第 59 卷 第 6 期 2010 年 6 月
1000-3290/2010/59(06)/4065-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol. 59, No. 6, June, 2010
©2010 Chin. Phys. Soc.

金属橡胶隔振器随机振动加速度响应分析*

闫 辉[1)†] 姜洪源[1)] 刘文剑[1)] 郝振东[1)] A. M. Ulannov[2)]

1)(哈尔滨工业大学机电工程学院,哈尔滨 150001)

2)(萨玛拉国立航空航天大学,俄罗斯萨玛拉 443086)

(2009 年 7 月 27 日收到;2009 年 10 月 19 日收到修改稿)

通过对随机激励下干摩擦隔振系统理论的深入研究,推导了金属橡胶隔振系统随机激励均方加速度响应求解公式. 对金属橡胶隔振器进行随机振动试验,分析了金属橡胶隔振器相对密度、预变形及所加试验量级对金属橡胶隔振系统均方根加速度响应的影响,得到了相关变化规律曲线. 同时还分析了均方根加速度响应理论值与试验值的对比误差,确定了公式的适用范围.

关键词: 金属橡胶隔振器, 随机振动, 加速度响应

PACC: 4340, 0547, 0710F

1. 引 言

在启动和运行过程中,航空航天飞行器上的各种设备会受到强烈振动、冲击及噪声等力学环境的作用,这种力学环境是宽频带随机振动,且是多方向的. 近年来,对随机共振的规律及其在各个领域的表现已经有了较为全面的认识[1—3]. 当设备中的元器件等经受不住这些恶劣的力学环境作用时,就应采取隔振或减振措施,或应用其他的抗振动和抗冲击系统环境的措施,干摩擦阻尼隔振器(如金属橡胶、钢丝绳、多层钢板等隔振器)在隔振系统中被广泛使用. 它们有高强度、高能量耗散系数,能工作在高温、低温、腐蚀、真空、辐射等环境中. 在过去的几十年中,对确定性时滞系统的研究已经取得了丰富的成果[4—13]. 但是,这类隔振器的非线性特性取决于本身的变形幅值,这使作用在其上的随机振动响应计算变得很困难.

在金属橡胶隔振器工作过程中,会受到脉动推力、过载、冲击和脉动气体压力等综合产生的随机激励作用,它要可靠地执行功能,必须要经受随机振动考验而不发生破坏. 已有资料显示,在以往的金属橡胶隔振器振动试验研究中,大多都是在简谐激励下进行动态试验及理论分析,随机激励下的试验研究和理论分析还很少[14—19]. 因此,随机激励下的金属橡胶隔振器试验及理论研究显得极为必要.

本文通过对具有不同相对密度、相对预变形及试验量级的金属橡胶隔振系统进行宽带随机振动试验,分析金属橡胶隔振系统响应的影响因素,研究该系统随机响应的变化规律.

2. 均方根加速度响应

图 1 为黏性阻尼线性系统动力学模型. 该模型的微分方程可以描述为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = P, \tag{1}$$

式中 c 为黏性阻尼系数,k 为系统刚度. 为求频率响应函数,令激励和位移响应分别为

$$\begin{aligned} P &= P_0 e^{i\omega t}, \\ x &= x_0 e^{i\omega t}. \end{aligned} \tag{2}$$

将(2)式代入微分方程(1)中,则有关系式

$$(-m\omega^2 + ic\omega + k)x_0 e^{i\omega t} = P_0 e^{i\omega t}. \tag{3}$$

从而得到位移和作用力之间的关系,即力的复频响应函数为

$$F_x(i\omega) = \frac{x}{P} = \frac{1}{k - m\omega^2 + ic\omega}. \tag{4}$$

当 $\omega = \omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ 时,衰减系数 n 为

$$n = \frac{c}{2m}, \tag{5}$$

* 国家自然科学基金(批准号:50705016)和中国博士后科学基金(批准号:20080430926, 200801297)资助的课题.

† E-mail: yanhui@hit.edu.cn

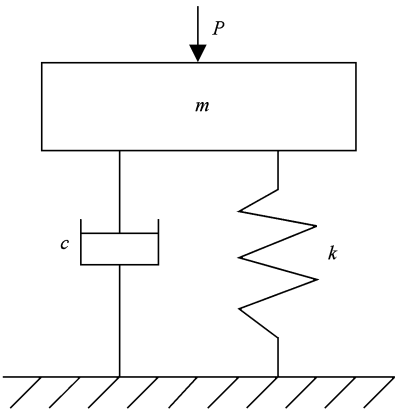


图 1 线性系统动力学模型

则力的复频响应函数变为

$$F_x(\mathrm{i}\omega) = \frac{1}{k}\frac{1}{1-\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}+\mathrm{i}\dfrac{2n}{\omega_0}\dfrac{\omega}{\omega_0}}. \tag{6}$$

由文献[20]可知,力的均方响应值为

$$D_{\mathrm{R}} = \frac{\pi}{4}S_0\omega_0\left(\frac{\omega_0}{n}+\frac{4n}{\omega_0}\right), \tag{7}$$

式中 S_0 为外部作用力的功率谱密度. 与黏性阻尼系统相比,干摩擦隔振系统阻尼的特点是能量耗散系数和刚度一样,都取决于振幅. 能量耗散系数 ψ 可以表示为

$$\psi = \frac{\Delta W}{W}, \tag{8}$$

式中 ΔW 为一个周期内所耗散的能量,W 为系统最大变形势能. 对于方程(1)所示的线性系统,有如下表达式:

$$\begin{aligned}\Delta W &= cx^2\pi\omega,\\ W &= \frac{kx^2}{2}.\end{aligned} \tag{9}$$

因而能量耗散系数和衰减系数可分别表示为

$$\begin{aligned}\psi &\approx \frac{2c\pi\omega}{k},\\ n &\approx \frac{k\psi}{4m\pi\omega}\\ &\approx \frac{\omega_0^2\psi}{4\pi\omega}.\end{aligned} \tag{10}$$

此时,作用于基座上力的均方值变为

$$D_{\mathrm{R}} = S_0\left(\frac{\pi^2\omega}{\psi}+\frac{\omega_0^2\psi}{4\omega}\right). \tag{11}$$

在系统共振点处,即 $\omega \approx \omega_0$, 有

$$D_{\mathrm{R}} \approx S_0\left(\frac{\pi^2\omega_0}{\psi_0}+\frac{\omega_0\psi_0}{4}\right), \tag{12}$$

式中 ψ_0 为共振点对应的能量耗散系数. 由于大多数的隔振系统 $\psi_0 \leqslant 1$, 所以有 $\dfrac{\psi_0}{4} \ll \dfrac{\pi^2}{\psi_0}$, 故(12)式可以简化为

$$D_{\mathrm{R}} \approx S_0\frac{\pi^2\omega_0}{\psi_0}. \tag{13}$$

将方程(1)的两端除以 m,可以得到位移和加速度的传递关系为

$$\begin{aligned}A_x(\mathrm{i}\omega) &= \frac{mx}{P}\\ &= \frac{m}{k}\frac{1}{1-\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}+\mathrm{i}\dfrac{2n}{\omega_0}\dfrac{\omega}{\omega_0}}\\ &\approx \frac{m}{k\left(1-\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}+\mathrm{i}\dfrac{\psi}{2\pi}\right)},\end{aligned} \tag{14}$$

则均方加速度响应为

$$D_A \approx A_0\frac{\pi^2\omega_0}{\psi_0}, \tag{15}$$

式中 A_0 为加速度功率谱密度,其单位为 $g^2\mathrm{s/rad}$. 由(15)式得到作用于系统的均方根加速度响应为

$$\begin{aligned}a_{\mathrm{rms}} &= \sqrt{D_A}\\ &\approx \pi\sqrt{\frac{A_0\omega_0}{\psi_0}}.\end{aligned} \tag{16}$$

加速度传递率 η 与能量耗散系数 ψ 的关系为

$$\eta = \frac{2\pi}{\psi}. \tag{17}$$

将共振点处能量耗散系数 $\psi_0 = \dfrac{2\pi}{\eta_0}$ 代入(16)式可得

$$\begin{aligned}a_{\mathrm{rms}} &= \sqrt{D_A}\\ &\approx \sqrt{\frac{\pi A_0\omega_0\eta_0}{2}}.\end{aligned} \tag{18}$$

进一步,将角频率转化成频率后得

$$\begin{aligned}a_{\mathrm{rms}} &= \sqrt{D_A}\\ &\approx \sqrt{\frac{\pi Sf_0\eta_0}{2}},\end{aligned} \tag{19}$$

式中 S 为加速度功率谱密度,其单位为 g^2/Hz, η_0 为共振点处传递率,即共振点放大倍数. (19)式即为非线性干摩擦阻尼隔振系统随机响应近似求解公式. 根据扫频试验得到的共振频率 f_0 及加速度传递率 η_0, 利用(19)式即可求解加速度功率谱密度为 S 时的隔振系统均方根加速度响应值.

3. 金属橡胶隔振器试验研究

动态试验系统主要由计算机、振动控制仪、功率放大器、振动发生机、电荷放大器、传感器等组成. 试验时，振动控制仪根据已设定的参数产生激励信号，经功率放大器放大后推动振动发生机运动部件产生振动，通过传感器 1 将激励信号反馈到振动控制仪，保证输入的频率、振幅信号的稳定性. 传感器 2 拾取经过隔振器隔振后传递到质量块上的加速度信号，接着此信号被送入电荷放大器，经过转换，在计算机上显示出试验数据. 试验系统装置如图 2 所示.

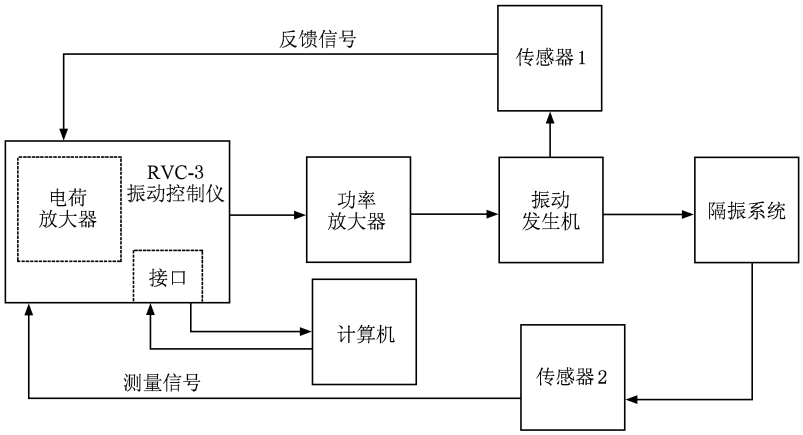


图 2　动态试验装置示意图

本试验采用真随机平均控制方式，控制及响应通道各为一个，控制通道灵敏度为 100 mV/g，谱线数为 1600，控制谱包络线分为三段，控制谱谱形如图 3 所示，单次振动时间为 5 min.

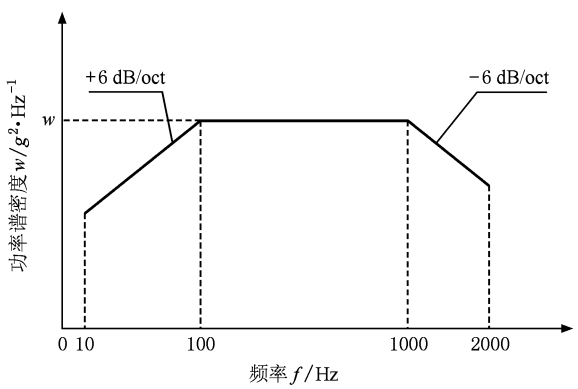


图 3　随机振动试验条件控制谱

选取试件相对密度 $\bar{\rho}$ = 0.24，0.3，0.35，相对预变形 $\bar{Q}$ = 0.05，0.1，金属丝直径 d = 0.1 mm，分组进行试验. 图 4 为不同相对密度时金属橡胶隔振系统加速度响应变化曲线. 由图 4 可以看到，系统均方根加速度响应随着相对密度的增大而增大. 由金属橡胶隔振系统刚度与相对密度的关系可知，金属橡胶元件相对密度越大隔振系统刚度越大，从而系统均方根加速度响应就越大. 同时还可以看出，金属橡胶隔振系统均方根加速度响应随着试验量级的增加而增大，并与试验量级近似呈线性关系. 这是由于振动系统输入试验量级的增加导致运动部件振动幅值的增大，从而金属橡胶隔振器的变形幅值增大，其刚度也随之增大，因此，系统均方根加速度响应随试验量级增加而增大.

图 5 为不同预变形的金属橡胶隔振系统加速度响应变化曲线. 从图 5 可以看到，对于相同相对密度的金属橡胶隔振器，金属橡胶弹性元件预变形越大，加速度响应就越大. 这是由于当金属橡胶弹性元件预变形增大时，金属丝之间的接触点数目会相对增多，金属橡胶弹性元件克服外界载荷作用的能力也就增强，即元件的刚度随着预变形的增加而增大，故均方根加速度响应会增大. 当金属橡胶弹性元件有相对预变形时，金属丝接触点处会产生相对滑移，随着相对预变形的逐渐增加，接触点受到的静摩擦力将逐渐增大，从而在相对滑移的相邻金属丝之间耗散振动能量. 因此，预变形是影响金属橡胶隔振器阻尼性能的重要参数之一.

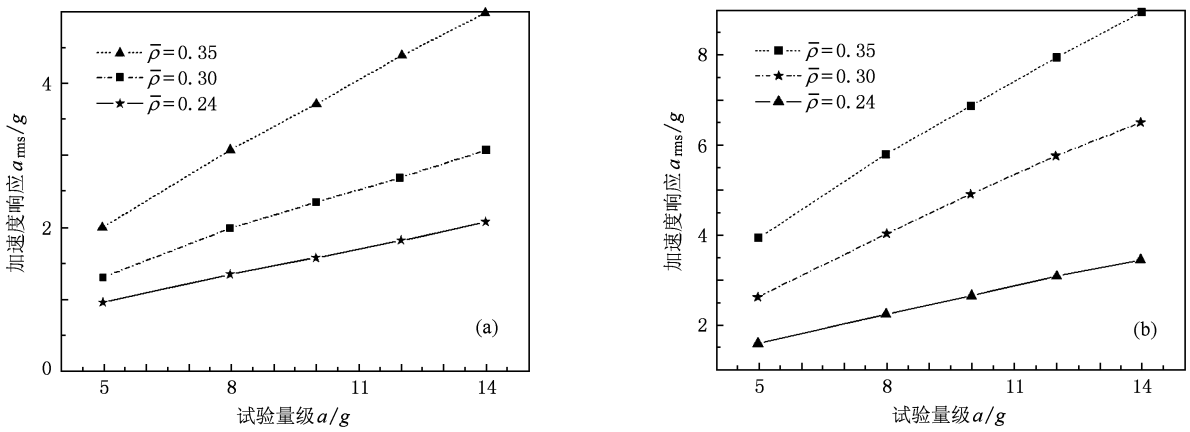


图 4 不同相对密度时加速度响应随试验量级的变化 (a) $\bar{Q}=0.05$, (b) $\bar{Q}=0.1$

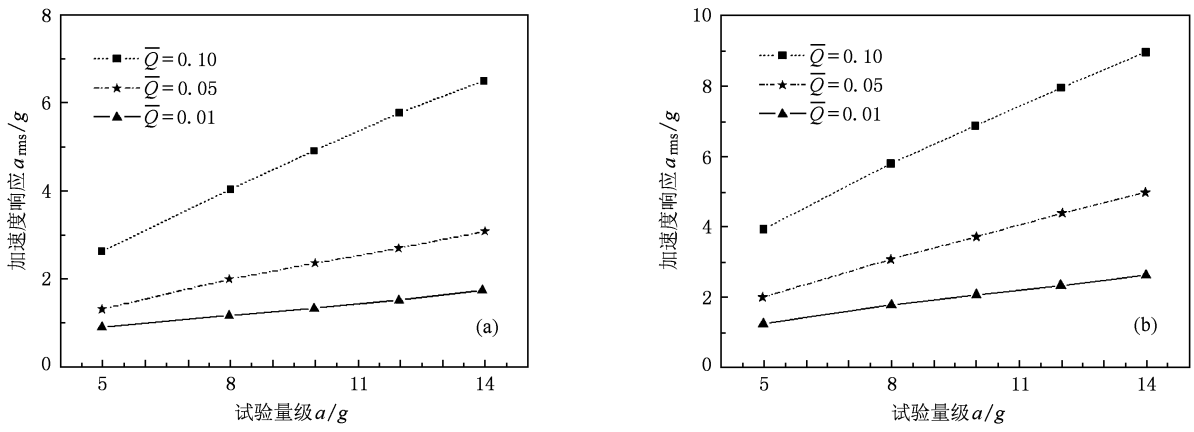


图 5 不同预变形时隔振系统加速度响应曲线 (a) $\bar{\rho}=0.3$, (b) $\bar{\rho}=0.35$

4. 计算结果分析

对于金属橡胶干摩擦迟滞隔振系统,可以通过正弦扫频试验得到共振点处传递率及系统一阶固有频率,利用均方根加速度求解(19)式,近似解出系统均方根加速度响应. 对三种不同相对密度金属橡胶隔振器组成的隔振系统,进行随机激励下的均方根加速度响应求解,并与随机振动试验得到的响应均方根加速度值进行分析.

表 1 给出的是相对密度 $\bar{\rho}=0.35$、相对预变形 $\bar{Q}=0.1$ 的金属橡胶隔振系统在不同试验量级下的均方根加速度响应理论值 a_{rms1} 和试验值 a_{rms2}. 比较后可知,均方根加速度理论值 a_{rms1} 与试验值 a_{rms2} 之间的最大误差 $\Delta=7.3\%$,即 $\Delta<10\%$. 因此,可以证明均方根加速度理论公式的正确性.

表 1 $\bar{\rho}=0.35$, $\bar{Q}=0.1$ 时均方根加速度响应理论值和试验值

a/g	5	8	10	12	14
a_{rms1}/g	4.08	6.09	7.22	8.41	9.61
a_{rms2}/g	3.93	5.80	6.87	7.95	8.96
$\Delta/\%$	3.8	5.0	5.1	5.8	7.3

表 2 和表 3 分别给出了相对密度为 0.3 和 0.24 的金属橡胶隔振系统加速度响应理论值和试验值. 与相对密度为 0.35 的金属橡胶隔振系统相比可以看出,加速度响应理论值相对于试验值的误差随着金属橡胶弹性元件相对密度的减小而增大.

表 2 $\bar{\rho}=0.3$, $\bar{Q}=0.1$ 时均方根加速度响应理论值和试验值

a/g	5	8	10	12	14
a_{rms1}/g	2.72	4.29	5.33	6.23	7.24
a_{rms2}/g	2.62	4.03	4.91	5.76	6.50
$\Delta/\%$	3.8	6.5	8.6	9.4	11.4

表 3　$\bar{\rho}=0.24$，$\bar{Q}=0.1$ 时均方根加速度响应理论值和试验值

a/g	5	8	10	12	14
a_{rms1}/g	1.84	2.77	3.39	3.97	4.48
a_{rms2}/g	1.59	2.24	2.65	3.08	3.45
$\Delta/\%$	16.0	23.0	28.0	28.8	29.8

由于在金属橡胶弹性元件相对密度较小的隔振系统中系统刚度较小，故系统一阶固有频率相对较小. 在系统振级加速度一定的情况下，频率越低，振动台运动部件位移越大，从而位移响应越大，即系统一阶固有频率越低，共振点处振动台运动部件位移越大，隔振器变形幅值也越大，相应的能量耗散系数 ψ_0 越小，由(16)式可知，理论求解的均方根加速度响应值越大. 由于(16)式中的能量耗散系数 ψ_0 是由线性系统中导出的，对于非线性金属橡胶隔振系统，能量耗散系数是随幅值变化的. 在系统固有频率较低时，能量耗散系数 ψ_0 低于其等价的线性系统能量耗散系数，故用理论公式(19)求得的均方根加速度值要高于试验值. 因此，为使(19)式求解的系统均方根加速度误差较小，系统固有频率应较大些. 试验研究表明，对于相对预变形为 0.1，相对密度 $\bar{\rho}=0.24$，0.3，0.35 的金属橡胶隔振器，不同试验量级下扫频得到最低系统固有频率分别为 39，70.6 和 89.8 Hz. 因此，当系统一阶固有频率大于 80 Hz 时，由理论公式(19)求得的均方根加速度响应值较为准确，误差可以控制在 10% 以内.

5. 结　　论

通过对金属橡胶隔振系统隔振机理的分析，在线性黏性阻尼系统模型的基础上利用线性系统均方根响应的求解方法，推导出了随机激励下的金属橡胶隔振系统均方根加速度响应近似求解公式. 对金属橡胶隔振器进行随机振动试验，分析了金属橡胶隔振器相对密度、预变形及所加试验量级对金属橡胶隔振系统均方根加速度响应的影响，得到了相关变化规律. 同时还分析了系统均方根加速度响应理论值与试验值之间误差产生的原因. 这为金属橡胶干摩擦隔振系统随机振动响应求解提供了简单而有效的计算方法.

[1] Nozaki D, Mar D J, Grigg P, Collins J J 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 2402

[2] Zhu H J, Li R, Wen X D 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2404 (in Chinese) [祝恒江、李　蓉、温孝东 2003 物理学报 **52** 2404]

[3] Lin M, Huang Y M 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3277 (in Chinese) [林　敏、黄咏梅 2006 物理学报 **55** 3277]

[4] Hu H Y, Wang Z H 1998 *Int. J. Sound Vib.* **21** 4213

[5] Liao X F, Chen G R 2001 *Int. J. Bifurc. Chaos* **11** 2105

[6] Xu J, Yu P 2004 *Int. J. Bifurc. Chaos* **14** 2777

[7] Ren H P, Liu D 2005 *Chin. Phys.* **14** 1352

[8] Hu H Y, Dowell E H, Virgin L N 1998 *Nonlin. Dyn.* **15** 311

[9] Qian C Z, Tang J S 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 617 (in Chinese) [钱长照、唐驾时 2006 物理学报 **55** 617]

[10] Jin Y F, Xu W, Ma S J, Li W 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3480 (in Chinese) [靳艳飞、徐　伟、马少娟、李　伟 2005 物理学报 **54** 3480]

[11] Rong H W, Wang X D, Xu W, Meng G, Fang T 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2557 (in Chinese) [戎海武、王向东、徐　伟、孟　光、方　同 2005 物理学报 **54** 2557]

[12] Lei Y M, Xu W 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5103 (in Chinese) [雷佑明、徐　伟 2007 物理学报 **56** 5103]

[13] Rong H W, Xu W, Wang X D, Meng G, Fang T 2003 *Int. J. Non-Linear Mech.* **38** 609

[14] Yan H, Jiang H Y, Li G X, Ulannov A M 2007 *China Mech. Eng.* **18** 1443 (in Chinese) [闫　辉、姜洪源、李瑰贤、Ulannov A M 2007 中国机械工程 **18** 1443]

[15] Jiang H Y, Ao H R, Li G X, Dong C F, Xia Y H 2004 *J. Hunan Univ. Sci. Techn.* (Nat. Sci. Ed.) **19** 23 (in Chinese) [姜洪源、敖宏瑞、李瑰贤、董春芳、夏宇宏 2004 湖南科技大学学报(自然科学版)**19** 23]

[16] Chen Y Q, Zhu Z G 2001 *J. Aerospace Power* **16** 175 (in Chinese) [陈艳秋、朱梓根 2001 航空动力学报 **16** 175]

[17] Yan H, Jiang H Y, Liu W J, Ulannov A M 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5238 (in Chinese) [闫　辉、姜洪源、刘文剑、Ulannov A M 2009 物理学报 **58** 5238]

[18] Shi P M, Liu B 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3678 (in Chinese) [时培明、刘　彬 2007 物理学报 **56** 3678]

[19] Wang K 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3987 (in Chinese) [王　坤 2005 物理学报 **54** 3987]

[20] Biderman V L 1980 *Theory of Mechanical Vibrations* (Moscow: Higher Education Press) pp322—325

Analysis of acceleration response of metal rubber isolator under random vibration*

Yan Hui[1)†] Jiang Hong-Yuan[1)] Liu Wen-Jian[1)] Hao Zhen-Dong[1)] A. M. Ulannov[2)]

1) (*School of Mechatronic Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin* 150001, *China*)

2) (*Samara State-maintained Aerospace University, Samara* 443086, *Russia*)

(Received 27 July 2009; revised manuscript received 19 October 2009)

Abstract

Based on the theoretical study of the dry friction isolation system under the random vibration, a formula for the description of the acceleration response of metal rubber (MR) isolation system under random vibration was derived. An experimental research for the MR isolator subject to random vibration excitation was carried out, and the effects of the relative density, the preliminary deformation, and the acceleration level of excitation on the root mean square of acceleration response for the isolation system were analyzed and depicted in curves. The theoretical root mean square of acceleration response was compared with the experimental ones, and the range for the practical use was determined.

Keywords: metal rubber isolator, random vibration, acceleration response

PACC: 4340, 0547, 0710F

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50705016) and the Science Foundation for Postdoctor of China (Grant Nos. 20080430926, 200801297).

† E-mail: yanhui@hit.edu.cn