

非晶丝端部磁场效应的模拟^{*}

庞 浩[†] 杨 钰 王赞基

(清华大学电机工程与应用电子技术系, 电力系统国家重点实验室, 北京 100084)

(2009 年 10 月 23 日收到; 2009 年 11 月 13 日收到修改稿)

实验表明, 不同长度的非晶丝以及非晶丝端部不同的位置都具有不同的磁特性. 为了研究这种端部磁场效应, 基于磁荷分布的假设, 采用数值计算方法获得了非晶丝端部的磁场分布. 然后, 基于数值计算结果, 采用拟合方法获得非晶丝内部磁场分布的一般性计算形式. 由于非晶丝内部磁场强度不可能超出外磁场强度, 提出由中间的均匀磁区以及两端的入磁区和出磁区所构成的非晶丝三磁区模型, 并由此获得端部磁场效应的临界长度计算公式. 该理论模型对端部磁场效应的模拟计算结果与已有实验现象能够符合很好.

关键词: 端部效应, 非晶材料, 磁荷, 磁场计算

PACC: 7540, 7215G, 7530V, 7590

1. 引 言

非晶或纳米晶合金丝所具有的包括磁阻抗在内的各种磁特性是当前磁性材料和磁传感技术的研究热点^[1-4]. 目前已有的磁特性理论模型主要是基于无限长的非晶丝所获得的^[5,6]. 虽然这些模型的计算结果能够很好地解释较长材料中的磁现象, 但是在实际应用中材料的长度总是有限的. 特别地, 为了探测微小空间内的磁场, 需要缩小传感器体积, 所以需要采用较短的非晶丝. 文献报道的一些传感设计还采用了具有微小尺寸的折回曲线的结构^[7,8]. 此时非晶丝周围的磁场分布已经不能简单地按照无限长尺寸对待.

当细丝或薄膜结构开始应用于微小的磁传感和磁存储设计时, 材料长度对磁特性的影响已经得到了关注^[9]. 已有的实验结果表明, 不论采用 Fe 基或是 Co 基非晶材料, 不同长度的非晶丝以及同一非晶丝距离端部不同位置处的磁化特性都不相同^[10-12]. 已有实验对不同长度的非晶丝的整体磁化特性采用较长尺寸的线圈进行探测, 而同一非晶丝不同位置的局部磁化特性采用约 1 mm 长度的线圈进行探测. 依据实验测量的结果^[13], 较长的非晶丝

整体的磁滞回线形状较为相近, 都趋于矩形; 而较短的非晶丝的整体磁化特性显著改变, 未饱和时的磁化率下降, 磁滞回线呈现倾斜的长条形. 较短的非晶丝的局部磁化特性在丝中间强, 并向端部逐渐减弱; 当非晶丝长度超过某一临界值时, 丝的中间段的局部磁化特性较为平坦, 而丝端部的局部磁化特性以相似的趋势减弱.

Zhukova 等^[13]认为非晶丝的端部效应的产生原因是由于丝状结构的铁磁材料自身在不同位置具有不同的磁化过程, 并且 Usov^[14]基于磁化涡旋模型对端部效应进行了建模和计算. 该已有模型以丝的直径很小为由, 认为非晶丝内部磁场和外磁场一样, 而且是均匀的, 从而忽略了非晶丝内部磁场的建立过程, 忽略了端部磁场分布的不均匀性. 同时, 该模型也无法定量估计端部效应的临界长度. 为此, 本文对非晶丝端部磁场效应展开研究. 理论分析部分基于磁荷分布假设, 采用数值计算方法, 获得非晶丝端部磁场分布, 采用拟合方法获得了一般性的磁场计算公式, 并进一步基于 3 个磁区的模型定量估计了端部效应临界长度. 计算和分析部分依据所提的磁场模型对特定参数的非晶丝进行了模拟计算, 并通过计算结果解释了已有的关于端部效应的实验现象.

^{*} 国家自然科学基金(批准号:50607009)资助的课题.

[†] E-mail: panghao99@mails.tsinghua.edu.cn

2. 端部磁场效应的理论分析

2.1. 基于磁荷分布数值求解端部磁场

因为通过磁场方程难以获得解析解,而且有限元算法难以对长度和直径相差几个数量级的问题进行有效剖分,所以选择基于磁荷分布的数值方法分析非晶丝的端部磁场.磁荷^[15],也称磁单极,是与电场中电荷相对应的虚拟物理对象.由磁荷产生的磁场的计算公式与电荷的电场计算公式类似^[16,17].在以非晶丝中心为原点、其轴线方向为 z 轴的 r - φ - z 圆柱坐标系下,如果假设非晶丝直径为 $2a$,长度为 $2L$,沿丝的线磁荷分布为 $\tau(z)$,其中 $-L \leq z \leq L$,则依据对称性有

$$\tau(-z) = -\tau(z), \quad (1)$$

而且磁场分布满足与 φ 无关的轴对称性.于是磁荷在非晶丝外的空间 (r, φ, z) 的磁场强度为

$$\mathbf{H}_\tau(r, z) = H_{\tau_r}(r, z)\mathbf{r} + H_{\tau_z}(r, z)\mathbf{z}, \quad (2)$$

其中 $\mathbf{r}$ 和 $\mathbf{z}$ 是单位方向矢量, $H_{\tau_r}(r, z)$ 和 $H_{\tau_z}(r, z)$ 是 $\mathbf{H}_\tau(r, z)$ 在对应方向的磁场强度分量,

$$\begin{aligned} H_{\tau_r}(r, z) &= \frac{1}{4\pi} \int_0^L \left(\frac{r}{((z-z')^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{r}{((z+z')^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \\ &\quad \times \tau(z') dz', \\ H_{\tau_z}(r, z) &= \frac{1}{4\pi} \int_0^L \left(\frac{z-z'}{((z-z')^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{z+z'}{((z+z')^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \\ &\quad \times \tau(z') dz', \end{aligned}$$

非晶丝置于均匀磁场 $H_{\text{ex}}\mathbf{z}$ 中后,空间中的磁场强度 $\mathbf{H}(r, z)$ 等于外磁场和非晶丝上磁荷分布所产生的磁场的叠加,即

$$\mathbf{H}(r, z) = H_{\text{ex}}\mathbf{z} + \mathbf{H}_\tau(r, z). \quad (3)$$

如果 $H_{\text{ex}} > 0$,则当 $z < 0$ 时磁场进入非晶丝内部,而当 $z > 0$ 时磁场穿出非晶丝.由于非晶丝的磁导率较高,所以非晶丝表面外侧的磁场强度垂直于分界面,即界面上的磁场强度切向分量为0.由此,

$$H_z(a, z) = H_{\text{ex}} + H_{\tau_z}(a, z) = 0. \quad (4)$$

如果将非晶丝沿 z 轴方向按照 $0 = z'_0 < z'_1 < z'_2 < \dots < z'_N = L$ 分为 N 段,假设每段的平均磁荷线密度为 $\tau(n)$,则依据(4)式可以得到方程

$$\sum_{n=0}^{N-1} \left(\frac{1}{\sqrt{(z'_n - z)^2 + a^2}} - \frac{1}{\sqrt{(z'_{n+1} - z)^2 + a^2}} \right) \tau(n)$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{(z'_n + z)^2 + a^2}} - \frac{1}{\sqrt{(z'_{n+1} + z)^2 + a^2}} \tau(n) = 4\pi H_{\text{ex}}. \quad (5)$$

如果取一系列 z 值,带入上述方程,建立多于 N 的矛盾线性方程组,采用最小二乘法可以计算出方程组的最优近似解 $\tau(n)$.

依据磁荷分布 $\tau(n)$,按照下式计算非晶丝表面外侧磁场强度的垂直分量

$$\begin{aligned} H_r(a, z) &= \frac{1}{4\pi a} \sum_{n=0}^{N-1} \left(\frac{z'_{n+1} - z}{\sqrt{(z'_{n+1} - z)^2 + a^2}} \right. \\ &\quad - \frac{z'_n - z}{\sqrt{(z'_n - z)^2 + a^2}} + \frac{z'_{n+1} + z}{\sqrt{(z'_{n+1} + z)^2 + a^2}} \\ &\quad \left. - \frac{z'_n + z}{\sqrt{(z'_n + z)^2 + a^2}} \right) \tau(n). \end{aligned} \quad (6)$$

由此,从 $z = z_0$ 至 $z = L$ 的非晶丝表面穿出的总磁通为

$$\psi(z_0) = \mu_0 2\pi a \int_{z_0}^L H_r(a, z) dz. \quad (7)$$

忽略丝端部横截表面,且近似非晶丝内部磁感应强度均匀,则可以获得非晶丝内部磁感应强度

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_\mu(z_0) &= \frac{\psi(z_0)}{\pi a^2} \mathbf{z} \\ &= \frac{2\mu_0}{a} \int_{z_0}^L H_r(a, z) dz. \end{aligned} \quad (8)$$

基于上述公式可知,如果非晶丝尺寸按照 L 归一化,则非晶丝表面的磁场强度 $\mathbf{H}(z/L)$ 和其内部磁感应强度 $\mathbf{B}_\mu(z/L)$ 只与比值 (a/L) 相关,而非晶材料的磁导率无关.

当 $a/L = 0.002$ 时,外磁场强度 H_{ex} 取 1 A/m ,按照(5)~(8)式计算获得的非晶丝磁荷分布 $\tau(z/L)$ 、非晶丝表面外侧磁场强度的切向分量 $H_z(z/L)$ 和垂直分量 $H_r(z/L)$ 以及非晶丝内部磁感应强度 $B_\mu(z/L)$ 随位置的变化曲线如图1所示.应该指出,切向分量 $H_z(z/L)$ 相比目标0存在一定误差,该误差主要是由(5)式的离散化计算造成.但是,当 $a/L > 0.01$ 时将基于磁荷的磁场计算结果与基于有限元的计算结果对比,二者的数值和趋势都一致.

2.2. 关于非晶丝内部磁场的拟合

前述的数值求解过程每次只能计算一个非晶丝尺寸下的磁场,不便于普遍应用.为此,通过扫描 (L/a) 的不同值,按照数值计算方法获得所对应的非晶丝内部磁感应强度的计算结果,而后选择两个

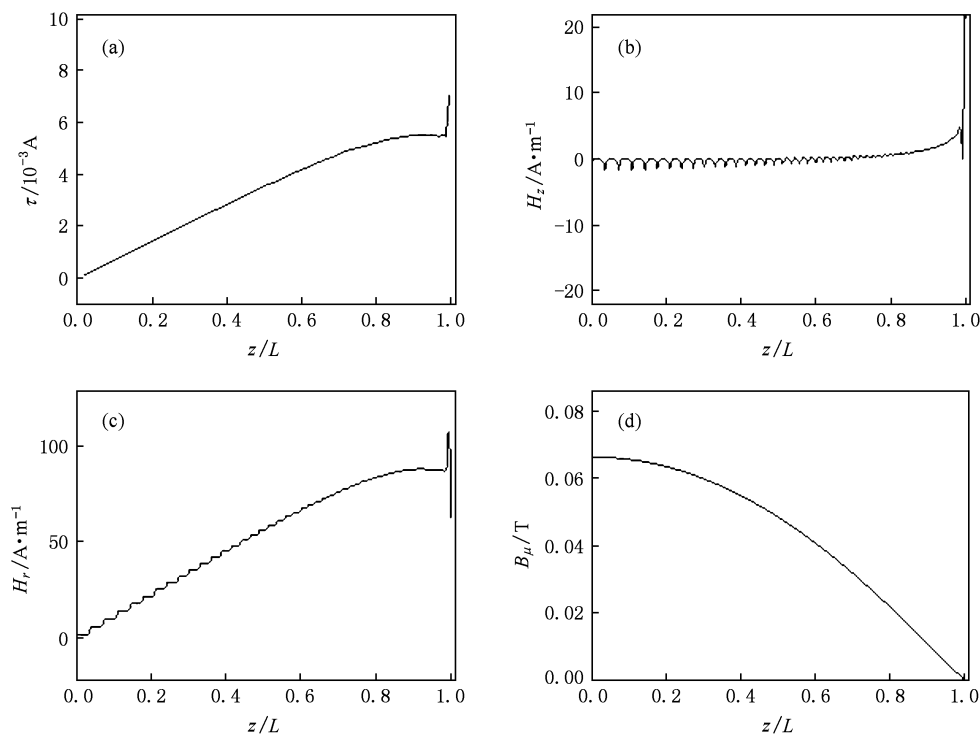


图1 当 $a/L=0.002$ 时的磁场求解结果 (a)磁荷分布,(b)磁场强度切向分量,(c)磁场强度垂直分量,(d)丝内部磁感应强度

公式形式,分别拟合最大磁感应强度 $B_{\mu 0}$ 与 (a/L) 的关系和磁感应强度 $B_{\mu}(z)$ 与 (z/L) 的关系. 所选的两个拟合公式分别为指数形式和二次多项式形式,即

$$B_{\mu 0}=C_2 \mu_0\left(\frac{L}{a}\right)^{C_1} H_{\text {ex }}, \quad(9)$$

$$B_{\mu}(z)=B_{\mu 0}\left(D_2\left(\frac{z}{L}\right)^2+D_1\left(\frac{z}{L}\right)+D_0\right) . \quad(10)$$

当 (L/a) 从 30 以 $10^{0.1}$ 倍增长扫描到 10^4 时,(9)式的拟合结果为 $C_1=1.834, C_2=0.5982$. 如图 2 所示,在对数坐标系下数值计算所获得的最大磁感应

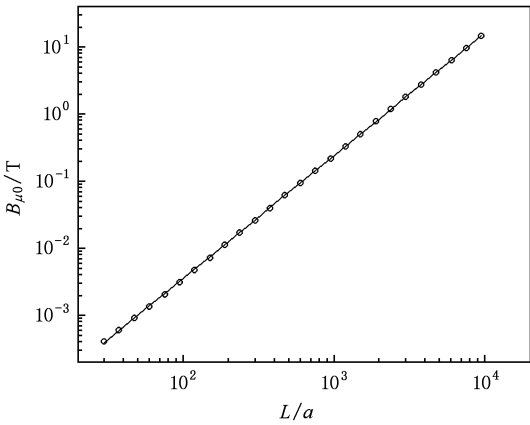


图2 最大磁感应强度 $B_{\mu 0}$ 的拟合

强度 $B_{\mu 0}$ 构成的样本点呈现直线变化趋势,采用(9)式能够很好地拟合这些样本. 对应每个 (L/a) 扫描值,按照(10)式进行拟合所获得的各个系数的变化范围为 $-1.067 < D_2 < -0.937, -0.103 < D_1 < 0.135, 0.984 < D_0 < 1.012$. 由此,不妨取 $D_2=-1, D_1=0, D_0=1$. 最终,非晶丝内部磁感应强度沿 z 轴的一般性计算公式为

$$B_{\mu}(z)=0.5982 \mu_0\left(\frac{L}{a}\right)^{1.834} \times\left(1-\left(\frac{z}{L}\right)^2\right) \cdot H_{\text {ex }}, \quad(11)$$

其中, $-L \leq z \leq L$.

2.3. 非晶丝磁场的 3 个磁区

依据(11)式的结果,如果非晶丝直径不变,当丝的长度增加时,丝中心的最大磁感应强度 $B_{\mu 0}$ 将随着增加. 而由于丝内部的最大磁场强度不会超过外加磁场强度,所以较长的非晶丝的磁场将出现由中间的均匀磁区以及两端的入磁区和出磁区所构成的 3 个磁区,如图 3 所示. 非晶丝在这 3 个磁区中的长度分别为 $(2 L-L_{\text {TH}}), L_{\text {TH}} / 2, L_{\text {TH}} / 2$. 在均匀磁区内,非晶丝的内部磁场强度 $H_{\mu 0}$ 等于外磁场强度

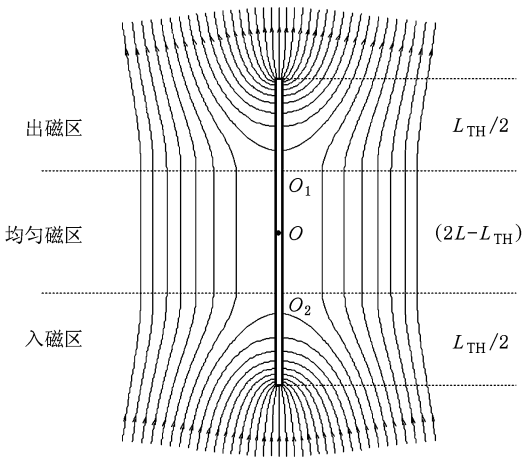


图3 非晶丝磁场的磁力线示意图

H_{ex} , 所以该磁区内的磁场方向都是沿丝的轴线方向. 由于在均匀磁区和其他两个磁区的分界面上磁

场垂直于界面, 而且在入磁区和出磁区中非晶丝表面磁场也是垂直于界面, 所以入磁区或出磁区与均匀磁区的界面以及非晶丝在相应磁区中的外表面共同构成等位面. 由此, 不论均匀磁区的宽度 $(2L - L_{TH})$ 为何值, 在入磁区和出磁区的磁场分布都相同. 即在这两个磁区中非晶丝内部磁感应强度可以按照长度为 L_{TH} 的非晶丝, 参考 (11) 式进行计算, 而 L_{TH} 就是非晶丝端部效应的临界长度.

基于前述的 3 个磁区模型, 在磁区分界点 O_1 和 O_2 , 非晶丝内部磁感应强度等于 $\mu_r \mu_0 H_{ex}$, 其中 μ_r 为非晶丝相对磁导率. 于是, 由 (11) 式可以得到如下等式:

$$B_{\mu 0} = \mu_r \mu_0 H_{ex} = 0.5982 \mu_0 \left(\frac{L_{TH}}{2a} \right)^{1.834} H_{ex}, \quad (12)$$

所以, 端部效应临界长度估算公式为

$$L_{TH} = 2.646 a \mu_r^{0.5453}. \quad (13)$$

而非晶丝内部磁感应强度为

$$B_{\mu}(z) = \begin{cases} B_{\mu 0} \left(1 - \left(\frac{z + L - L_{TH}/2}{L_{TH}/2} \right)^2 \right) & (-L \leq z < -(L - L_{TH}/2)), \\ B_{\mu 0} & (-(L - L_{TH}/2) \leq z \leq (L - L_{TH}/2)), \\ B_{\mu 0} \left(1 - \left(\frac{z - L + L_{TH}/2}{L_{TH}/2} \right)^2 \right) & ((L - L_{TH}/2) < z \leq L). \end{cases} \quad (14)$$

3. 模拟计算和分析

文献[13]实际测量了直径 $2a$ 为 125 μm , 长度 L_z 分别为 3, 7, 10, 12 cm 时 $\text{Co}_{72.5}\text{Si}_{12.5}\text{B}_{15}$ 丝的磁化曲线. 其结果表明, $L_z = 7, 10, 12$ cm 的 Co 基丝的磁滞回线都趋于矩形, 而 3 cm 长的 Co 基丝的磁滞回线呈现倾斜的长条形. 依据 (13) 式给出的临界长度估算公式, 如果 $\text{Co}_{72.5}\text{Si}_{12.5}\text{B}_{15}$ 的相对磁导率取 20000, 则 L_{TH} 的计算值为 3.66 cm. 按照 3 个磁区模型, 当 Co 基丝的总长度超过临界长度时, 在外磁场作用下丝的中间段将出现均匀磁区. 而当外磁场进一步增强时, 均匀磁区都会达到磁饱和. 由于长度为 7, 10, 12 cm 的 Co 基丝都具有均匀磁区, 而该部分在相同的外磁场下达到饱和, 所以具有相似的矩形磁滞回线. 而丝的长度为 3 cm 时, 依据 (9) 式有

$$B_{\mu 0} = \mu_r \mu_0 H_{ex} / 1.44, \quad (15)$$

所以 3 cm 的丝出现饱和所需外磁场大小将比 Co 基材料本身达到饱和所对应的外磁场大 1.44 倍. 达到

饱和后, 由于未饱和段在总长度中仍占有显著的比例, 所以磁化曲线仍倾斜上升, 使磁滞回线呈现长条形.

直径为 125 μm 、长度分别为 2, 3, 4, 5, 12 cm 的 $\text{Co}_{72.5}\text{Si}_{12.5}\text{B}_{15}$ 丝置于 $H_{ex} = 1$ A/m 的外磁场中, 按照 (14) 式计算出的非晶丝内部磁感应强度随位置的变化曲线如图 4(a) 所示, 该曲线的变化形式与图 4(b) 所示的文献[13]给出的实测磁化特性相符合.

对于 $\text{Fe}_{65}\text{B}_{15}\text{Si}_{15}\text{C}_5$ 丝, 如果其相对磁导率取值 70000, 按照 (13) 式, 直径分别为 100, 70, 10 μm 的丝的临界长度 L_{TH} 分别为 5.80, 4.06, 0.58 cm. 由此获得的非晶丝内部磁感应强度随位置的变化曲线与文献[10]所实测的磁化特性曲线的变化趋势也相符合.

4. 结 论

当非晶或纳米晶合金丝置于均匀磁场中时, 虽然细丝直径很小, 但丝两端的内部磁场强度并不等

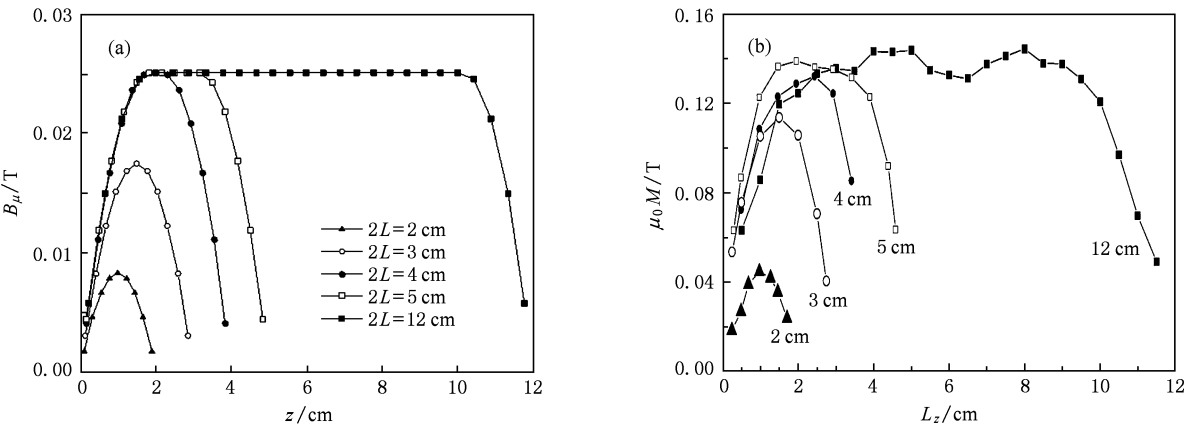


图4 非晶丝内部磁场随位置的变化曲线 (a)模拟计算结果,(b)实测的磁化特性^[13]

于外磁场强度,而是存在端部效应. 本文基于磁荷分布,采用数值计算方法求解出了非晶丝端部的磁场. 当非晶材料磁导率很大时,该磁场分布与材料特性无关,只与非晶丝长度和直径的比值相关. 在扫描一系列长度和直径比之后,通过拟合方法获得了非晶丝内部磁场强度的一般性计算公式. 因为非晶丝内部磁场强度不能超过外磁场强度,所以可以得到非晶丝的3磁区模型. 当非晶丝较长时,其中间均匀磁区内的磁场强度等于外磁场强度,而在两端的入磁区和出磁区,丝的内部磁场向端部逐渐减弱,即表现为端部效应. 基于磁区模型的分析 and 磁场数值计算可以估算入磁区和出磁区的长度,即获得端部效应临界长度值. 依据估算公式,临界长度

与非晶丝的直径和磁导率的0.5453次幂成正比. 对临界长度和非晶丝内部磁场的模拟计算结果合理解释了已有文献中的实验测量结果.

综合上述研究,基于非晶材料的磁传感技术研究需要考虑端部效应的影响. 由于非晶丝端部的磁场强度低于待测的外磁场强度,所以相比实际的材料特性,非晶丝在其端部所表现的磁化、磁电阻、磁阻抗、磁致伸缩、磁温等特性将沿磁场强度方向伸展,变化率降低. 比如,长度小于临界值的非晶丝的磁阻抗变化灵敏度将低于较长的非晶丝. 由此,端部效应临界长度的估计和非晶丝内部磁场的计算将为有效利用非晶丝的磁特性,提高磁传感器的性能提供指导.

[1] Mohri K, Kohzawa T, Kawashima K, Yoshida H, Panina L V 1992 *IEEE Trans. Magn.* **28** 3150

[2] Phan M H, Peng H X 2008 *Prog. Mater. Sci.* **53** 323

[3] Kuzminski M, Nesteruk K, Lachowicz H K 2008 *Sens. Actuators A* **141** 68

[4] Pang H, Li G, Wang Z J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7194 (in Chinese) [庞浩、李根、王赞基 2008 物理学报 **57** 7194]

[5] Antonov A S, Iakubov I T, Lagarkov A N 1998 *J. Magn. Magn. Mater.* **187** 252

[6] Liu L P, Zhao Z J, Huang C X, Wu Z M, Yang X L 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2014 (in Chinese) [刘龙平、赵振杰、黄灿星、吴志明、杨燮龙 2006 物理学报 **55** 2014]

[7] Giouroudi I, Hauser H, Musiejovsky L, Steurer J, Didosyan Y S 2005 *J. Appl. Phys.* **97** 10M109-1

[8] Ohmori K, Tan K, Itoi K, Nagasu K, Uemichi Y, Aizawa T, Yamauchi R 2008 *IEEE Trans. Magn.* **44** 3977

[9] Yan Y D, Torre E D 1989 *J. Appl. Phys.* **66** 320

[10] Zhukov A P, Vazquez M, Velazquez J, Chiriac H, Larin V 1995 *J. Magn. Magn. Mater.* **151** 132

[11] Chiriac H, Borza F, Murgulescu I 2000 *J. Optoelectron. Adv. Mater.* **2** 411

[12] Zhukova V, Zhukov A P, Usov N A, Blanco J M, Gonzalez J 2004 *Physica B: Condens. Matter* **343** 369

[13] Zhukova V, Usov N A, Zhukov A, Gonzalez J 2002 *Phys. Rev. B* **65** 134407

[14] Usov N A 1999 *J. Magn. Magn. Mater.* **203** 277

[15] Chen J, Lu X W 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3839 (in Chinese) [陈杰、鲁习文 2009 物理学报 **58** 3839]

[16] Thide B 2003 *Electromagnetic Field Theory* (Sweden: Upsilon Books) p15

[17] Milton K A, Kalbfleisch G R, Luo W, Gamberg L 2002 *Int. J. Mod. Phys. A* **17** 732

Simulation of magnetic end effect of amorphous wires^{*}

Pang Hao[†] Yang Yu Wang Zan-Ji

(*State Key Laboratory of Power Systems, Department of Electrical Engineering,
Tsinghua University, Beijing 100084, China*)

(Received 23 October 2009; revised manuscript received 13 November 2009)

Abstract

The existing experimental results have shown that the magnetic characteristics of amorphous wires with different lengths or of the same amorphous wire at different longitudinal locations are significantly different. To study this effect, the magnetic field at the end of the amorphous wires is obtained by numerical computation method based on the supposed uniform distribution of the magnetic charge. Then, the general formula of the magnetic field inside the amorphous wire is deduced by analyzing the calculation results and using the fitting algorithm. Because the magnetic field intensity inside the wire is restricted by the external magnetic field source, the model of three magnetic zones is proposed, which consists of the zone of uniform magnetic field in the middle of the wire, the magnetic field entrance-zone and exit-zone at the two ends. The critical length of the magnetic end effect can be estimated by a formula derived from the model. The simulation results of the magnetic end effect can satisfactorily explain the existing experiments.

Keywords: end effect, amorphous wire, magnetic charge, magnetic field calculation

PACC: 7540, 7215G, 7530V, 7590

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50607009).

[†] E-mail: panghao99@mails.tsinghua.edu.cn