

磁电薄膜与微波作用研究^{*}

郑 鸿[†] 杨成韬

(电子科技大学电子薄膜与集成器件国家重点实验室, 成都 610054)

(2009 年 7 月 6 日收到; 2009 年 11 月 20 日收到修改稿)

建立了双层磁电复合薄膜模型, 当磁电材料尺寸可以与微波波长相比拟时, 微波在传播方向上的偏导不为零, 得到了微波与磁电材料作用的非齐次偏微分方程, 并在谐振条件下对该方程进行了解析求解. 推导出磁电系数和材料等效电学参数的解析表达式, 结果表明磁电材料的磁电系数多出相关的耦合项, 其大小不但与材料本身参数有关, 还与微波在材料中的波速有关; 等效导纳多出的耦合项与微波的频率有关.

关键词: 磁电薄膜, 微波, 非齐次偏微分方程

PACC: 7580, 5235H, 7280T

1. 引 言

近年来关于磁电复合薄膜磁电性能的研究报道层出不穷^[1], 从薄膜的复合方式上主要有 1-3 型柱状复合磁电薄膜、0-3 型颗粒复合磁电薄膜、2-2 型叠层复合磁电薄膜等方式^[2]. 但是在磁电薄膜的实验研究中, 大部分都是在低频或是静态^[3]方面, 即磁电系数的测量都是在较低频率下, 同样在理论研究方面无论是模型的建立还是理论的推导较多的还是在低频条件下进行或者没有考虑频率因素. 显然作为一个磁电复合薄膜, 其磁电性能是在外加激励源(磁场或电场)的作用下体现出来的, 频率作为外加激励源的一个重要参数, 必将对磁电性能产生较大影响, 较多磁电复合材料的磁电系数的最大值都是在频率为数十 kHz 的条件下出现, 因此关于磁电复合薄膜的高频性能还鲜有报道. 而把磁电薄膜应用到高频将有更加广阔的发展空间和应用前景, 例如利用磁电效应可以制作传感器^[4]、滤波器等微波器件, 将对现有的微波器件产生重要影响.

磁电系数作为衡量磁电效应强弱的一个重要参量, 提高磁电系数的值成为理论和实验的主要目标, 其极大值出现在谐振频率时, 磁电复合材料的谐振从实验和理论上都有相关的报道, 如 Yang 等^[5]对层状磁电复合材料用等效电路法分析了谐

振状态下的磁电响应; Bichurin 等^[6,7]提出了压电相的机电谐振和压磁相的铁磁共振理论. 对磁电复合薄膜的研究, 将实现磁电材料的微型化和高频化应用, 提高薄膜的谐振频率是将磁电性能推向高频的最直接途径.

关于电(磁)场对磁电复合材料的作用, Harshe 等^[8]较早地根据线性弹性力学以及理想边界条件推导出外加磁场下磁电系数的表达式; Dong 等^[9]通过等效电路的方法对层状磁电材料进行了推导, 得到了磁电系数的表达式和模型的等效电路参数. 这些模型中都只考虑外加电(磁)场通过压电(压磁)效应及其逆效应与磁电材料相互作用而产生磁电效应, 即这些模型都是在低频条件下得到的, 在低频时外加电场或磁场为恒量, 但是随着频率的升高, 升高到当电磁波的波长与薄膜长度可相比拟时, 电磁场在长度方向上不再是恒量, 这时就需要考虑电磁波在磁电材料中的一些新的效应. 近来, 一些报道中讨论了磁电材料在电磁场作用下的效应, Feigel^[10]提出了一种量子真空对介质作用引起的能量-动量效应, 用于解释电磁波与诸如磁电材料的相互作用, 该理论很快被称为 Feigel 效应, 并引起了广泛讨论^[11-15]. Obukhov 等^[16]研究了电磁波在理想磁电材料中的传播问题, 分析并讨论了由此产生的 Feigel 效应. 另外, Zhao 等^[17]对压电-压磁超晶格中电磁波作用的研究中, 提出了一种耦合声子极

^{*} 国家重点基础研究发展计划(批准号: 61363Z)资助的课题.

[†] E-mail: zhong13579@163.com

化激元的概念,认为电磁波的电波和磁波因为压电和压磁效应(逆效应)将同时激发晶格振动,该耦合作用将产生耦合极化激元.并且因为超晶格的周期性结构,Zhao 等通过傅里叶变换计算出在这种磁电超晶格中,得到了电磁波在磁电超晶格中的频率色散关系.本文在此基础上尝试推导出高频电磁波与一般磁电材料之间的作用.

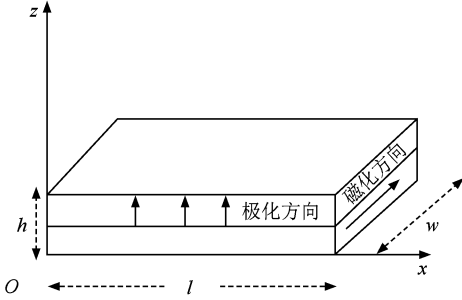


图1 压电压磁薄膜层示意图

2. 微分方程的建立

设磁电薄膜如图1所示,由压电层和压磁层复合而成,沿 x 轴的长度为 l ,宽为 w ,高为 h (压电、压磁层高分别为 h_p, h_m),且 $l > w \gg h$,这样可以使得模型简单,因为压电和压磁层都是各向异性材料,当采用上述条件后,只考虑长度 x 方向的变化.横电磁波(TEM)沿 x 方向传播,传播方程为

$$\begin{aligned} E &= E_0 e^{j\omega t - jkx}, \\ H &= H_0 e^{j\omega t - jkx}, \end{aligned} \quad (1)$$

式中 E_0 为 z 方向常量, H_0 为 y 方向的常量, j 为虚数单位, ω 为电磁波频率, t 为时间, k 为波数,假设电磁波电场方向为 z 方向,则磁场方向为 y 方向.

压电本构关系为

$$\begin{aligned} {}^p S_1 &= s_{11}^e T_1^e + d_{31} E, \\ D_3 &= d_{31} T_1^e + \epsilon_{33} E, \end{aligned} \quad (2)$$

式中, ${}^p S_1, T_1^e$ 为压电层 x 方向的应变和应力, E 为外加电磁波的电场, D_3 为压电层 z 方向的电位移. $s_{11}^e, d_{31}, \epsilon_{33}$ 分别表示压电层的弹性柔度系数、压电应变常数和介电常数.

压磁层本构关系为^[9]

$$\begin{aligned} {}^m S_1 &= s_{11}^h T_1^h + q_{21} H, \\ B_2 &= q_{21} T_1^h + \mu_{22} H, \end{aligned} \quad (3)$$

式中 ${}^m S_1, T_1^h$ 为压磁层 x 方向的应变和应力, H 为外

加电磁波的磁场, B_2 为压磁层 y 方向的磁感应强度. $s_{11}^h, q_{21}, \mu_{22}$ 分别表示压磁层的弹性柔度系数、压磁应变常数和磁导率.

外加电磁波因为压电和压磁效应对磁电薄膜产生了相互作用,这之间必将有能量的耦合,通过磁电薄膜的运动方程可以得到更进一步的结果.在磁电薄膜的运动方程中涉及应力的计算问题,一般情况下薄膜都是生长在基片上的,基片应力对薄膜的影响非常显著.在层状磁电复合薄膜中,由于受基片应力的约束作用使得磁电耦合作用变得微弱,导致磁电系数急剧减小^[18].本文主要考虑磁电薄膜在高频电磁波的作用,认为基片应力为一常量而没有考虑,只关注磁电复合薄膜压电与压磁层之间应力的作用.

由于外加电磁场的作用,磁电薄膜因逆压电压磁效应将产生振动,由于薄膜的长度 $l > w \gg h$,为了简化只考虑沿长度(x)方向的振动,并且假设压电压磁层之间的界面是理想界面,则

$$\begin{aligned} u_{1p} &= u_{1m} = u(x), \\ {}^p S_1 &= {}^m S_1 = \frac{\partial u}{\partial x}, \end{aligned} \quad (4)$$

式中 u 表示相应薄膜的位移.根据牛顿运动定律,薄膜的运动方程为

$$\begin{aligned} (\Delta m_p + \Delta m_m) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ = \Delta T_1^e A_1 + \Delta T_1^h A_2, \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $\Delta m_p = \rho_p A_1 \Delta x, \Delta m_m = \rho_m A_2 \Delta x, \rho_p$ 和 ρ_m 分别为压电和压磁材料的密度; A_1 和 A_2 分别为压电压磁薄膜的横截面积,且 $A_1 + A_2 = A = wh$,令 $A_1 = nA$,则 $A_2 = (1 - n)A$; t 为时间.进一步变换为

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = n \frac{\partial T_1^e}{\partial x} + (1 - n) \frac{\partial T_1^h}{\partial x}, \quad (6)$$

式中 $\rho = n\rho_p + (1 - n)\rho_m$.分别对压电方程和压磁方程的第一个式中做变换,得到应力在 x 方向的微分,这里假设电磁波波长与薄膜长度可以比拟,则 E 和 H 在 x 方向的微分不可忽略^[19,20].由(1)~(4)和(6)式得

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \left(\frac{n}{s_{11}^e} + \frac{1 - n}{s_{11}^h} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - n \frac{d_{31}}{s_{11}^e} \frac{\partial E}{\partial x} \\ &\quad - (1 - n) \frac{q_{21}}{s_{11}^h} \frac{\partial H}{\partial x}, \end{aligned} \quad (7)$$

进一步对上式化简得到

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + j b e^{j\omega t - j k x}, \tag{8}$$

式中

$$a^2 = \frac{\frac{n}{s_{11}^e} + \frac{1-n}{s_{11}^h}}{\rho}, b = \frac{k}{\rho} \left(n \frac{d_{31}}{s_{11}^e} E_0 + (1-n) \frac{q_{21}}{s_{11}^h} H_0 \right).$$

(8)式是一个二阶线性非齐次偏微分方程. 在边界条件和初始条件已知的情况下, 可以通过分离变量法或固有函数方法等求得上式的级数解. 如果没有考虑电磁波对位移的偏导, 则(8)式将没有非齐次项, 是一个标准的波动方程, 其解析理论在压电体理论中都能得到, 并且可以进一步得到诸如谐振频率、机电耦合系数和等效电路在内的各种参数的具体表达式.

3. 方程的求解分析

3.1. 方程解析求解

本文考虑特殊情况, 当薄膜谐振角频率与外加电磁波角频率(ω)相等时, (8)式化简为

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{a^2} u + j \frac{b}{a^2} e^{-j k x} = 0, \tag{9}$$

(9)式解析解为

$$u = C_1 \cos\left(\frac{\omega}{a} x\right) + C_2 \sin\left(\frac{\omega}{a} x\right) + \frac{j b}{a^2 k^2 - \omega^2} e^{-j k x}, \tag{10}$$

式中 C_1, C_2 为待定常数, 根据边界条件可以求得其值. 该解为其齐次方程的通解加上方程(9)的一个特解组成. 该特解反映了电磁波在磁电材料中由于磁电效应而产生的耦合作用. 假设薄膜受到边界应力的作用, 使得薄膜在两端固定, 即边界条件为

$$\begin{aligned} u|_{x=0} &= 0, \\ u|_{x=l} &= 0. \end{aligned} \tag{11}$$

由此得到常数为

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{-j b}{a^2 k^2 - \omega^2}, \\ C_2 &= \frac{1}{\sin\left(\frac{\omega}{a} l\right)} \cdot \frac{j b}{a^2 k^2 - \omega^2} \left[\cos\left(\frac{\omega}{a} l\right) - e^{-j k l} \right], \end{aligned} \tag{12}$$

则应变 S_1 的解析式为 x

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left[C_1 \cos\left(\frac{\omega}{a} x\right) + C_2 \sin\left(\frac{\omega}{a} x\right) \right] \end{aligned}$$

$$+ \frac{j b}{a^2 k^2 - \omega^2} e^{-j k x} \Big]. \tag{13}$$

磁电系数作为反映磁电效应强弱的一个量度而被广泛地应用, 磁电系数定义为 $\alpha = \frac{\Delta E}{H}$, 即外加磁场的变化导致的电场的变化, 磁电系数越大, 表明磁电效应越大. (13)式考虑电磁波对位移的偏导后的耦合项为 $\Delta S_1 = \frac{k b}{a^2 k^2 - \omega^2} e^{j\omega t - j k x}$, 假设该应变由外加磁场对位移的偏导引起, 即 $\Delta S_1 = \frac{k b}{H_0 (a^2 k^2 - \omega^2)} H$, 结合方程(2), (4)可以得到

$$\begin{aligned} \Delta S_1 &= \frac{k b}{H_0 (a^2 k^2 - \omega^2)} H \\ &= s_{11}^e \Delta T_1^e + d_{31} \Delta E, \end{aligned} \tag{14}$$

这里因为只考虑外加磁场的作用故该应变将对压电层产生应力 ΔT_1^e . 再由压电方程(2)第二式得

$$D_3 = d_{31} \Delta T_1^e + \varepsilon_{33} \Delta E. \tag{15}$$

当模型为开路状态时, $D_3 = 0$, 由此可得磁电系数

$$\begin{aligned} \delta \alpha &= \frac{\Delta E}{H} \\ &= \frac{d_{31} k b}{(d_{31}^2 - \varepsilon_{33} s_{11}^e) (a^2 k^2 - \omega^2) H_0}, \end{aligned} \tag{16}$$

代入 b 值进一步化简得

$$\begin{aligned} \delta \alpha &= \frac{\Delta E}{H} \\ &= \frac{d_{31}}{\rho H_0 (d_{31}^2 - \varepsilon_{33} s_{11}^e) \left(a^2 - \frac{\omega^2}{k^2} \right)} \\ &\quad \times \left(n \frac{d_{31}}{s_{11}^e} E_0 + (1-n) \frac{q_{21}}{s_{11}^h} H_0 \right). \end{aligned} \tag{17}$$

上式仅考虑了电磁波与材料耦合项, 没有计算(8)式齐次方程的解导致的磁电系数, 故这里用 $\delta \alpha$ 表示, 关于磁电材料齐次磁电系数表达式为

$$\alpha_3 = \frac{A n (1-n) d_{33}^2 q_{33}}{l \left[n^p s_{33} + (1-n)^m s_{33} \right] (d_{33}^2 + {}^p s_{33} \varepsilon_{33})},$$

即磁电系数只与材料属性有关^[9], 而这里得到的磁电系数的表达式中出现了电磁波在材料中的波速与磁电材料特性的关系, 材料属性 a 可以认为是材料的“声速”, 即机械振动速率, 由磁电系数的表达(17)式中可以看出, 材料的速率越大, 磁电系数越大; 出现的 $\frac{\omega^2}{k^2} = \nu^2$ 表明, $\delta \alpha$ 的大小与外加电磁波的频率无关, 而与电磁波在磁电复合薄膜中的波速

有关.

由压电本构方程(2)得

$$D_3 = \frac{d_{31}}{s_{11}^e} S_1 - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^e} E + \varepsilon_{33} E, \quad (18)$$

而 z 方向的电流、电压分别为^[9]

$$\begin{aligned} I &= \frac{\partial Q}{\partial t} = \iint \frac{\partial D_3}{\partial t} dx dy \\ &= \int_0^w dy \int_0^l \frac{\partial D_3}{\partial t} dx, \quad (19) \\ V &= \int_0^h E dz = hE = hE_0 e^{j\omega t - jkx}, \end{aligned}$$

由(13), (18)和(19)式可以得到磁电薄膜压电层的导纳为

$$\begin{aligned} G &= \frac{I}{V} \\ &= j\omega \frac{wd_{31}}{hs_{11}^e E_0 e^{-jkx}} \\ &\quad \times \left[C_1 \cos\left(\frac{\omega}{a}l\right) + C_2 \sin\left(\frac{\omega}{a}l\right) \right. \\ &\quad \left. - C_1 + \frac{j b}{a^2 k^2 - \omega^2} (e^{-jkl} - 1) \right] \\ &\quad + \omega \frac{w}{kh} (1 - e^{-jkl}) \left(\varepsilon_{33} - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^e} \right) e^{jkx}. \quad (20) \end{aligned}$$

对于该导纳,和一般压电体等效电路参数相比^[21],导纳变得复杂,有边界条件确定的常数 C_1 , C_2 的表达式,并多出了一些项,包括考虑了电磁波矢后,引起模型导纳在长度 x 方向出现了周期性变化的部分(变化因子为 e^{jkx}),另外,在导纳中比一般压电理论中多出了一项

$$\delta G = \omega \frac{wd_{31}}{hs_{11}^e E_0} \frac{b}{a^2 k^2 - \omega^2} (e^{jkl} - 1). \quad (21)$$

该项反映了磁电复合材料由于磁电效应而与电磁波产生的耦合作用,该项中 a 可以认为是材料中声子的速度,项中有实部和虚部,说明该耦合项可以等效为电阻和电容,且该值是薄膜长度 l 的函数,该耦合作用与普通晶体和电磁波相互作用引起的晶格振动具有很大的不同,普通晶体将电磁波的能量以晶格振动的形式全部耗散掉,而磁电材料却通过磁电效应将电磁波的部分能量存储.

3.2. 数值分析与讨论

磁电耦合系数的大小与材料参数包括弹性柔度系数、压电、压磁系数及压电、压磁体积分数的关系, Bichurin 等^[22] 对此进行了讨论. 材料参数如

下^[23]: $s_{11}^e = 15.9 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$; $d_{31} = 1.75 \times 10^{-10} \text{ m/V}$; $s_{11}^h = 1.25 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N}$; $q_{21} = 5.8 \times 10^{-9} \text{ m/A}$; $\rho_p = 7.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$; $\rho_m = 9.2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. 材料几何参数为厚度压电和压磁层都为 $h = 5 \times 10^{-8} \text{ m}$; 长 $l = 0.05 \text{ m}$; 宽 $w = 0.01 \text{ m}$.

对(17)式简化,得

$$\begin{aligned} \delta\alpha &= \frac{d_{31}}{\rho H_0 (d_{31}^2 - \varepsilon_{33} s_{11}^e)} \left(a^2 - \frac{\omega^2}{k^2} \right) \\ &\quad \times \left(n \frac{d_{31}}{s_{11}^e} E_0 + (1 - n) \frac{q_{21}}{s_{11}^h} H_0 \right) \\ &\propto \frac{K}{\frac{\omega^2}{k^2} - a^2}, \quad (22) \end{aligned}$$

其中, K 为系数. 一般情况下, 设电磁波在复合薄膜中的速度大于薄膜声速, 则对(22)式可得耦合磁电系数与电磁波在复合材料中的波速的关系如图2所示.

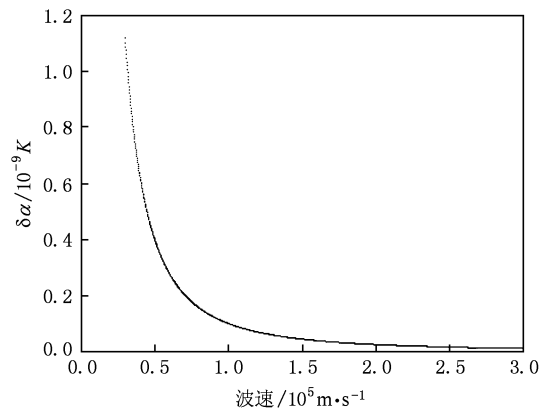


图2 磁电耦合系数与波速关系

由图2可见,在谐振频率下,耦合磁电系数的大小与电磁波在磁电复合材料中的波速成平方反比关系. 在相同条件下,电磁波波速与材料的声速 a 越相近,耦合磁电系数将越大.

图3(a), (b)分别为薄膜长度为 0.005 m , 外加频率为 $4 \times 10^8 \text{ Hz}$ 时(21)式导纳与外加频率、薄膜长度的关系图. 从图3中可以看出,微波与磁电材料因为磁电效应的作用附加了导纳,该导纳随外加微波频率和薄膜长度成周期性变化,对磁电复合材料的性能产生影响. 在磁电材料微波性能研究中,已有关于层状磁电材料电致铁磁层的铁磁共振频率频移的报道,在微波波段,铁磁层(YIG)的铁磁共振频率频移在 $15\text{—}30 \text{ MHz}$,与外加偏置磁场有关^[24].

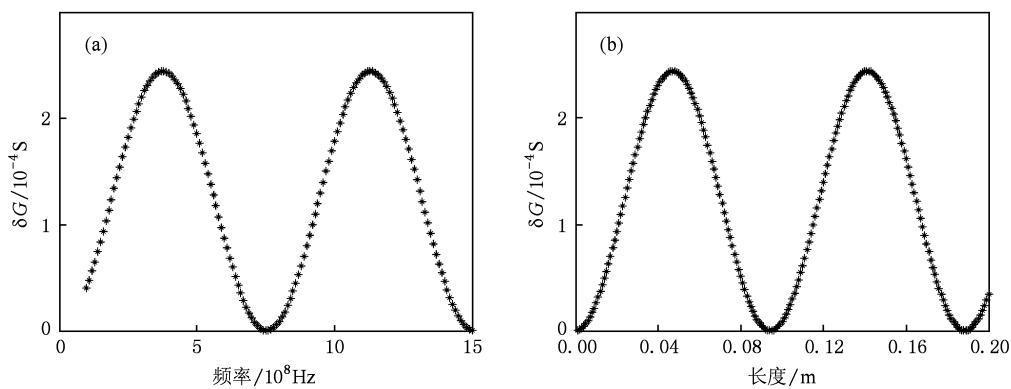


图3 附加导纳随微波频率和薄膜长度的变化关系 (a)附加导纳随微波频率的变化关系,(b)附加导纳随薄膜长度的变化关系

4. 结 论

通过研究磁电薄膜双层模型压电压磁效应,引入微波对磁电材料作用,考虑微波在传播方向上的偏导不为零,得到了微波与磁电材料作用的非齐次波动方程;在薄膜谐振频率与外加电磁波频率相等的条件下对波动方程进行了解析求解,得到了磁电

系数和材料等效电学参数的解析表达式,与相关文献中关于磁电系数的表达式相比,多出了因为考虑高频微波作用而产生的耦合项,该系数的大小与电磁波在磁电材料中的波速有关. 得到了在谐振频率下,等效导纳多出耦合项,该项不但与磁电材料本征参数有关,还与微波频率、薄膜长度有关,表明磁电材料在高频微波中有其独特的效应,对磁电材料的高频应用具有一定的参考价值.

[1] Ramesh R, Spaldin N A 2007 *Nature Materials* **6** 21

[2] Nan C W, Bichurin M I, Dong S X, Viehland A D, Srinivasan G 2008 *J. Appl. Phys.* **103** 31101

[3] Zhang Y, Deng C Y, Ma J, Lin Y H, Nan C W 2008 *Chin. Phys. B* **17** 1056

[4] Ma J, Shi Z, Lin Y H, Nan C W 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5852 (in Chinese) [马 静、施 展、林元华、南策文 2009 物理学报 **58** 5852]

[5] Yang F, Wen Y M, Li P, Bian L X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3537 (in Chinese) [杨 帆、文玉梅、李 平、卞雷祥 2007 物理学报 **56** 3537]

[6] Bichurin M I, Petrov V M, Ryabkov O V, Averkin S V, Srinivasan G 2005 *Phys. Rev. B* **72** 060408

[7] Bichurin M, Viehland D, Srinivasan G 2007 *J. Electro. Ceramics* **19** 243

[8] Harshe G, Dougherty J P, Newnham R E 1993 *Proc. SPIE* **1919** 224

[9] Dong S X, Li J F, Viehland D 2003 *IEEE Trans. Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control* **50** 1253

[10] Feigel A 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 20404

[11] Obukhov Y N, Hehl F W 2007 *arXiv v1 [gr-qc]* **0708** 11538

[12] van Tiggelen B A, Rikken G L J A 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 268903

[13] Birkeland O J, Brevik I 2007 *Phys. Rev. E* **76** 66605

[14] Schutzhold R, Plunien G 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 268901

[15] Feigel A 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 268902

[16] Obukhov Y N, Hehl F W 2008 *Phys. Lett. A* **372** 3946

[17] Zhao J, Yin R C, Fan T, Lu M H, Chen Y F, Zhu Y Y, Zhu S N, Ming N B 2008 *Phys. Rev. B* **77** 75126

[18] He H C, Lin Y H, Nan C W 2008 *Chin. Sci. Bull.* **53** 1138 (in Chinese) [何泓材、林元华、南策文 2008 科学通报 **53** 1138]

[19] Zhang X J, Zhu R Q, Zhao J, Chen Y F, Zhu Y Y 2004 *Phys. Rev. B* **69** 85118

[20] Liu H, Zhu S N, Dong Z G, Zhu Y Y, Chen Y F, Ming N B, Zhang X 2005 *Phys. Rev. B* **71** 125106

[21] Bao X, Hu M 2001 *An Introduction to Electric Devices* (Beijing: Beijing Institute of Technology Press) p190 (in Chinese) [包兴、胡 明 2001 电子器件导论 (北京:北京理工大学出版社) 第 190 页]

[22] Bichurin M I, Kornev I A, Petrov V M, Tatarenko A S, Kiliba Y V, Srinivasan G 2001 *Phys. Rev. B* **64** 94409

[23] Dong S X, Zhai J 2008 *Phys. Solid State* **53** 2113

[24] Pettiford C, Dasgupta S, Jin L, Yoon S D, Sun N X 2007 *IEEE Trans. Magnetics* **43** 3343

Magnetoelectric film under interaction of microwave^{*}

Zheng Hong[†] Yang Cheng-Tao

(*State Key Laboratory of Electronic Thin Film and Integrated Devices, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China*)

(Received 6 July 2009; revised manuscript received 20 November 2009)

Abstract

The bilayered magnetoelectric composite model has been analyzed. The non-homogeneous partial differential equation of the magnetoelectric material interacting with the microwave has been obtained in the condition that the partial derivative of the microwave is non-zero along the transmitting direction when the size of the magnetoelectric material is comparable with the wavelength. The analytic solution is solved for the equation at resonant condition, and then the analytic expressions of the magnetoelectric coefficient and the equivalent electric parameters are calculated. The results show that there is a correlative coupling term in excess in the magnetoelectric coefficient, the magnitude of which is related not only to the material parameters, but also to the microwave's velocity in the material, and the equivalent admittance is related to the microwave's frequency.

Keywords: magnetoelectric thin film, microwave, non-homogeneous partial differential equation

PACC: 7580, 5235H, 7280T

^{*} Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 61363Z).

[†] E-mail: zhong13579@163.com