{zz}(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - jv)}.$$

ω_p 是等离子体振荡角频率, v 是等离子体碰撞频率, $\omega_c = eB_0/m$ 是电子回旋频率, e, m 分别为电子的电量和质量, $j = \sqrt{-1}$.

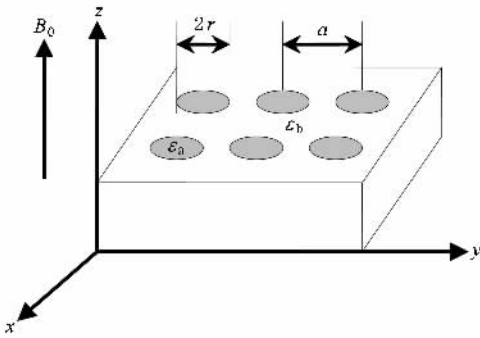


图 1 二维正方晶格磁化等离子体介质光子晶体模型

等离子体相对介电函数的倒数 $\hat{\epsilon}_a^{-1}$ 则可表示为

$$\hat{\epsilon}_a^{-1} = \begin{bmatrix} v_1 & jv_2 & 0 \\ -jv_2 & v_1 & 0 \\ 0 & 0 & v_3 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其中

$$v_1 = \frac{\epsilon_{xx}(\omega)}{\epsilon_{xx}^2(\omega) - \epsilon_{xy}^2(\omega)},$$

$$v_2 = -\frac{\epsilon_{xy}(\omega)}{\epsilon_{xx}^2(\omega) - \epsilon_{xy}^2(\omega)},$$

$$v_3 = \frac{1}{\epsilon_{zz}(\omega)}.$$

对于磁化等离子体光子晶体的 TM 模(电场平行于等离子体柱),电场方向与外加磁场方向平行,外加磁场不影响 TM 模的色散特性.因此本文只推

导 TE 模(磁场平行于等离子体柱)的色散方程,用磁场强度描述的光子晶体本征方程为

$$\nabla \times \epsilon_i^{-1} \nabla \times H_z = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 H_z. \quad (3)$$

将 z 向磁场强度 H_z 和相对介电函数倒数 ϵ_i^{-1} ($i = a, b$) 进行 Fourier 级数展开并代入(3)式可得色散和各向异性磁化等离子体光子晶体的非线性本征方程为

$$\begin{aligned} & \sum_{G'} \{ (\mathbf{k} + \mathbf{G}') \cdot (\mathbf{k} + \mathbf{G}) v_1(\mathbf{G} - \mathbf{G}') \\ & - [(\mathbf{k} + \mathbf{G}') \times (\mathbf{k} + \mathbf{G}) \cdot \mathbf{e}_z] \\ & \times v_2(\mathbf{G} - \mathbf{G}') \} H_z(\mathbf{k}, \mathbf{G}') \\ & = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 H_z(\mathbf{k}, \mathbf{G}), \end{aligned} \quad (4)$$

\mathbf{G} 为光子晶体的倒格矢, $H_z(\mathbf{k}, \mathbf{G}')$ 为 H_z 的 Fourier 展开系数, $v_1(\mathbf{G}), v_2(\mathbf{G})$ 和 $v_3(\mathbf{G})$ 分别为 v_1, v_2 和 v_3 的 Fourier 展开系数. 由于 $v_1(\mathbf{G}), v_2(\mathbf{G})$ 和 $v_3(\mathbf{G})$ 均为 ω 的函数,因此不能通过直接求解方程(4)来获得色散曲线,将(4)式写成关于 ω 的六阶非线性矩阵方程:

$$\omega^6 \mathbf{I} - \omega^5 \mathbf{R} - \omega^4 \mathbf{S} - \omega^3 \mathbf{T} - \omega^2 \mathbf{U} - \omega \mathbf{V} - \mathbf{W} = 0, \quad (5)$$

其中, \mathbf{I} 为单位矩阵, 矩阵 $\mathbf{R}, \mathbf{S}, \mathbf{T}, \mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{W}$ 的各元素分别为

$$\mathbf{R}(\mathbf{G} | \mathbf{G}') = j2v\delta_{\mathbf{G}\mathbf{G}'},$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(\mathbf{G} | \mathbf{G}') &= \left(2\omega_p^2 + v^2 + \omega_c^2 + \frac{c^2}{\epsilon_b} |\mathbf{k} + \mathbf{G}|^2 \right) \delta_{\mathbf{G}\mathbf{G}'} \\ &+ \frac{\epsilon_b - 1}{\epsilon_b} c^2 (\mathbf{k} + \mathbf{G}) \cdot (\mathbf{k} + \mathbf{G}') \\ &\times 2f \frac{\mathcal{K} \left| \frac{\mathbf{G} - \mathbf{G}'}{r} \right|}{\left| \frac{\mathbf{G} - \mathbf{G}'}{r} \right|}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}(\mathbf{G} | \mathbf{G}') &= j2v \left[- \left(\omega_p^2 + \frac{c^2}{\epsilon_b} |\mathbf{k} + \mathbf{G}|^2 \right) \delta_{\mathbf{G}\mathbf{G}'} \right. \\ &- \frac{\epsilon_b - 1}{\epsilon_b} c^2 (\mathbf{k} + \mathbf{G}) \cdot (\mathbf{k} + \mathbf{G}') \\ &\left. \times 2f \frac{\mathcal{K} \left| \frac{\mathbf{G} - \mathbf{G}'}{r} \right|}{\left| \frac{\mathbf{G} - \mathbf{G}'}{r} \right|} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{U}(\mathbf{G} | \mathbf{G}') &= - \left[(2\omega_p^2 + v^2 + \omega_c^2) \frac{c^2}{\epsilon_b} |\mathbf{k} + \mathbf{G}|^2 + \omega_p^4 \right] \\ &\times \delta_{\mathbf{G}\mathbf{G}'} - \frac{[(\epsilon_b - 1)(\omega_p^2 + v^2 + \omega_c^2) - \omega_p^2]}{\epsilon_b} \\ &\times c^2 (\mathbf{k} + \mathbf{G}) \cdot (\mathbf{k} + \mathbf{G}') \\ &\times 2f \frac{\mathcal{K} \left| \frac{\mathbf{G} - \mathbf{G}'}{r} \right|}{\left| \frac{\mathbf{G} - \mathbf{G}'}{r} \right|}, \end{aligned}$$

$$\mathbf{V}(\mathbf{G} | \mathbf{G}') = jc^2 \omega_p^2 \left\{ \frac{2v}{\epsilon_b} |\mathbf{k} + \mathbf{G}|^2 \delta_{\mathbf{G}\mathbf{G}'} \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{i(\epsilon_b - 2)}{\epsilon_b} \{ (\mathbf{k} + \mathbf{G}) \cdot (\mathbf{k} + \mathbf{G}') \} \\
& \times 2f \frac{\mathcal{K} \left| \frac{\mathbf{G} - \mathbf{G}'}{r} \right|}{\left| \frac{\mathbf{G} - \mathbf{G}'}{r} \right|} \\
& + \omega [(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \times (\mathbf{k} + \mathbf{G}') \cdot \mathbf{e}_z] \\
& \times 2f \frac{\mathcal{K} \left| \frac{\mathbf{G} - \mathbf{G}'}{r} \right|}{\left| \frac{\mathbf{G} - \mathbf{G}'}{r} \right|} \} , \\
\mathbf{W}(\mathbf{G} | \mathbf{G}') = & \frac{c^2 \omega_p^4}{\epsilon_b} \left[|\mathbf{k} + \mathbf{G}|^2 \delta_{\mathbf{G}\mathbf{G}'} \right. \\
& - (\mathbf{k} + \mathbf{G}) \cdot (\mathbf{k} + \mathbf{G}') \\
& \left. \times 2f \frac{\mathcal{K} \left| \frac{\mathbf{G} - \mathbf{G}'}{r} \right|}{\left| \frac{\mathbf{G} - \mathbf{G}'}{r} \right|} \right] . \quad (6)
\end{aligned}$$

利用线性变换可将非线性矩阵方程(5)转化为直接求本征值的矩阵^[13]

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{I} \\ \mathbf{W} & \mathbf{V} & \mathbf{U} & \mathbf{T} & \mathbf{S} & \mathbf{R} \end{bmatrix} . \quad (7)$$

通过求 \mathbf{X} 的特征值便可得 k 与 ω 的关系, 从而得到二维色散和各向异性磁化等离子体光子晶体 TE 模的色散曲线.

2.2. 三维磁化等离子体的时域有限差分法

计算三维色散和各向异性磁化等离子体的时域有限差分法(FDTD), 主要包括递推卷积法(RC)^[14], 直接积分法(DI)^[15], 辅助方程法(ADE)^[16], 电流密度卷积法(JEC)^[17]和分段线性电流密度卷积法(PLJEC)^[18]. 本文通过 Maxwell 方程及等离子体运动方程推导了外加磁场方向任意的三维磁化碰撞等离子体的 FDTD 公式. 具体推导过程如下: 在磁化碰撞等离子体中, Maxwell 方程组和相关联的等离子体运动方程为^[17, 18]

$$\begin{aligned}
\nabla \times \mathbf{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} , \\
\nabla \times \mathbf{H} &= \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J} , \quad (8) \\
\frac{d\mathbf{J}}{dt} + v\mathbf{J} &= \epsilon_0 \omega_p^2 \mathbf{E} + \omega_c \times \mathbf{J} .
\end{aligned}$$

将极化电流密度 $\mathbf{J} = J_x \mathbf{e}_x + J_y \mathbf{e}_y + J_z \mathbf{e}_z$ 和电子回旋频率 $\omega_c = \omega_{cx} \mathbf{e}_x + \omega_{cy} \mathbf{e}_y + \omega_{cz} \mathbf{e}_z$ 代入(8)式第三个方程可得

$$\begin{bmatrix} \frac{dJ_x}{dt} \\ \frac{dJ_y}{dt} \\ \frac{dJ_z}{dt} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{bmatrix} + \epsilon_0 \omega_p^2 \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} , \quad (9)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -v & -\omega_{cz} & \omega_{cy} \\ \omega_{cz} & -v & -\omega_{cx} \\ -\omega_{cy} & \omega_{cx} & -v \end{bmatrix} .$$

由于(9)式中三个电流密度分量相互耦合, 因此其 FDTD 迭代方程必须同时求解. 取电场 \mathbf{E} 和电流密度 \mathbf{J} 空间位置相同, 电场 \mathbf{E} 时间位置位于整数步, 磁场 \mathbf{H} 和电流密度 \mathbf{J} 的时间位置位于半个步, 利用中心差分公式将(9)式化为差分方程

$$\begin{bmatrix} J_x^{n+1/2} \\ J_y^{n+1/2} \\ J_z^{n+1/2} \end{bmatrix} = \mathbf{C} \begin{bmatrix} J_x^{n-1/2} \\ J_y^{n-1/2} \\ J_z^{n-1/2} \end{bmatrix} + \mathbf{D} \begin{bmatrix} J_x^{n+1/2} \\ J_y^{n+1/2} \\ J_z^{n+1/2} \end{bmatrix} + \frac{\epsilon_0 \omega_p^2 dt}{1 + \frac{v}{2} dt} \begin{bmatrix} E_x^n \\ E_y^n \\ E_z^n \end{bmatrix} , \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{C} &= \frac{1}{2\left(1 + \frac{v}{2} dt\right)} \begin{bmatrix} 2 - v dt & -\omega_{cz} dt & \omega_{cy} dt \\ \omega_{cz} dt & 2 - v dt & -\omega_{cx} dt \\ -\omega_{cy} dt & \omega_{cx} dt & 2 - v dt \end{bmatrix} , \\
\mathbf{D} &= \frac{1}{2\left(1 + \frac{v}{2} dt\right)} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{cz} dt & \omega_{cy} dt \\ \omega_{cz} dt & 0 & -\omega_{cx} dt \\ -\omega_{cy} dt & \omega_{cx} dt & 0 \end{bmatrix} .
\end{aligned}$$

(10)式中每个电流密度分量都含有其他两个电流密度分量的未来时刻值. 例如将(10)式第二和第三个方程联立可分别求出 $J_y^{n+1/2}$ 和 $J_z^{n+1/2}$ 中不包含电流密度 y 和 z 分量未来时刻的表达式值, 并代入(10)式第一个方程可求得不包含未来时刻电流密度分量 $J_x^{n+1/2}$ 的表达式. 同理可求出 $J_y^{n+1/2}$ 和 $J_z^{n+1/2}$ 中不包含未来时刻的电流密度分量表达式. 最后整理如下:

$$\begin{bmatrix} J_x^{n+1/2} \\ J_y^{n+1/2} \\ J_z^{n+1/2} \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} J_x^{n-1/2} \\ J_y^{n-1/2} \\ J_z^{n-1/2} \end{bmatrix} + \mathbf{N} \begin{bmatrix} E_x^n \\ E_y^n \\ E_z^n \end{bmatrix} , \quad (11)$$

$$\mathbf{M} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} 1 - \left(\frac{vdt}{2}\right)^2 - \left(\frac{\omega_{cy}dt}{2}\right)^2 & \frac{\omega_{cx}\omega_{cy}dt^2}{2\left(1 + \frac{vdt}{2}\right)} - \omega_{cz}dt & \frac{\omega_{cx}\omega_{cz}dt^2}{2\left(1 + \frac{vdt}{2}\right)} + \omega_{cy}dt \\ - \left(\frac{\omega_{cz}dt}{2}\right)^2 + \frac{1 - \frac{vdt}{2}}{1 + \frac{vdt}{2}} \left(\frac{\omega_{cx}dt}{2}\right)^2 & 1 - \left(\frac{vdt}{2}\right)^2 - \left(\frac{\omega_{cx}dt}{2}\right)^2 & \frac{\omega_{cy}\omega_{cz}dt^2}{2\left(1 + \frac{vdt}{2}\right)} - \omega_{cx}dt \\ \frac{\omega_{cx}\omega_{cy}dt^2}{2\left(1 + \frac{vdt}{2}\right)} + \omega_{cz}dt & - \left(\frac{\omega_{cz}dt}{2}\right)^2 + \frac{1 - \frac{vdt}{2}}{1 + \frac{vdt}{2}} \left(\frac{\omega_{cy}dt}{2}\right)^2 & 1 - \left(\frac{vdt}{2}\right)^2 - \left(\frac{\omega_{cy}dt}{2}\right)^2 \\ \frac{\omega_{cx}\omega_{cz}dt^2}{2\left(1 + \frac{vdt}{2}\right)} - \omega_{cy}dt & \frac{\omega_{cy}\omega_{cz}dt^2}{2\left(1 + \frac{vdt}{2}\right)} + \omega_{cx}dt & - \left(\frac{\omega_{cx}dt}{2}\right)^2 + \frac{1 - \frac{vdt}{2}}{1 + \frac{vdt}{2}} \left(\frac{\omega_{cz}dt}{2}\right)^2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{N} = \frac{\varepsilon_0 \omega_p^2 dt}{2L} \begin{bmatrix} \frac{\left(1 + \frac{vdt}{2}\right)^2 + \left(\frac{\omega_{cx}dt}{2}\right)^2}{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{vdt}{2}\right)} & \frac{\omega_{cx}\omega_{cy}dt^2}{2\left(1 + \frac{vdt}{2}\right)} - \omega_{cz}dt & \frac{\omega_{cx}\omega_{cz}dt^2}{2\left(1 + \frac{vdt}{2}\right)} + \omega_{cy}dt \\ \frac{\omega_{cx}\omega_{cy}dt^2}{2\left(1 + \frac{vdt}{2}\right)} + \omega_{cz}dt & \frac{\left(1 + \frac{vdt}{2}\right)^2 + \left(\frac{\omega_{cy}dt}{2}\right)^2}{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{vdt}{2}\right)} & \frac{\omega_{cy}\omega_{cz}dt^2}{2\left(1 + \frac{vdt}{2}\right)} - \omega_{cx}dt \\ \frac{\omega_{cx}\omega_{cz}dt^2}{2\left(1 + \frac{vdt}{2}\right)} - \omega_{cy}dt & \frac{\omega_{cy}\omega_{cz}dt^2}{2\left(1 + \frac{vdt}{2}\right)} + \omega_{cx}dt & \frac{\left(1 + \frac{vdt}{2}\right)^2 + \left(\frac{\omega_{cx}dt}{2}\right)^2}{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{vdt}{2}\right)} \end{bmatrix},$$

$$L = \left(1 + \frac{vdt}{2}\right)^2 + \left(\frac{\omega_{cx}dt}{2}\right)^2 + \left(\frac{\omega_{cy}dt}{2}\right)^2 + \left(\frac{\omega_{cz}dt}{2}\right)^2.$$

需要注意,由于 J_x , J_y 和 J_z 分别位于不同的空间位置,对于(11)式中第一个方程来说,若 J_x 空间位置为 $(i+1/2, j, k)$, 则 $J_y(i+1/2, j, k)$, $J_z(i+1/2, j, k)$, $E_y(i+1/2, j, k)$ 和 $E_z(i+1/2, j, k)$, 都可以用周围的四点来表示,例如 $J_y(i+1/2, j, k)$ 可以表示为

$$\begin{aligned} J_y\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right) &= \frac{1}{4} \left[J_y\left(i, j - \frac{1}{2}, k\right) \right. \\ &+ J_y\left(i, j + \frac{1}{2}, k\right) \\ &+ J_y\left(i + 1, j - \frac{1}{2}, k\right) \\ &\left. + J_y\left(i + 1, j + \frac{1}{2}, k\right) \right] \quad (12) \end{aligned}$$

同理可得其他分量的时域差分形式.

3. 结果分析

图 2 给出了二维非磁化等离子体光子晶体 TE 模的色散曲线. 其中实线和 \circ 分别为采用 PWM 和 FDTD 方法得到的结果. 具体计算参数为: 晶格常数 $a = 2.5 \text{ mm}$, 等离子体圆柱直径 $d = 1.75 \text{ mm}$, 等离子体碰撞频率 $\nu = 0.2\omega_p$, 背景相对介电常数 $\varepsilon_b = 1$, 电子回旋频率 $\omega_c = 0$, 等离子体密度 $n_e = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, 对应 $\omega_p = 2\pi \times 28.376 \times 10^9 \text{ rad/s}$. 横坐标波矢 k 沿 $M(\pi/a, \pi/a) - \Gamma(0,0) - X(\pi/a, 0) - M(\pi/a, \pi/a)$ 方向. 从图 2 可以看出采用这两种不同方法得到的结果基本一致, 并都在归一化频率 $\omega a/2\pi c = 0.2$ 附近出现了一系列群速度为零的色散线, 即平带, 这与

金属表面的等离子体极化类似^[5,49].

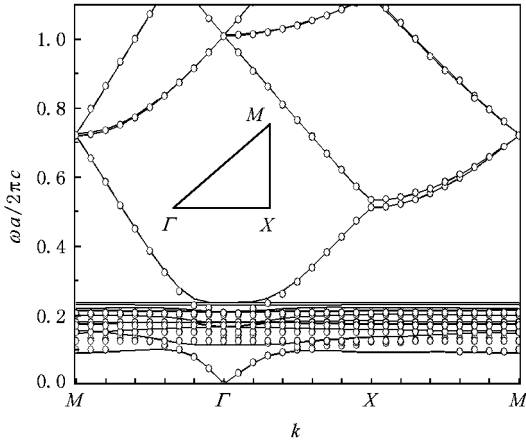


图2 $\omega_c = 0$ 时非磁化等离子体光子晶体 TE 模色散曲线

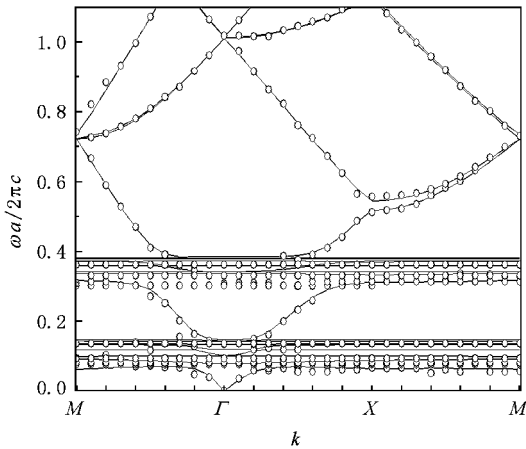


图3 $\omega_c = \omega_p$ 时磁化等离子体光子晶体 TE 模色散曲线

3.1. 磁场变化对色散特性和带隙的影响

在其他参数不变,当 $\omega_c = \omega_p$ 时,磁化等离子体光子晶体的色散曲线如图 3 所示,实线和 \circ 分别为 PWM 和 FDTD 方法计算得到的结果,两者基本一致.从图 3 可以看出当存在外加磁场时,TE 模的色散曲线分别在归一化频率 $\omega a/2\pi c$ 为 0.1456 和 0.3821 下面出现一系列平带.这是因为等离子体光子晶体的平带出现在等离子体的截止频率点,即在等离子体介电函数实部为零的位置^[5].当不存在外加磁场时,等离子体的截止频率 $\omega = \omega_p$,此时 $\text{Re}(\epsilon_a) = 0$,平带则应该出现在归一化等离子体频率 $\omega_p a/2\pi c = 0.2365$ 下面的区域,这与图 2 数值结果基本一致.在图 1 的模型中,TE 模在磁化等离子体中传播时出现两个截止频率点^[20],即左旋截止频率

$\omega_L = (1/2) \sqrt{-\omega_c + (\omega_c^2 + 4\omega_p^2)^{1/2}}$ 和右旋截止频率 $\omega_R = (1/2) \sqrt{\omega_c + (\omega_c^2 + 4\omega_p^2)^{1/2}}$.当 $\omega_c = \omega_p$ 时, $\omega_L a/2\pi c$ 和 $\omega_R a/2\pi c$ 的理论计算值分别为 0.1461 和 0.3826.这与图 3 数值计算得到的各个区域平带的上频率点对应.图 4 给出了 $\omega_c = 3\omega_p$ 时,采用 PWM 计算得到的磁化等离子体光子晶体的色散曲线.与图 3 相比,当外加磁场增大时,色散曲线的下平带下移,上平带上移,下平带和上平带分别在归一化频率 0.071 和 0.781 下面出现,这与理论计算值一致.图 5 给出了采用计算公式和 PWM 法得到的磁化等离子体光子晶体平带位置随磁场的变化关系.其中实线为理论计算值,上三角 (\triangle) 和下三角 (∇) 分别为上下平带所对应的区域.随着外加磁场的增加,上下平带分别呈非线性增加和减小趋势,而且理论计算得到的结果与上下平带中上频率点的位置吻合.因此在磁化等离子体光子晶体中可以通过调节外加磁场的大小来控制平带的位置.

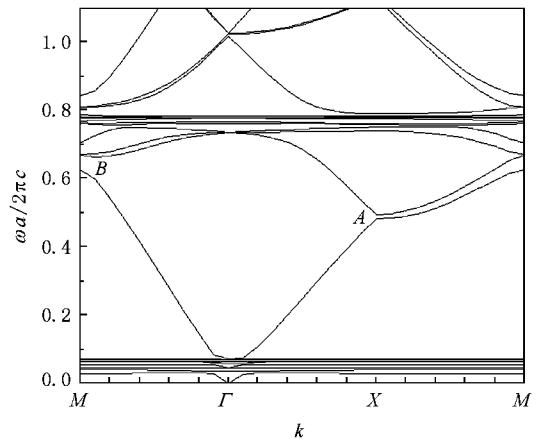


图4 $\omega_c = 3\omega_p$ 磁化等离子体光子晶体 TE 模色散曲线

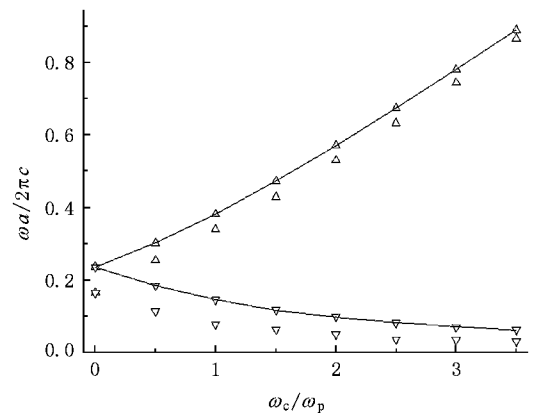


图5 平带位置随磁场变化曲线

通过比较图 3 和图 4 可知,外加磁场增大时,除了平带位置发生变化外,图 4 中的色散曲线在 Γ - M 方向也出现了带隙,即在波矢 M 处 B 点有了较宽的带隙,而图 3 只在 Γ - X 方向存在带隙,但是在图 4 中由于波矢 X 处 A 点的带隙变小导致了 Γ - X 方向带隙减小.图 6 给出了图 4 中波矢 X 和 M 处 A 和 B 点上下边带的电场幅度分布图.图 6(a)和(b)分别是 X 处 A 点下边带和上边带对应归一化频率为 0.481 和 0.493 处电场的幅度分布图.可以看出下边带的电场主要集中在等离子体圆柱的外面,而上边带的电场则主要集中在圆柱内部.由图 6(c)和(d)可知,

同样的现象也出现在 M 处 B 点的下边带和上边带.因此无论对 A 或 B 点的上下边带来说,尽管波矢值相同,但电场幅度分布变化较大.这种电场分布的差异正是磁化等离子体光子晶体带隙形成的原因.因为由一般光子晶体的光子带隙理论可知^[21,22],在带隙的下边带,场分量主要集中在介电函数较高的区域,而在带隙的上边带场分量则集中于介电函数较低的区域.对于磁化等离子体光子晶体来说,等离子体的介电函数小于 1,因而下边带电场分量集中于空气区域,上边带的电场分量集中于等离子体区域,这种电场分布的差异导致了光子带隙的形成.

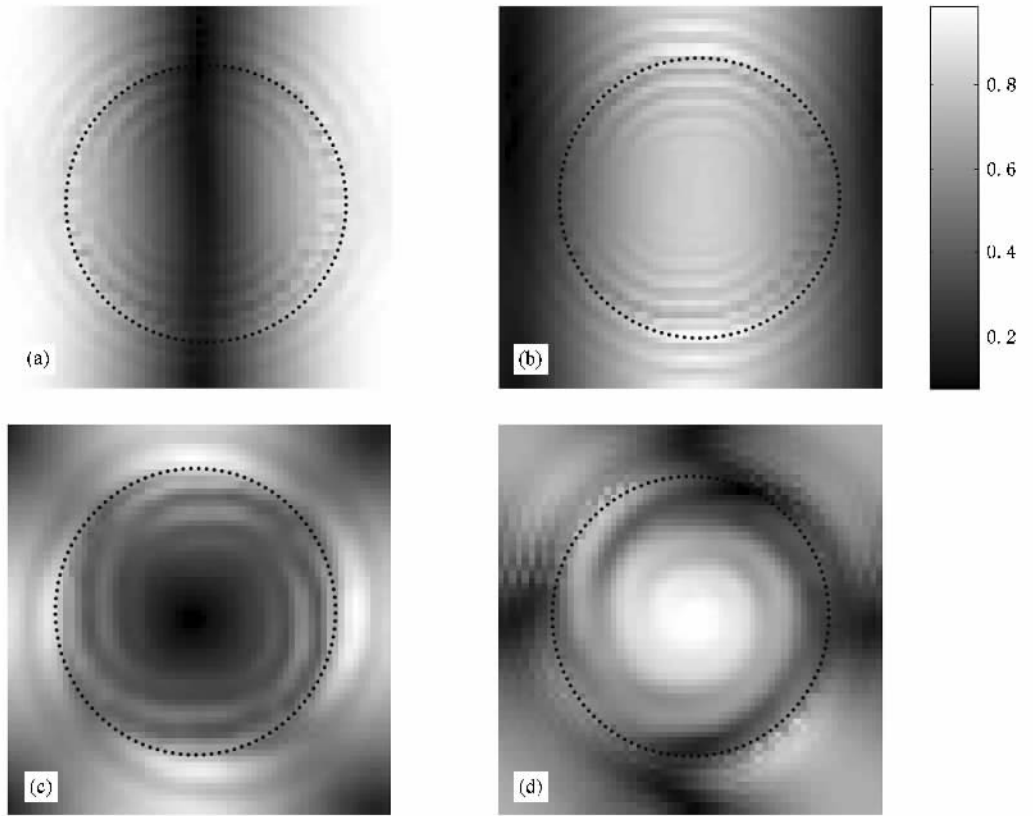


图 6 $\omega_c = 3\omega_p$ 时磁化等离子体光子晶体在波矢 X 处 A 点和 M 处 B 点上下边带的电场分布图 (a)波矢 X 在 $\omega a/2\pi c = 0.481$ 处电场幅度分布 (b)波矢 X 在 $\omega a/2\pi c = 0.493$ 处电场幅度分布 (c)波矢 M 在 $\omega a/2\pi c = 0.625$ 处电场幅度分布 (d)波矢 M 在 $\omega a/2\pi c = 0.669$ 处电场幅度分布

图 7 给出了 Γ - X 和 Γ - M 方向带隙位置和相对带隙宽度随外加磁场的变化.从图 7(a)中可以看出,当 ω_c 的值从 $0-1.5\omega_p$ 变化时, Γ - X (—○—)和 Γ - M (—■—)方向的带隙位置均上移,带隙宽度有增加的趋势.当 ω_c 增加到 $2\omega_p$ 时, Γ - X 和 Γ - M 方向的带隙位置同时降低,且 Γ - X 比 Γ - M 方向降低的幅度要小.这是因为当 $\omega_c = 2\omega_p$ 时,右旋截止引起的上平带区域移动到 Γ - X 和 Γ - M 所形成带隙的色散

曲线上方,从而将 Γ - X 和 Γ - M 处的色散曲线压低,带隙位置下移.当 ω_c 从 $2\omega_p$ 继续增加,平带位置继续上移,从而对 Γ - X 和 Γ - M 方向的带隙位置影响变小, Γ - X 和 Γ - M 方向带隙的中心位置增加,但 Γ - X 方向的带隙位置总比 Γ - M 的要低.图 7(b)给出了图 6 中 Γ - X 和 Γ - M 方向的相对带隙宽度 $\omega_r = \Delta\omega/\omega_g$ (其中 ω_g 为带隙的中心位置, $\Delta\omega$ 为带隙的宽度)随磁场的变化.当 ω_c 从 $0-6\omega_p$ 变化时, Γ - X 和 Γ -

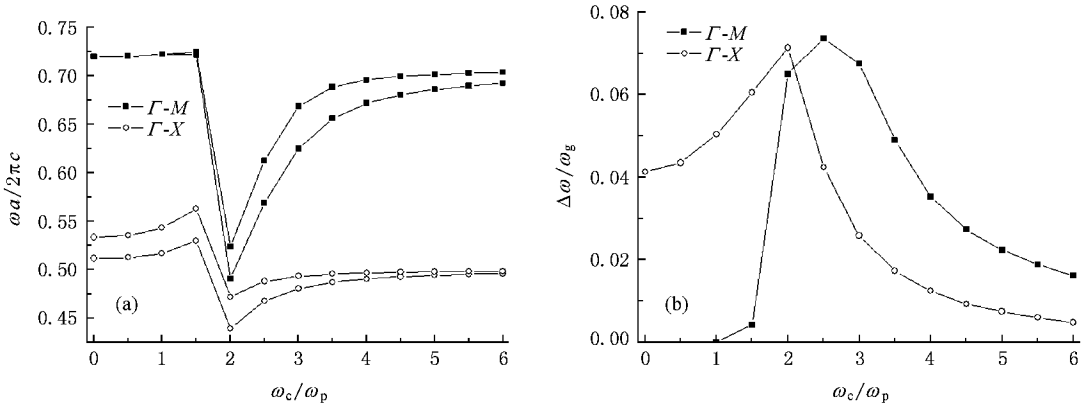


图7 磁场变化对 Γ -X 和 Γ -M 方向带隙位置和相对带隙宽度的影响 (a) 带隙位置 (b) 相对带隙宽度

M 方向的相对带隙宽度都先增加后减小, 当 $\omega_c \leq 2\omega_p$ 时, Γ -X 方向的相对带隙宽度都大于 Γ -M 方向的值, 并在 $\omega_c = 2\omega_p$ 时达到最大值 0.0713. 当 $\omega_c > 2\omega_p$ 时, Γ -M 方向的相对带隙宽度比 Γ -X 的值大, 并在 $\omega_c = 2.5\omega_p$ 时达到最大值 0.0736. 因此在磁化等离子体光子晶体中, 可以通过调节外加磁场的大小有效控制光子带隙的位置和相对带隙宽度, 这在非磁化等离子体光子晶体和一般的介质光子晶体中都是不能实现的.

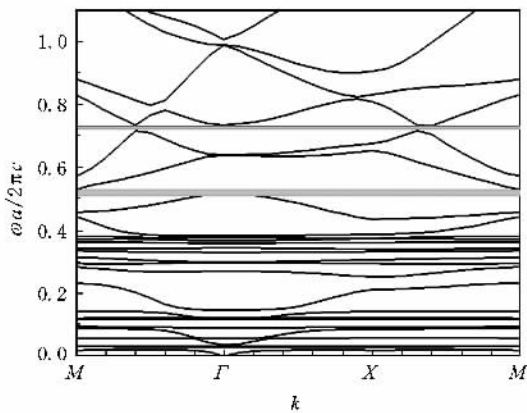


图8 $\epsilon_b = 8.9$ 时磁化等离子体光子晶体色散曲线

3.2. 背景材料对色散特性的影响

由于等离子体和真空的介电函数相差不大, 因此在以上分析的磁化等离子体光子晶体平带区域的上方没有出现全方向带隙. 如果背景材料的相对介电常数增加到 $\epsilon_b = 8.9$, 其他参数同图 3, 由 PWM 得到的磁化等离子体光子晶体色散曲线如图 8 所示. 我们发现在平带上方归一化频率为 0.52 和 0.72 附近均

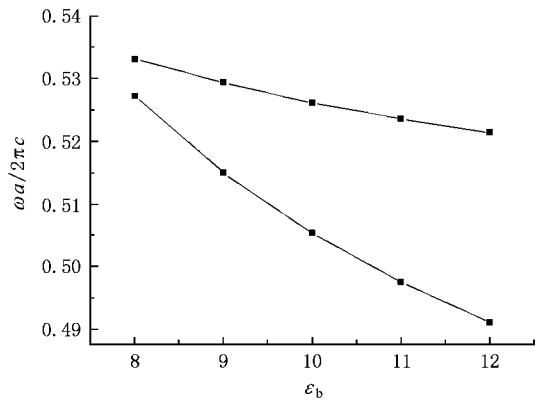


图9 不同背景材料对光子带隙的影响

出现全方向带隙. 图 9 给出了平带上方第一条带隙宽度随背景相对介电常数变化的规律. 可以看出, 当背景介电常数从 8—12 变化时, 带隙中心位置下降, 但带隙宽度不断增加. 由变动理论可知^[23], 背景材料的增加使得等离子体光子晶体整体的介电函数增加, 则色散曲线下移. 同时, 与固体介质光子晶体类似, 背景材料增加使得等离子体与背景材料的介电函数差值增大, 则在等离子体光子晶体中更易形成较大带隙.

3.3. 波矢偏离周期平面对色散特性和带隙的影响

在研究二维光子晶体色散特性时, 一般只计算波矢在周期平面内的情况, 然而波矢偏离周期平面 (即 $k_z \neq 0$) 时会使得色散曲线发生较大改变^[24-26]. 利用前面推导的三维的 FDTD 公式, 计算了当 $k_z = 0.5\pi/a$, 其他参数同图 3 的磁化等离子体光子晶体色散曲线如图 10 所示. 当波矢偏离周期平面时, 磁化等离子体光子晶体的色散曲线不再分解为 TE 模

和 TM 模,与图 3 相比,色散曲线变得较为复杂,在归一化频率 0.72 以上色散曲线明显增多.此外,光子晶体的本征模不是从 0 开始,而是存在着一个截

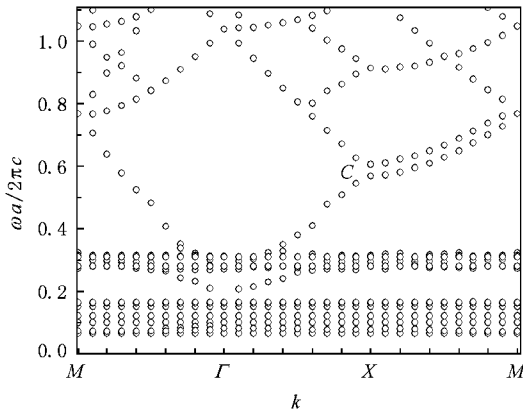


图 10 $k_z = 0.5\pi/a$ 磁化等离子体光子晶体色散曲线

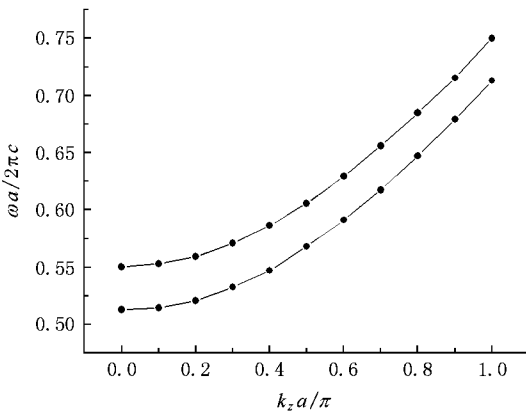


图 11 光子晶体带隙位置随 k_z 变化曲线

止频率.但等离子体平带的位置基本没有变化.为了研究波矢变化对光子带隙的影响,图 11 给出了图 10 中波矢 X 处 C 点上下边带,即 $\Gamma-X$ 方向带隙随 k_z 的变化情况.当 k_z 从 $0-\pi/a$ 每隔 $0.1\pi/a$ 变化时,带隙中心位置不断上移,带隙宽度增加,当 $k_z = 0.4\pi/a$ 时带隙宽度达到最大,随后基本保持不变.因此也可以通过控制非周期平面波矢的大小来调节磁化等离子体光子晶体带隙的位置和宽度.

4. 结 论

本文采用 PWM 和 FDTD 两种算法分析了二维色散和各向异性磁化等离子体光子晶体的色散特性,两者结果一致.研究表明:当波矢在光子晶体周期平面时,由于等离子体的左旋和右旋截止使得 TE 模的色散曲线中出现了两个不同区域的平带,通过改变外加磁场的大小不但可以控制平带的位置,而且可以调节带隙的位置和相对宽度.增大背景材料的介电常数,能够形成全方向光子带隙,随着背景介电常数的增加,带隙中心位置降低,但带隙宽度增加.当波矢偏离周期平面时,磁化等离子体光子晶体的色散曲线由于不再分解为 TE 和 TM 模而变得较为复杂,随着非周期平面波矢的增加,磁化等离子体光子晶体的带隙位置上移,带隙宽度先增加后基本保持不变.因此通过调节磁场,背景介电常数和周期平面波矢的大小都可以有效控制磁化等离子体光子晶体的色散特性.

- [1] Hojo H, Mase A 2004 *J. Plasma Fusion Res.* **80** 89
- [2] Sakai O, Sakaguchi T, Tachibana K 2005 *Appl. Phys. Lett.* **87** 241505
- [3] Sakai O, Tachibana K 2007 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **35** 1267
- [4] Sakai O, Sakaguchi T, Tachibana K 2007 *J. Appl. Phys.* **101** 073304
- [5] Sakaguchi T, Sakai O, Tachibana K 2007 *J. Appl. Phys.* **101** 073305
- [6] Liu S B, Zhu C X, Yuan N C 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2804 (in Chinese) [刘少斌、朱传喜、袁乃昌 2005 物理学报 **54** 2804]
- [7] Liu S B, Gu C Q, Zhou J J, Yuan N C 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1283 (in Chinese) [刘少斌、顾长青、周建江、袁乃昌 2006 物理学报 **55** 1283]
- [8] Ma L, Zhang H F, Liu S B 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5089 (in Chinese) [马力、章海锋、刘少斌 2008 物理学报 **57** 5089]
- [9] Zhang H F, Ma L, Liu S B 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1071 (in Chinese) [章海锋、马力、刘少斌 2009 物理学报 **58** 1071]
- [10] Tang H X, Zuo Y H, Yu J Z, Wang Q M 2008 *Chin. Phys. B* **17** 228
- [11] Jiang A M, Wu R X, Xu J 2008 *J. Nanjing University* **44** 401 (in Chinese) [蒋爱敏、伍瑞新、徐杰 2008 南京大学学报 **44** 401]
- [12] Ginzburg V L 1970 *The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas* (Oxford: Pergamon Press) p107
- [13] Kuzmiak V, Maradudin A A 1997 *Phys. Rev. B* **55** 7427
- [14] Hunsberger F, Luebbers R J 1992 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **40** 1489
- [15] Young J L 1994 *Radio Sci.* **29** 1513
- [16] Lee J H, Kalluri D K 1999 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **47** 1146
- [17] Liu S B, Mo J J, Yuan N C 2002 *Int. J. Inf. MM. Waves* **23** 1803

- [18] Liu S B , Mo J J , Yuan N C 2004 *IEEE Microw. Wireless Compon. Lett.* **14** 222
- [19] Kuzmiak V , Maradudin A A , Pincemin F 1994 *Phys. Rev. B* **50** 16835
- [20] Li D , Chen Y H , Ma J X , Yang W H 2006 *Plasma physics* (Beijing : Higher Education Press) p108 (in Chinese) 李 定、陈银华、马锦秀、杨维 2006 等离子体物理学 (北京 : 高等教育出版社) 第 108 页]
- [21] Meade R D , Rappe A M , Brommer K D , Joannopoulos J D 1993 *J. Opt. Soc. Am. B* **10** 328
- [22] Joannopoulos J D , Johnson S G , Winn J N , Meade R D 2008 *Photonic Crystals-Molding the Flow of Light* (Princeton : Princeton University Press) p69
- [23] Ustyantsev M A , Marsal L F , Ferre-Borrull J , Pallares J 2006 *Optics Communications* **260** 583
- [24] Maradudin A A , McGurn A R 1994 *J. Mod. Opt.* **41** 275
- [25] Feng X P , Arakawa Y 1996 *IEEE J. Quantum Electron* **32** 535
- [26] Foteinopoulou S , Rosenberg A , Sigalas M M , Soukoulis C M 2001 *J. Appl. Phys.* **89** 824

Dispersion properties of two-dimensional dispersive and anisotropic-magnetized-plasma photonic crystals^{*}

Qi Li-Mei[†] Yang Zi-Qiang Lan Feng Gao Xi Shi Zong-Jun Liang Zheng

(School of Physical Electronics , University of Electronic Science and Technology of China , Chengdu 610054 China)

(Received 7 April 2009 ; revised manuscript received 17 April 2009)

Abstract

Dispersion characteristics of two-dimensional dispersive and anisotropic-magnetized-plasma photonic crystals are studied using both the plane wave method and finite-difference time-domain method. When the wave vector lies in the periodic plane, due to the external magnetic field, two different regions of flat bands occur in the TE mode. Varying the values of external magnetic field will affect not only the location of flat bands, but also the position and size of band gaps. Increasing the background dielectric constant will make omnidirectional band gaps to be formed, and make the center of gaps reduced while making the width increase. When the wave vector lies in non-periodic plane, dispersion curves of magnetized plasma photonic crystal are no longer divided into TE and TM modes. With the increasing of the non-periodic wave vector, the location of gap shifts upward, and the gap width firstly increases and then varies little.

Keywords : magnetized plasma photonic crystals , photonic band gap , plane wave method , finite- difference time-domain method

PACC : 4270Q , 5240H

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60571020) and the National Basic Research Program of China (Grant No. 2007CB310401).

[†] E-mail : qilimei1204@163.com