第 59 卷 第 9 期 2010 年 9 月
1000-3290/2010/59(09)/6071-07

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol. 59, No. 9, September, 2010
©2010 Chin. Phys. Soc.

三维椭球隐身条件的严格推导及其隐身特性验证*

吴 群[1)] 张 狂[1)†] 孟繁义[1)] 李乐伟[1)2)]

1)(哈尔滨工业大学电子与信息工程院,哈尔滨 150001)

2)(新加坡国立大学电气与计算机工程系,新加坡 119260)

(2009 年 7 月 15 日收到;2009 年 12 月 21 日收到修改稿)

基于坐标变换理论,提出并推导了任意轴比下三维椭球的隐身条件,得到了相应隐身罩材料本构参数张量的通解表达式.根据导出的本构参数张量,利用电磁仿真软件分别对不同轴比的三个典型算例进行仿真验证.仿真结果证实了所导出的本构参数张量的正确性.这些分析结果为隐身物理机理的进一步理解,以及三维隐身罩的设计奠定了更充分的理论基础.

关键词:三维椭球隐身罩,坐标变换,非均匀各向异性介质,本构参数张量

PACC:4110H,3220D

1. 引 言

近年来,超常媒质的异常电磁特性引起了人们广泛的兴趣[1—21],其中一些特性在隐身应用方面,表现出了巨大的前景.相比于传统的隐身技术,如外形隐身、吸波材料隐身、等离子体折射隐身、频变隐身等,基于超常媒质的新型隐身技术,能够使电磁波绕过被隐身物体,从而达到隐身效果.Pendry 等人提出了基于非均匀各向异性介质隐身罩的概念,该隐身罩能够使入射电磁波绕过被隐身物体,因此不会产生电磁波散射,从而达到对外界隐身的效果.

Pendry 等人于 2006 年提出了利用坐标变换的方法,得到球体三个方向上的介电常数、磁导率随半径的变化关系,进而得到其隐身条件[1].仍是基于坐标变换方法,Pendry 等于同年得到圆柱体三个方向上的介电常数、磁导率随半径的变化关系,进而得到其隐身条件,并在微波频段上,对覆盖异向介质隐身罩的圆柱体进行了隐身结果的实际测量[2].同年,Cummer 等人利用基于有限元算法的数值仿真软件——COMSOL,对基于 Pendry 给出的圆柱体介电常数、磁导率模型,对理想情况、有损耗情况、覆盖 8 层介电常数、磁导率渐变的无损耗介质,分别进行了仿真,并给出了仿真结果[3].Yan 等于 2007 年对简化参数的圆柱隐身罩进行了研究[4].2008 年,Zharova 等提出了逆隐身罩思想,并提出这这种思想可被用作完美匹配边界条件(PMLs)[5].Isic 等研究了不完美圆柱隐身罩[6].同样,许多国外学者也利用各种数值算法,包括有限元法(FEM)、时域有限差分法(FDTD)等,对圆柱隐身罩和球形隐身罩作了相关的数值分析[7];最近,Ma 对椭圆柱隐身条件进行了推导及分析[8].

国内在隐身领域的研究也紧随其后.Chen 等人,利用 Mie 散射理论,对 Pendry 球体隐身条件进行了解析分析,求得了介质罩中的电磁场分布情况,并进一步分析了有损耗情况下的隐身性能,获得了特性阻抗、折射系数对隐身性能的影响关系[9].Chen 等,通过类似 Pendry 坐标变换的方法,对旋转 90°的介质进行了数值计算,其远场并不发生改变[10].Feng 等研究了一系列各向同性均匀同心介质层构造的非均匀罩壳的隐身特性[11].Cui 等对任意椭圆柱的隐身条件进行了推导及分析[12].Li 等对任意形状二维隐身罩进行了研究[13].我们也对截面为任意正 N 边形的棱柱隐身罩进行了研究[14].

虽然科学家们已经对隐身做了很多相关的研究,但迄今为止,相关理论分析、仿真结果以及实验测试等等,基本都是针对各种柱体隐身罩以及三维球体隐身罩,包括圆柱隐身罩、椭圆柱隐身罩、棱柱

* 国家自然科学基金(批准号:60971064,60801015),教育部博士点基金(批准号:20070213058),中国博士后科学基金(批准号:20070420158)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: zhangkuang@126.com

隐身罩等等. 柱体隐身罩的一个共同特点是都可以简化为二维截面上的模型,但是在实际应用中,柱体隐身罩以及三维球体隐身罩有很大的局限性,不能充分满足实际应用的要求,例如飞机的机头部分、按照空气动力学设计的导弹等,这些部分仅用柱体或球体是无法描述的. 因此,对三维几何体隐身条件的进行理论研究,无论就理论研究层面而言,还是对于实际应用,都具有很大的必要性. 鉴于此,本文提出并严格推导了任意轴比三维椭球的隐身条件,获得了相应隐身罩材料本构参数张量的通解表达式. 根据得到的本构参数张量,利用电磁仿真软件分别对不同轴比的三个典型算例进行了仿真验证. 这些结果为隐身物理机理的进一步理解和三维隐身罩的改进设计,奠定了理论基础.

2. 任意轴比三维椭球隐身罩本构参数张量

在此将基于坐标变换理论,推导任意轴比三维椭球隐身罩介质的本构参数张量. 基于坐标变换理论的隐身罩设计方法是当前比较有效的方法之一. 坐标变换的作用是将一个完整空间变换为一个包绕被隐身物体的壳状空间,同时保持外界空间不变. 由于 Maxwell 方程组在坐标变换下具有形式不变性,因此坐标变换仅仅反映在隐身罩本构参数张量的变化上,即变换后隐身罩介质层的介电常数和磁导率均随空间变化且呈现各向异性,而罩层外空间中的介电常数和磁导率由于没有涉及到坐标变换,因此没有变化. 在隐身罩介质层上应用求得的本构参数张量后,从外面看来,入射电磁波不会受到被隐身物体的干扰,而是在隐身罩的“导引”下,平滑地绕过被隐身物体,而不会形成任何散射. 这就是基于坐标变换的隐身罩设计基本原理.

目前,已有关于球体、圆柱体等几何体的研究报道. 三维任意轴比椭球比球体、圆柱体等对称度很高的几何体更具复杂性和挑战性. 限于篇幅,在此将省略部分中间复杂的数学运算过程,直接给出求解思路和计算结果.

在如下推导中,设定几个必要的假设条件:

1) 设椭球球心位于原点,且内层椭球和外层椭球在 X 轴上的截距分别为 a 和 b.

2) 内层椭球和外层椭球轴比相同,且 Y 轴、Z 轴相对于 X 轴的轴比分别为 k_{xy}, k_{xz},即内层椭球和外层椭球在 Y 轴的截距分别为 ak_{xy} 和 bk_{xy},在 Z 轴的截距分别为 ak_{xz} 和 bk_{xz}.

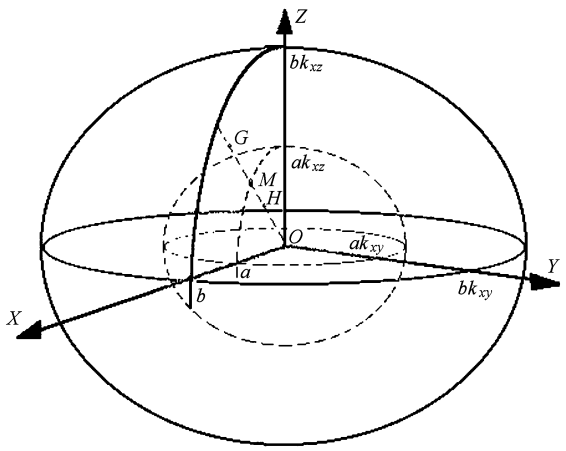


图 1 三维椭球隐身罩示意图

设点 $H(x, y)$ 位于原坐标系中,点 $G(x', y')$ 位于变换坐标系中. 点 M 为直线 OG 与内层椭球边界的交点. 则从原坐标系到新坐标系的坐标变换公式可表示为

$$r' = \frac{b-a}{b}r + R_1, \tag{1}$$

其中 R_1 为 OM 的距离,r 为 OH 距离,r'为 OG 距离. 根据椭球方程,可以给出内层椭球和外层椭球的表达式如下:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{(k_{xy}a)^2} + \frac{z^2}{(k_{xz}a)^2} = 1, \tag{2a}$$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{(k_{xy}b)^2} + \frac{z^2}{(k_{xz}b)^2} = 1. \tag{2b}$$

由于点 M 为直线 OHG 与内层椭球的交点,而在已知椭球方程与直线方程的情况下,可以很简单地求得点 M 的坐标,进而经过一系列的数学运算,可以得到如下的公式:

$$\frac{R_1}{r} = \frac{a}{\sqrt{x^2 + \left(\frac{y}{k_{xy}}\right)^2 + \left(\frac{z}{k_{xz}}\right)^2}}. \tag{3}$$

(3)式是以原空间的坐标为变量,同样可以用变换空间的坐标来表达,即

$$\frac{R_1}{r'} = \frac{a}{\sqrt{x'^2 + \left(\frac{y'}{k_{xy}}\right)^2 + \left(\frac{z'}{k_{xz}}\right)^2}}. \tag{4}$$

由于单位向量在原坐标系和变换坐标系下必须相等,可得

$$\frac{x'}{r'} = \frac{x}{r}, \tag{5a}$$

$$\frac{y'}{r'} = \frac{y}{r}, \tag{5b}$$

$$\frac{z'}{r'} = \frac{z}{r}. \tag{5c}$$

综合(1)式,可得

$$\frac{x'}{x} = \frac{r'}{r} = \frac{b-a}{b} + \frac{R_1}{r}, \tag{6a}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{r'}{r} = \frac{b-a}{b} + \frac{R_1}{r}, \tag{6b}$$

$$\frac{z'}{z} = \frac{r'}{r} = \frac{b-a}{b} + \frac{R_1}{r}. \tag{6c}$$

将(3)式代入(6a),(6b),(6c)式中,可得

$$\frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} = \frac{z'}{z} = \frac{b-a}{b} + \frac{a}{\sqrt{x^2 + \left(\frac{y}{k_{xy}}\right)^2 + \left(\frac{z}{k_{xz}}\right)^2}}. \tag{7}$$

由坐标变换理论,以及 Maxwell 方程组的形式不变性可知,变换后媒质的本构参数张量可表示为

$$\begin{bmatrix} \overline{\overline{\varepsilon}}' \\ \overline{\overline{\mu}}' \end{bmatrix} = \frac{A \cdot A^{\mathrm{T}}}{\det(A)} \begin{bmatrix} \overline{\overline{\varepsilon}} \\ \overline{\overline{\mu}} \end{bmatrix}, \tag{8}$$

其中,矩阵 A 为坐标变换映射对应的 Jacobian 矩阵,表达式如下所示:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial x'}{\partial x} & \frac{\partial x'}{\partial y} & \frac{\partial x'}{\partial z} \\ \frac{\partial y'}{\partial x} & \frac{\partial y'}{\partial y} & \frac{\partial y'}{\partial z} \\ \frac{\partial z'}{\partial x} & \frac{\partial z'}{\partial y} & \frac{\partial z'}{\partial z} \end{bmatrix}. \tag{9}$$

由于原空间为自由空间,因此原空间中的本构参数张量可表示为

$$\begin{bmatrix} \overline{\overline{\varepsilon}} \\ \overline{\overline{\mu}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \mu_0 \end{bmatrix} I, \tag{10}$$

其中,ε_0,μ_0 分别为自由空间中的介电常数和磁导率,I 为单位矩阵. 综合(7)—(9)式,则可以得到坐标变换后相对介电常数、磁导率的表达式. 限于篇幅,这里省略中间的推导过程,直接给出化简后的相对介电常数、磁导率表达式如下:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} = \mu_{xx} = {} & [b((abxy)^2 + (abxz)^2 \\ & + k_{xy}^4 k_{xz}^4((b-a)r \\ & + ab(r^{2/3} - x^2))^2)] \\ & \times [(b-a)(bk_{xy}^2 k_{xz}^2 r \\ & + a(bk_{xz}^2 y^2 + k_{xy}^2(k_{xz}^2(bx^2 - r) \\ & + bz^2)))^2]^{-1}, \end{aligned} \tag{11a}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \mu_{xy} = \mu_{yx} & \\ = -[& ab^2 k_{xy}^2 xy(b(1 + k_{xy}^2)k_{xz}^4 r \\ & + a(k_{xz}^4(-(1 + k_{xy}^2)r + b(x^2 + y^2) \\ & - bk_{xy}^2 z^2 + b(1 + k_{xy}^2)k_{xz}^2 z^2))] \\ & \times [(b-a)(bk_{xy}^2 k_{xz}^2 r + a(bk_{xz}^2 y^2 \\ & + k_{xy}^2(k_{xz}^2(bx^2 - r) + bz^2)))^2]^{-1}, \end{aligned} \tag{11b}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = \mu_{xz} = \mu_{zx} & \\ = -[& ab^2 k_{xz}^2 xz(b(1 + k_{xz}^2)k_{xy}^4 r \\ & + a(k_{xy}^4(-(1 + k_{xz}^2)r + b(x^2 + z^2) \\ & - bk_{xz}^2 y^2 + b(1 + k_{xz}^2)k_{xy}^2 y^2))] \\ & \times [(b-a)(bk_{xy}^2 k_{xz}^2 r + a(bk_{xz}^2 y^2 \\ & + k_{xy}^2(k_{xz}^2(bx^2 - r) + bz^2)))^2]^{-1}, \end{aligned} \tag{11c}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{yy} = \mu_{yy} = {} & [bk_{xy}^4((abxy)^2 k_{xz}^4 + (abyz)^2 \\ & + k_{xz}^4((b-a)r + ab(r^{2/3} - \frac{y^2}{k_{xy}^2}))^2)] \\ & \times [(b-a)(bk_{xy}^2 k_{xz}^2 r + a(bk_{xz}^2 y^2 \\ & + k_{xy}^2(k_{xz}^2(bx^2 - r) + bz^2)))^2]^{-1}, \end{aligned} \tag{11d}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = \mu_{yz} = \mu_{zy} & \\ = -[& ab^2 k_{xy}^2 k_{xz}^2 yz(b(k_{xy}^2 + k_{xz}^2)r \\ & + a(k_{xz}^2(-r + bx^2) \\ & - k_{xy}^2(r + b(-1 + k_{xz}^2)x^2) \\ & + b(y^2 + z^2)))] \\ & \times [(b-a)(bk_{xy}^2 k_{xz}^2 r + a(bk_{xz}^2 y^2 \\ & + k_{xy}^2(k_{xz}^2(bx^2 - r) + bz^2)))^2]^{-1}, \end{aligned} \tag{11e}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{zz} = \mu_{zz} = {} & [bk_{xz}^4((abxz)^2 k_{xy}^4 \\ & + (abyz)^2 + k_{xy}^4((b-a)r \\ & + ab(r^{2/3} - \frac{z^2}{k_{xz}^2}))^2)] \\ & \times [(b-a)(bk_{xy}^2 k_{xz}^2 r + a(bk_{xz}^2 y^2 \\ & + k_{xy}^2(k_{xz}^2(bx^2 - r) + bz^2)))^2]^{-1}, \end{aligned} \tag{11f}$$

其中 $r = \left(x^2 + \frac{y^2}{k_{xy}^2} + \frac{z^2}{k_{xz}^2}\right)^{3/2}$. 至此,我们便得到了任意轴比三维椭球隐身罩的本构参数矩阵. 注意到其中 Y 轴、Z 轴相对于 X 轴的轴比 k_{xy} 和 k_{xz} 均为任意值的变量. 当 $k_{xy} = k_{xz} = 1$ 时,则三维椭球简化为球体. 将 $k_{xy} = k_{xz} = 1$ 代入(11a)—(11f)式,进行相应的化简,所得结果与文献[1]中所给出的球体在直角坐

标系下的隐身条件完全一致. 进一步,注意到计算得到的本构参数矩阵为对称阵,因此可以对其进行坐标旋转[4],进而得到如下对角阵形式的本构参数表达式:

$$\overline{\overline{\varepsilon}}'_{\mathrm{dia}} = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} \dfrac{bk_{xy}^4 k_{xz}^4 (b-a)^2 r^2}{\det[\Lambda]} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{bk_{xy}^4 k_{xz}^4 ((b-a)r + abr^{\frac{2}{3}})^2}{\det[\Lambda]} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{bk_{xz}^4 k_{xy}^4 ((b-a)r + abr^{\frac{2}{3}})^2}{\det[\Lambda]} \end{bmatrix}, \tag{12a}$$

$$\overline{\overline{\mu}}'_{\mathrm{dia}} = \mu_0 \begin{bmatrix} \dfrac{bk_{xy}^4 k_{xz}^4 (b-a)^2 r^2}{\det[\Lambda]} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{bk_{xy}^4 k_{xz}^4 ((b-a)r + abr^{\frac{2}{3}})^2}{\det[\Lambda]} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{bk_{xz}^4 k_{xy}^4 ((b-a)r + abr^{\frac{2}{3}})^2}{\det[\Lambda]} \end{bmatrix}, \tag{12b}$$

其中, $\det[\Lambda] = (b-a)(bk_{xy}^2 k_{xz}^2 r + ak_{xy}^2 k_{xz}^2 (br^{2/3} - r))^2$. 这样,隐身罩外边界的波阻抗可以表示为

$$\eta = \sqrt{\frac{\varepsilon_\theta'}{\mu_\varphi'}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} = \eta_0. \tag{13}$$

由(13)式可以看出,隐身罩外边界与真空是阻抗匹配的. 上述论证均间接验证了上述理论所得到结果的正确性. 接下来将基于推导得到的三维任意轴比椭球隐身罩的本构参数张量,即(11a)—(11f)式,利用仿真软件进行仿真计算,对所得到的结果进行进一步的验证.

3. 数值算例及讨论

在上一节中,我们已经推导得到了三维任意轴比椭球隐身罩的本构参数张量,在本节中,利用基于有限元算法的商业仿真软件——COMSOL MUTIPHYSICS,对三个典型算例进行仿真,来进一步验证所得到表达式的正确性.

由于所得到的本构参数张量矩阵元素均以 x, y, z 坐标为变量连续变化,导致能够对此复杂结构进行仿真计算的商业软件选择性十分有限,本文采用 COMSOL MUTIPHYSICS 对其进行仿真计算. 为提高仿真效率,截取模型的二维截面,并对其进行验证.

仿真计算区域示意图如图 2 所示. 将被仿真模型置于中间的计算区域,四周为完美匹配层,来模拟吸收边界条件,在内边界上设置单位密度的面电流,则激励源为平面波. 这里需要指出的是,(11a)—(11f)式所给出的本构参数,其中的变量均为 x, y, z,但我们所进行的仿真计算是在坐标变换之后的空间中进行的,因此需要利用(4)式,(6a)—(6c)式进行坐标变换. 具体过程这里不再赘述.

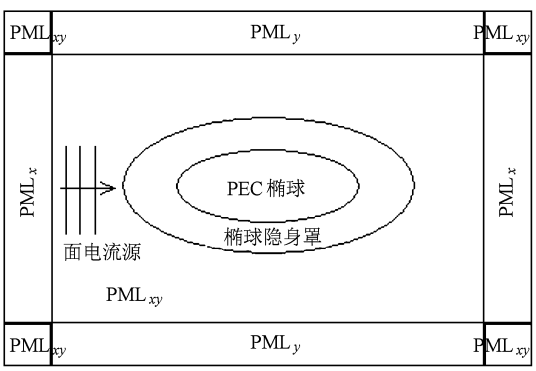
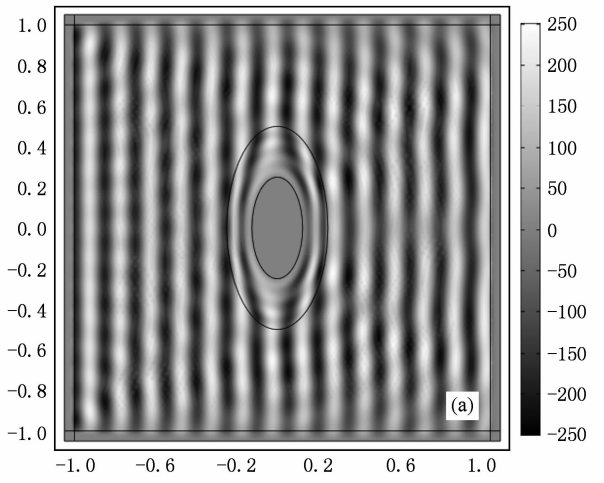
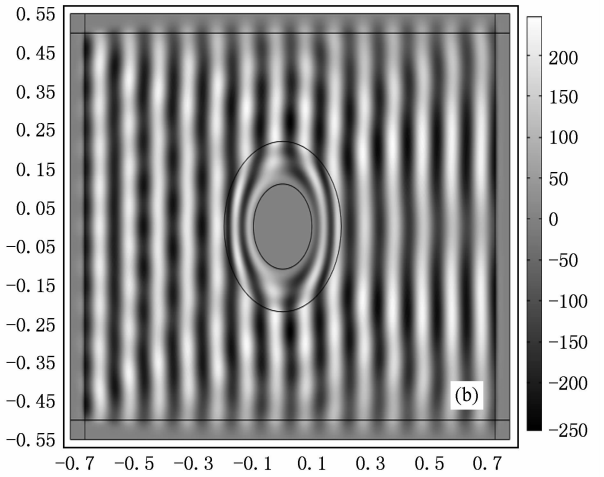


图 2 计算区域示意图

在这里,我们选取 X-O-Y 截面,对轴比为 0.5, 1.1 和 2 的三个模型分别进行仿真计算,仿真得到的电场分布示意图如图 3(a),(b),(c)所示. 由图 3(a),(b)(c)可以看出,椭球隐身罩的隐身特性十分明显. 在隐身罩之外,平面波的电场分布几乎没有受到内部金属散射体的影响,电场分布情况与不存在散射体时基本相同,其中的微小扰动则是由仿真过程的算法计算误差所导致的. 而在隐身罩内

部，在内部金属散射体周围的电场被平滑地“弯曲”，电场经过隐身罩的“导引”，完美地绕过了内部金属导体，没有形成任何散射，而且不同的轴比值对隐身罩的性能没有影响.





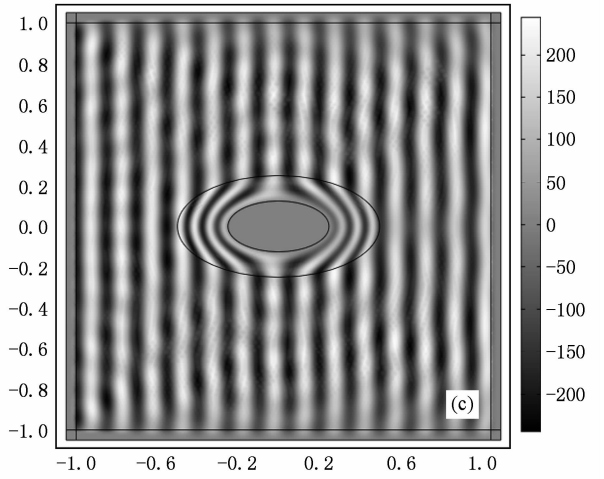


图 3　(a)轴比为 2 的椭球隐身罩电场分布；(b)轴比为 1.1 的椭球隐身罩电场分布；(c)轴比为 0.5 的椭球隐身罩电场分布

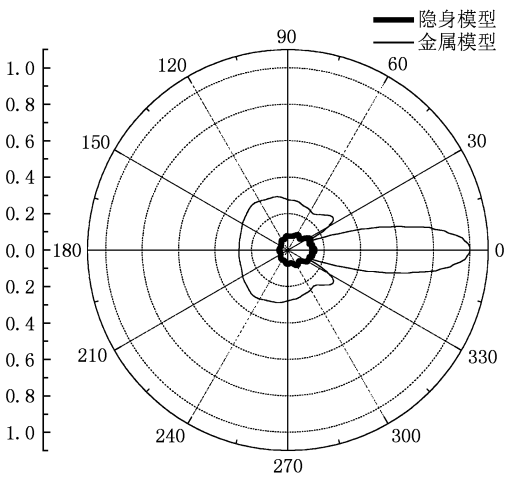


图 4　轴比为 1.1 的模型远场对比图

进一步，针对为轴比为 1.1 的模型，计算了加隐身罩和不加隐身罩情况的远场方向图，并进行了归一化处理，如图 4 所示. 从图 4 中可以看出，隐身模型相对于金属模型，在散射上有了明显的减小. 从而验证了所本文所提出的任意轴比三维椭球隐身罩本构参数的正确性.

4. 结　　论

基于坐标变换理论，本文提出并推导了任意轴比的三维椭球隐身条件，进而得到了非均匀各向异性介质隐身罩本构参数张量的通解表达式. 当将三维椭球隐身罩简化为球体隐身罩时，所得结果与文献[1]中所给出的球体隐身罩参数完全一致，这也间接验证了我们所得到结果的正确性. 进而根据得到的本构参数张量，利用基于有限元算法的全波电磁仿真软件—COMSOL MUTIPHYSICS，分别对轴比取不同值时的三个典型算例进行了全波仿真. 仿真结果验证了我们推导得出的本构参数张量的正确性. 在三个算例中，电磁波均能在非均匀各向异性介质隐身罩的“导引”下，平滑地绕过被包覆金属散射体，而没有形成任何散射，而且椭球轴比数值对隐身罩性能没有任何影响.

相比于球体隐身罩、及各种类型的柱体隐身罩，本文所提出的任意轴比三维椭球隐身罩对称度更低，自由度更高，更接近于实际应用. 而且从仿真结果中可以看出，本文所提出的非均匀各向异性隐身罩很好地实现了对内部金属散射体的隐身效果，因此本文所推导获得的隐身罩本构参数张量、以及

仿真计算结果,一方面证明了坐标变换的方法不仅适用于球体、柱体等简单几何体隐身罩的设计,而且也适用于三维低对称度的隐身罩设计,例如任意轴比的三维椭球隐身罩;另一方面,本文得到的本构参数张量、以及仿真结果,也为以后的任意轴比三维椭球隐身罩的实际设计奠定了理论基础,并为散射体散射截面积缩减提供了理论方法和可行的途径.

[1] Pendry J B, Schurig D, Smith D R 2006 *Science* **312** 1780

[2] Schurig D, Mock J J, Justice B J, Cummer S A, Pendry J B, Starr A F, Smith D R 2006 *Science* **314** 977

[3] Cummer S A, Popa B I, Schurig D, Smith D R 2006 *Phys. Rev.* E **74** 036621

[4] Schurig D, Pendry J B, Smith D R 2006 *Opt. Express* **14** 9794

[5] Zharova N A, Shadrivov I V, Kivshar Y S 2008 *Opt. Express* **16** 4615

[6] Isic G, Gajic R, Novakovic B 2008 *Opt. Express* **16** 1413.

[7] Zhao Y, Argyropoulos C, Hao Y 2008 *Opt. Express* **16** 6717

[8] Ma H, Qu S B, Xu Z 2008 *Phys. Rev.* A **77** 013825

[9] Chen H S, Wu B I, Zhang B L, Kong J A 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 063903

[10] Chen H Y, Chan C T 2007 *Appl. Phys. Lett.* **90** 241105

[11] Huang Y, Feng Y J, Jiang T 2007 *Opt. Express* **15** 11133

[12] Jiang W X, Cui T J, Yu G X, Lin X Q, Cheng Q, Chin J Y 2008 *J. Phys* D: *Appl. Phys.* **41** 085504

[13] Li C, Li F 2008 *Opt. Express* **16** 13414

[14] Wu Q, Zhang K, Meng FY, Li LW 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1619(in Chinese) [吴 群、张 狂、孟繁义、李乐伟 2009 物理学报 **58** 1619]

[15] Yang R, Xie Y J, Wang P, Yang T M 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4504(in Chinese)[杨 锐、谢拥军、王鹏、杨同敏 2007 物理学报 **56** 4504]

[16] Chen l, Liang C H, Dang X J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6398(in Chinese)[陈 亮、梁昌洪、党晓杰 2007 物理学报 **56** 6398]

[17] Luo C R, Kang L, Zhao Q, Fu Q H, Song J, Zhao X P 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1607(in Chinese)[罗春荣、康 雷、赵乾、付全红、宋 娟、赵晓鹏 2005 物理学报 **54** 1607]

[18] Wang H L, Wu Q, Meng F Y, Li L W 2007 *Acta Phys. Sin.* 56 2608(in Chinese)[王海龙、吴 群、孟繁义、李乐伟 2007 物理学报 **56** 2608]

[19] Chu Q X, Gong J Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2925(in Chinese)[褚庆昕、龚建强 2008 物理学报 **57** 2925]

[20] Meng F Y, Wu Q, Fu J H, Yang G H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5476(in Chinese)[孟繁义、吴 群、傅佳辉、杨国辉 2008 物理学报 **57** 5476]

[21] Yang R, Xie Y J, Li X F, Jiang J, Wang Y Y, Wang R 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 901(in Chinese)[杨锐、谢拥军、李晓峰、蒋 俊、王元源、王 瑞 2009 物理学报 **58** 901]

Derivation of three-dimensional axiolitic cloak and the invisibility verification*

Wu Qun[1)]　Zhang Kuang[1)†]　Meng Fan-Yi[1)]　Li Le-Wei[1)2)]

1)（*Department of Electronic and Communications Engineering*, *Harbin Institute of Technology*, *Harbin* 150001, *China*）

2)（*Department of Electrical and Computer Engineering*, *National University of Singapore*, *Singapore* 119260, *Singapore*）

（Received 15 July 2009; revised manuscript received 1 December 2009）

Abstract

Arbitrary three-dimensional axiolitic cloaks are proposed and designed based on the coordinate transformation theory. The general expressions of constitutive tensors of the cloak are derived, and then some full-wave simulations of the cloaks based on the constitutive tensors that we derived are performed. The results of full-wave simulations validate the general expressions of constitutive tensors of the three-dimensional axiolitic cloaks.

Keywords: three-dimensional axiolitic cloak, coordinate transformation, anisotropic and inhomogeneous metamaterial, constitutive tensor

PACC: 4110H, 3220D

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60971064 and 60801015), the Ph. D. Programs Foundation of Ministry of Education of China (Grant No. 20070213058), and China Postdoctoral Science Foundation Funded Project (Grant No. 20070420158).

† Corresponding author. E-mail: zhangkuang@126.com