

非均匀激发介质中螺旋波的演化*

戴 瑜 韦海明 唐国宁[†]

(广西师范大学物理科学与技术学院, 桂林 541004)

(2009 年 11 月 14 日收到; 2009 年 12 月 30 日收到修改稿)

采用简单的离散可激发介质模型研究了不同性质和形状的小异质性颗粒对螺旋波演化的影响, 在小异质性颗粒均匀分布的情况下, 螺旋波的失稳与小异质性颗粒的形状、分布密度和性质有关. 数值研究结果表明: 在适当的条件下, 可以观察到稳定螺旋波发生漫游和螺旋波漂移出系统边界现象, 首次观察到螺旋波破碎成空间无序的周期变化斑图和破碎成时空有序的迷宫斑图现象, 简要讨论了产生这些现象的物理机理.

关键词: 元胞自动机, 可激发介质, 迷宫形斑图

PACC: 0547, 0250, 8730C

1. 引 言

螺旋波在生物、物理、化学等许多系统中被观察到, 如液晶、Rayleigh-Benard 对流等物理系统中的螺旋波^[1,2], 化学系统中螺旋波^[3,4], 心脏中的螺旋波电信号^[5]等等. 介质的非均匀性(如系统参数不均匀)在许多系统(特别是生物系统)中是普遍存在的, 人们研究了介质的非均匀性对螺旋波动力学行为的影响^[6-11], 发现存在各种各样的影响, 这些影响包括: 当一定大小的异质性颗粒在均匀介质中周期分布时, 观察到螺旋波被钉扎、多臂螺旋波、螺旋波破碎等现象^[12]; 介质参数呈梯度分布导致螺旋波漂移^[13]; 螺旋波被缺陷(不同性质的介质)吸引和排斥^[14]; 非均匀介质使螺旋波破碎或维持螺旋波^[15]和使不同频率的螺旋波共存^[16]. 目前, 虽然人们就非均匀介质对螺旋波动力学的影响有不少的认识, 但是不同性质和不同形状的异质性介质对螺旋波演化的影响并没有完全弄清楚.

心肌组织是一种典型的可激发介质, 心脏中的组织变异(组织纤维化和组织局部缺血等)是引起心脏疾病的重要原因之一. 实验发现: 心肌中血液流动性降低能够导致心肌梗塞, 有可能导致心脏细胞的大片死亡, 从而形成成片的非传导性组织^[17]; 心脏中出现螺旋波电信号将导致心室心动过速, 如

果螺旋波破碎形成湍流(时空混沌)将导致心室纤维性颤动^[18]. 因此有必要研究可激发异质介质对螺旋波动力学行为的影响.

鉴于心肌组织细胞分布的离散性, 本文采用 Greenberg-Hasting(GH)离散激发介质模型来研究不同性质、不同形状的异质可激发颗粒对激发介质中螺旋波演化的影响. 考虑到心肌中受损伤细胞仍具备激发性, 但是相对正常细胞来说, 受损细胞可能较长时间处于不应期, 导致这种细胞以一种长周期方式被激发. 在介质中引入这样的异质颗粒(缺陷), 它的演化规则与正常介质相同, 只是每隔 T_1 时间步使处于缺陷中所有元胞的状态都暂时停止演化 m 步, 之后接着继续演化. 结果表明: 在缺陷均匀分布下, 不同性质和不同形状的缺陷使螺旋波演化成不同形状的斑图, 首次发现, 螺旋波破碎形成空间规则和不规则斑图, 这些斑图在时间上看却是周期运动. 下面先介绍模型, 然后介绍我们的数值模拟结果, 最后是结论.

2. 模型和缺陷分布

Greenberg-Hasting 的离散激发介质模型的演化规则为^[19]

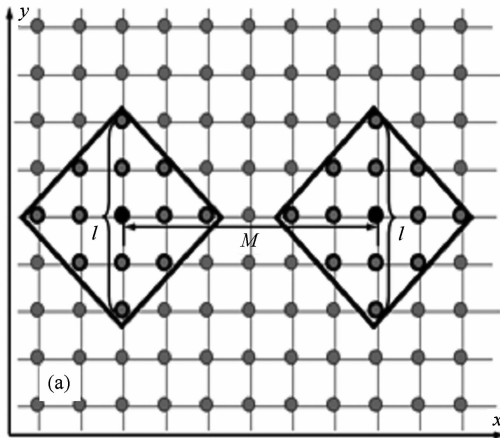
$$u_{i,j}(t+1) \begin{cases} = u_{i,j}(t) + 1, & k - 1 > u_{i,j}(t) \geq 1, \\ = 1, & s(u_{i,j}(t) = 0) \geq s_{th}, \\ = 0, & u_{i,j}(t) = k - 1, \end{cases} \quad (1)$$

* 国家自然科学基金(批准号:10765002)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail tanguoning@sohu.com

式中 i, j 的为元胞(格点)空间位置的标号, $u_{i,j}(t)$ 为元胞 (i, j) 在 t 时刻的状态函数, 其中 $u_{i,j} = 0$ 为元胞的静息态, $u_{i,j} = 1$ 为元胞的激发态, $u_{i,j} = 2, 3, \dots, k-1$ 为元胞的不应态, 一个元胞的状态总数为 k , $s(u_{i,j}(t) = 0)$ 表示 t 时刻处于静息态的元胞 (i, j) 有 s 邻居处于激发态, s_{th} 为系统元胞的激发阈值, 当 $s \geq s_{th}$ 时, 下一时刻该元胞进入激发态. 本文始终作如下处理: 选取空间为 300×300 的格点进行模拟, 系统激发阈值为 $s_{th} = 6$, 采用无流边界条件, 考虑离散的时间步 $t = 0, 1, 2, \dots$, 元胞的状态总数 $k = 8$; 为了减少采用正方形点阵带来各向异性影响, 采用扩展的 Moor 邻居, 具体说就是取元胞的邻居半径 $r = 3$, 但是在边界附近, r 逐渐由 3 降为 1, 以保证无流边界条件要求. 在上述条件下, 用适当初始条件可以得到周期为 $T = 8$ 的稳定螺旋波^[20].

为了研究介质非均匀性对螺旋波运动的影响,



在均匀介质中引入这样一种缺陷, 该缺陷介质在按规则(1)式演化过程中, 同时考虑每隔 T_1 时步使处于缺陷中所有元胞都停止演化 m 步, 之后接着继续演化, 这里 T_1 称为停止周期. 在本文中, m 为可调参数. 我们考虑线形和圆形两种形状的缺陷, 假设缺陷中心元胞的位置为 (i_0, j_0) , 缺陷的线度为 l (为方便起见, 此处 l 用格点数表示), 则缺陷中其他元胞坐标 (i, j) 由下列关系给出:

$$2\sqrt{(i-i_0)^2 + (j-j_0)^2} + 1 \leq l \quad (\text{圆形}), \quad (2a)$$

$$2|i-i_0| + 1 \leq l, \quad j = j_0 \quad \text{或}$$

$$2|j-j_0| + 1 \leq l, \quad i = i_0 \quad (\text{线形}). \quad (2b)$$

缺陷中各元胞分布示意图如图 1 所示. 缺陷在介质中均匀分布, 即在 x 和 y 方向两个缺陷中心间隔 M 个格点, 并取位置 $(1, 1)$ 为其中一个缺陷中心, 其他缺陷位置以此为基准分布在介质中.

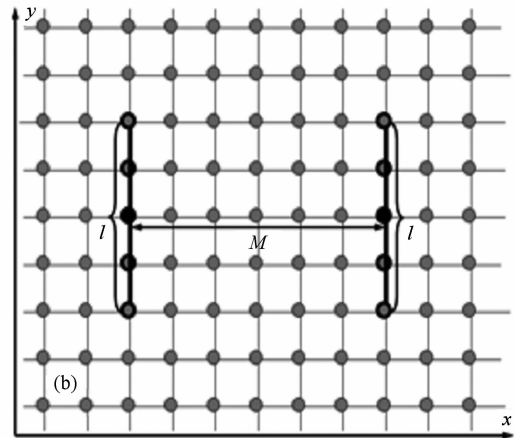


图 1 缺陷分布示意图 (a) 为圆形缺陷; (b) 为线形缺陷

3. 模拟结果

首先在方程(1)描述的系统用适当方式产生稳定的螺旋波, 并以此为系统的初态, 然后在介质中引入缺陷介质. 缺陷的存在将影响介质中元胞的激发间隔 $\tau(t)$ (即影响螺旋波的运动), 这里 $\tau(t)$ 定义如下:

$$\tau(t) = t_p - t_{p-1}, \quad (3)$$

其中 t_p 为一个元胞处于激发态的时刻. 因此监测任意两个正常元胞 B, C 的激发间隔 $\tau(t)$ 可以了解缺陷对螺旋波演化的影响.

在下面的数值模拟中, 固定取 $T_1 = 8, M = 10$, 取 B, C 点坐标分别为 $(105, 105)$ 和 $(55, 45)$, 它们都位

于缺陷之外. 我们将在不同的 M, l 和 m 情况下研究缺陷介质对螺旋波运动的影响.

首先研究圆形缺陷对螺旋波的影响. 给定一个 $m < T_1$, 让缺陷的线度从 $l = 1$ 变化到 $l = 3$, 由于缺陷元胞的数量少, 螺旋波波头由最初的不运动到有小幅运动, τ 由最初的规则变化到无规则变化. 当缺陷的线度 $l = 5$ 时, 缺陷元胞的数量较大, 如果 $m \leq 2$, 螺旋波波头经过一段暂态后完全稳定; 如果 $2 < m \leq 4$, 螺旋波波头有小幅运动, τ 规则变化, 如图 2 (a), (e) 所示; 如果 $m = 5$, 螺旋波发生破碎, 但在空间上形成的斑图具有一定的规则性, 只是 τ 发生了不规则变化, 如图 2 (b), (f) 所示; 如果 $m = 7$, 螺旋波保持稳定不破碎, 但波形变化很大, 波纹间距极不均匀, τ 不规则变化, 如图 2 (c), (g) 所示, 这些结

果说明缺陷对螺旋波的影响是十分复杂的. 当缺陷的线度 $l=7$ 时, 两缺陷几乎相碰, 所以只要 $m \geq 1$, 螺旋波即破碎呈空间无序斑图, 当 $m=1, 2, 4, 5$ 时, 这种空间无序斑图呈现周期变化, 斑图如图 2(d) 所示, 经过一段暂态后两元胞 B, C 的激发间隔变化相同, 如图 2(h) 所示. 从图 2(d), (h) 可以看出这时系统进入周期振荡状态, 振荡周期与系统的固有周期相同 ($\tau=8$). 为更清楚看到这种行为, 图 3 给出了在图 2(d) 参数下相继 9 个时步的稳定局部斑图 (介质中间 100×100 个格点的范围), 可看出经过一个周期后, 正常元胞的状态基本上都回到原来的状

态. 首次观察到螺旋波破碎不是形成时空混沌态, 而是空间无序时间有序状态. 产生这种现象的微观机理是: 螺旋波破碎后出现新的波源, 它产生波向外传播 (参见图 3, 可观察波从右上角向左下角传播), 而该波源的频率恰好就是系统的固有频率, 导致缺陷之外的元胞以相同的频率振荡. 为了进一步证实这种看法, 我们选择让缺陷随机分布, 也同样观察到螺旋波破碎形成空间无序斑图, 但是各元胞以相同的频率振荡, 更明显看到一个波源产生的波向外传播. 这些结果表明缺陷一方面导致螺旋波破碎, 另一方面起到维持振荡作用.

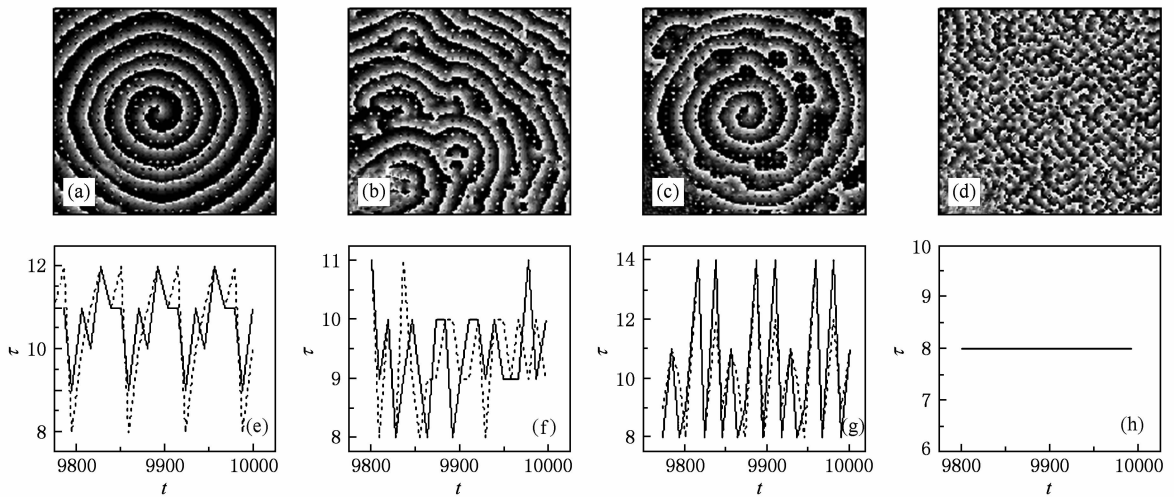


图 2 不同 l 和 m 下系统在 $t=10000$ 时刻的斑图 (第一排图) 和 B, C 两点的激发间隔 τ 随时间的变化 (第二排图, 分别用实线和虚线表示) (a), (e) $l=5, m=4$; (b), (f) $l=5, m=5$; (c), (g) $l=5, m=7$; (d), (h) $l=7, m=1$

现在研究线形缺陷对螺旋波的影响. 在取 $m < T_1$ 的任意值时, 螺旋波稳定性与缺陷的线度 l 有关. 当 $l < 7$ 时, 取 $m < T_1$ 的任意值, 螺旋波波头几乎不动, 螺旋波仍然保持稳定而不破碎. 当 $l=7$ 时, 如果 $m=1$, 螺旋波波头始终沿其附近缺陷运动; 如果 $m=2, 3$, 螺旋波波头沿缺陷线运动到边界后稳定在边界上; 如果 $m=4, 5, 6, 7$, 螺旋波波头保持稳定不动. 当 $l=9$ 时, 如果 $m \leq 3$, 随 m 的增加, 螺旋波从不漫游到无规则漫游变化; 如果 $4 \leq m \leq 6$, 螺旋波经过 400 步的暂态后断裂为稳定的迷宫形斑图, 图 4(a) 给出了当 $l=9, m=6$ 情况下系统在 $t=10000$ 时刻的斑图; 相应 B, C 两点的 τ 随时间变化如图 4(b) 所示, 这些结果表明: 螺旋波波破碎后形成新的时空有序态; 如果 $m=7$, 螺旋波波头仍保持稳定. 当 $l=10$ 时, 整个空间的缺陷纵向连接在一起, 如果 m

$=1$, 螺旋波波头基本保持稳定; 如果 $m=2$, 螺旋波波头沿缺陷漂移出界, 螺旋波消失; 如果 $m=3$, 螺旋波波头始终沿缺陷来回运动, 图 4(c), (d) 给出了系统在 $t=10000$ 时刻的斑图和两元胞 B, C 的激发间隔随时间变化; 如果 $m \geq 4$, 螺旋波破碎成迷宫形斑图, 如图 4(e), (f) 所示.

上述结果表明, 在相同的缺陷尺寸下, 与圆形缺陷相比较, 线形缺陷对螺旋波影响相对较小, 螺旋波不易破碎, 即使螺旋波破碎, 也不会形成时空混沌, 而是形成新的时空有序结构, 这主要是缺陷的元胞总数与介质的元胞总数之比较小的缘故. 当圆缺陷尺寸较大时, 缺陷的元胞总数与介质的元胞总数之比较大, 圆形缺陷对螺旋波的影响比较大, 螺旋波容易破碎, 形成空间无序时间有序的斑图.

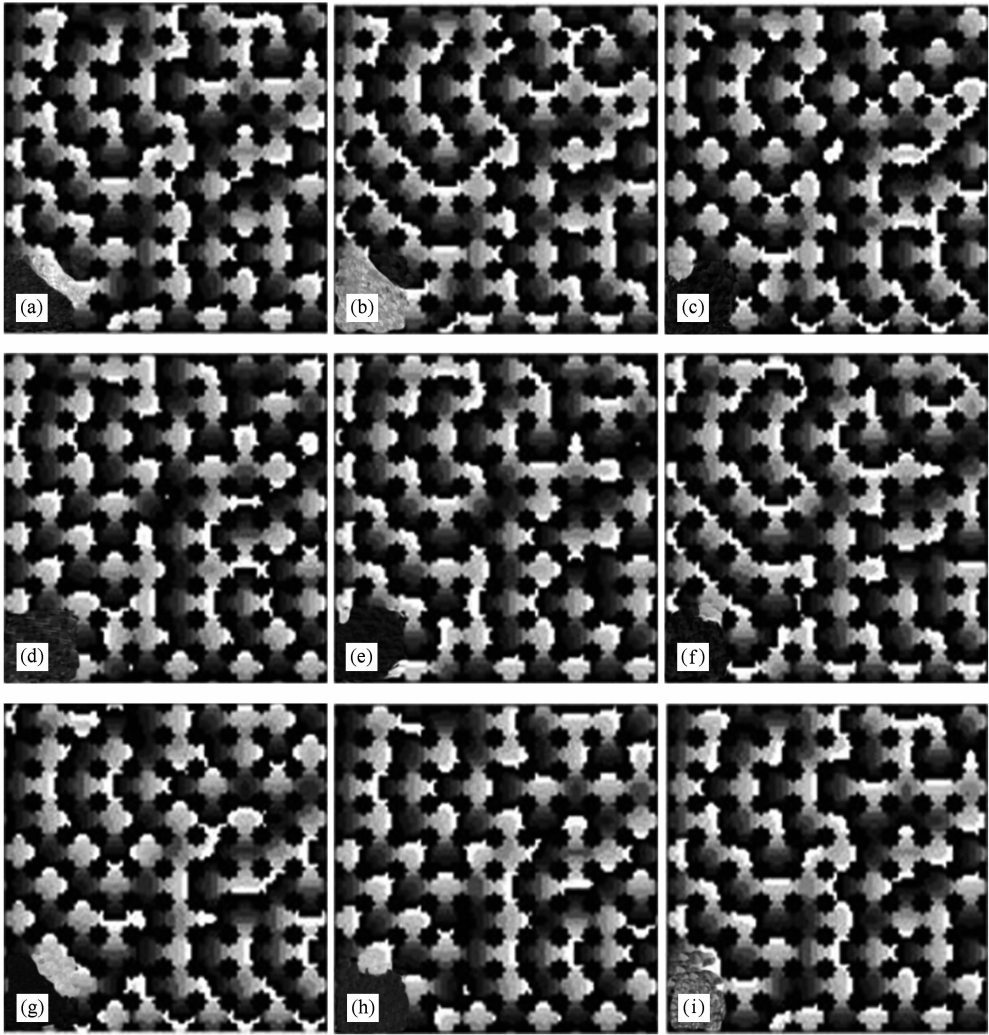


图3 在图2(d)参数下相继9个时步的稳定局部斑图

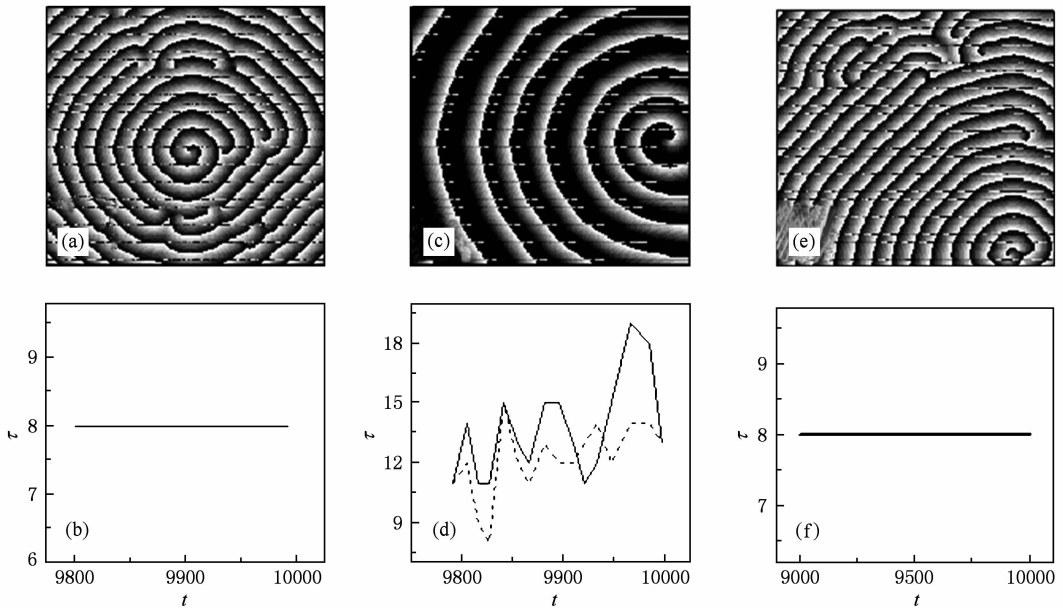


图4 不同 l 和 m 下系统在 $t = 10000$ 时刻的斑图(第一排图)和 B, C 两点的激发间隔 τ 随时间的变化(第二排图) (a), (b) $l = 9, m = 6$; (c), (d) $l = 10, m = 3$; (e), (f) $l = 10, m = 4$

4. 结 论

本文采用元胞自动机离散可激发介质模型研究了不同形状和性质的缺陷对螺旋波演化的影响, 发现在缺陷均匀分布的情况下, 螺旋波的失稳与缺陷的形状、分布密度、缺陷中元胞性质(如停止演化周期 T_1 和停止步数 m) 有关, 且关系复杂. 在一定性

质和形状的缺陷均匀分布下, 观察到如下现象: 稳定螺旋波发生漫游, 螺旋波漂移出系统边界, 使螺旋波消失; 螺旋波破碎成空间无序但时间有序的斑图, 或者破碎成时空有序的迷宫斑图. 在一个实际的心脏系统中是可能出现本文提到缺陷的, 如何通过波形图了解缺陷的大小及分布情况, 以便采取相应的治疗, 是心脏学家要解决的问题, 我们希望本文的研究结果能为心脏病的预防和治疗提供帮助.

-
- [1] Frisch T, Rica S, Couillet P, Gilli J M 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 1471
- [2] Plapp B B, Egolf D A, Bodenschatz E, Pesch W 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 5334
- [3] Jakubith S, Rotermund H H, Engel W, Von Oertzen A, Ertl G 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 3013
- [4] Agladze K I, De Kepper P 1992 *J. Phys. Chem.* **96** 5239
- [5] Witkowski F X, Leon J L, Penkoske P A, Giles W R, Spanok M L, Ditto W L, Winfree A T 1998 *Nature* **392** 78
- [6] Yin X, Liu Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6844 (in chinese) [尹小舟、刘勇 2008 物理学报 **57** 6844]
- [7] Ma J, Jin W Y, Yi M, Li Y L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2832 (in chinese) [马军、靳伍银、易鸣、李延龙 2008 物理学报 **57** 2832]
- [8] Zhang G Y, Ma J, Gan Z N, Chen Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6815 (in chinese) [张国用、马军、甘正宁、陈勇 2008 物理学报 **57** 2832]
- [9] Ma J, Wang C N, Jin W Y, Li Y L, Pu Z S 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2844
- [10] Gan Z N, Ma J, Zhang G Y, Chen Y 2008 *Chin. Phys. B* **17** 4047
- [11] Yang J Z, Zhang M 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 3195
- [12] Bär M, Bangia A K, Kevrekidis I G, Haas G, Rotermund H H, Ertl G 1996 *J. Phys. Chem.* **100** 19106
- [13] Zou X, Levine H, Kessler D A 1993 *Phys. Rev. E* **47** R800
- [14] Pazó D, Kramer L, Pumir A, Kanani S, Efimov I, Krinsky V 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 168303
- [15] Tusscher K H W J, Panfilov A V 2003 *Phys. Rev. E* **68** 62902
- [16] Xie F, Qu Z, Weiss J N, Garfinkel G 2001 *Phys. Rev. E* **63** 31905
- [17] De Bakker J M, van Capelle F J, Janse M J, Wilde A A, Coronel R, Becker A E, Dingemans K P, van Hemel N M, Hauer R N 1998 *Circulation* **77** 589
- [18] Panfilov A V 1998 *Chaos* **8** 57
- [19] Greenberg J M, Hastings S P 1978 *SIAM Journal on Applied Mathematics* **34** 515
- [20] Dai Y, Tang G N 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3 (in Chinese) [戴瑜、唐国宁 2009 物理学报 **58** 3]

The evolution of spiral waves in inhomogeneous excitable media *

Dai Yu Wei Hai-Ming Tang Guo-Ning[†]

(*College of Physics and Technology, Guangxi Normal University, Guilin 541004, China*)

(Received 14 November 2009; revised manuscript received 30 December 2009)

Abstract

The effect of small heterogeneous grains with different features and shapes on the evolution of spiral wave is investigated by using the simple model of discrete excitable medium. When the small grains are uniformly distributed in a medium, the instability of spiral wave relates to the shape, density and nature of the grain. The numerical results show that under suitable conditions, the heterogeneous grains can lead to the transition from stable spiral wave to meandering spiral wave in the medium in which it occurs, the spiral wave even drifts out of the boundary of system. The periodic pattern with irregular shape and the periodic maze-type pattern have been observed for the first time. The physical mechanism underlying these phenomena is discussed.

Keywords: cellular automaton, excitable medium, maze-type pattern

PACC: 0547, 0250, 8730C

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10765002).

[†] Corresponding author. E-mail tangguoning@sohu.com