

耗散环境下原子-库场相互作用 系统中原子的偶极压缩特性*

潘长宁^{1)†} 赵学辉¹⁾ 杨迪武¹⁾ 方卯发²⁾

1) (湖南工业大学理学院, 株洲 412008)

2) (湖南师范大学物理与信息科学学院, 长沙 410081)

(2009 年 12 月 27 日收到; 2010 年 1 月 18 日收到修改稿)

运用全量子理论并结合数值计算方法, 研究了处于真空库和热库中原子系统的偶极压缩特性, 讨论了原子的初态以及热库的平均光子数对原子偶极压缩特性的影响. 研究表明: 真空库中, 初始处于基态和激发态的叠加态原子, 当激发态的粒子布居概率少于基态时, 原子的偶极压缩无限接近于零而永远不消失; 反之, 原子的偶极压缩将在有限的时间内消失; 热库中, 不管原子初始处于什么态, 其偶极压缩都在有限的时间内消失, 并且随着热库的平均光子数的增大而消失得越快.

关键词: 耗散环境, 真空库, 热库, 偶极压缩

PACC: 0365, 4250

1. 引 言

压缩态的光场在某个正交分量上具有比真空起伏更小的量子噪声, 因而在光通讯、高精度测量以及引力波检测方面具有潜在的应用前景^[1]. 自 1976 年 Yuen^[2] 提出光场的压缩态概念以来, 压缩光的产生一直是量子光学领域备受人们关注的课题^[3]. 1981 年, Wall 等^[4] 将光场压缩的概念推广到原子系统, 给出了原子偶极压缩的概念, 并指出处于偶极压缩的二能级原子可辐射出压缩光场. 1987 年, Knight 等^[5] 在单光子 Jaynes-Cummings 模型中证明初始时处于偶极压缩状态的原子在一定的时刻辐射出压缩态光场. 近几年来, 人们对原子与相干光场作用体系、双光子 Jaynes-Cummings 模型和囚禁离子体系^[6-15] 以及 Kerr 介质^[16] 中原子的压缩特性进行了详细研究, 但尚未见到原子与环境 (通常称之为库) 耦合后的压缩特性的分析报道, 然而, 由于原子处于一定的环境 (库) 中, 周围环境的耗散作用不可避免地中原子的压缩产生影响, 那么深入地研究耗散环境中原子的压缩特性有着重要的意义.

本文运用全量子理论并结合数值计算方法, 研究了处于真空库和热库中原子系统的偶极压缩特性, 讨论了原子的初始状态、衰减常数以及热库的平均光子数对原子偶极压缩特性的影响, 给出了压缩函数的解析形式和数值曲线, 发现在真空库中, 初始处于基态和激发态的叠加态原子, 当激发态的粒子布居概率少于基态时, 原子的偶极压缩是一个无限趋近于零的过程而永远不消失, 反之, 当激发态的粒子布居概率大于基态时, 原子的偶极压缩将在有限的时间内消失; 热库中, 不管原子初始处于什么状态, 其偶极压缩都在有限的时间内消失, 并且随着热库的平均光子数的增大 (温度的升高) 而消失得越快.

2. 真空库中原子偶极压缩效应

对于一个赝自旋算符 S_{\pm}, S_3 描述的二能级原子, 可以定义两个正交的偶极振幅分量算符^[17] 为

$$S_1 = \frac{1}{2}(S_+ + S_-) = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{bmatrix},$$

* 国家自然科学基金 (批准号: 50874041)、湖南省教育厅自然科学基金 (批准号: 09C314) 和湖南省自然科学基金 (08JJ5036) 资助的课题.

† E-mail: panchangning2000@sina.com

$$S_2 = \frac{1}{2i}(S_+ - S_-) = \begin{bmatrix} 0 & -i/2 \\ i/2 & 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

且满足对易关系: $[S_1, S_2] = iS_3$, 相应的 Heisenberg 不确定关系为

$$(\Delta S_1)^2 (\Delta S_2)^2 \geq \frac{1}{4} |\langle S_3 \rangle|^2,$$

这里 $(\Delta S_i)^2 = \langle S_i^2 \rangle - \langle S_i \rangle^2$ ($i = 1$ 或 2) 是原子算符 S_i 的量子涨落, 如果存在某个态 $|\psi\rangle$, 使得 S_i 的量子涨落满足 $(\Delta S_i)^2 < \frac{1}{2} |\langle S_3 \rangle|$, 我们就说原子偶极算符某分量的量子涨落被压缩, 此时的原子所处的态 $|\psi\rangle$ 称为原子压缩态.

考虑一个二能级原子与库场相互作用, 在相互作用绘景中, 原子与库耦合系统在旋波近似的 Hamilton 量为^[18]

$$H = \sum_k [g_k e^{i(\omega - \nu_k)t} |a\rangle\langle b| a_k + H. c.], \quad (2)$$

其中 $|a\rangle$ 和 $|b\rangle$ 分别表示原子的激发态和基态, ω 为二能级原子的本征跃迁频率, a_k 表示库中第 k 模光子的湮没算符, ν_k 是库中第 k 模的光子的频率, g_k 是库中 k 模光场与原子偶极共振相互作用的耦合常数.

首先, 考虑原子处于真空库中的压缩特性. 假设原子与库之间是弱相互作用, 因而不考虑原子对库的反作用影响. 根据小系统与库耦合行为的量子理论, 可以得到原子与真空库相互作用的约化密度算符的运动方程^[18]为

$$\dot{\rho} = -\frac{1}{2}\gamma[S_+ S_- \rho - 2S_- \rho S_+ + \rho S_+ S_-], \quad (3)$$

其中 γ 为原子的自发辐射衰减率, S_{\pm} 分别为原子的升降算符, $S_+ = |a\rangle\langle b|$, $S_- = |b\rangle\langle a|$, 对于一个二能级原子, 假设它的初态处于激发态 $|a\rangle$ 和基态 $|b\rangle$ 的叠加态, 即

$$|\psi_0\rangle = \cos(\theta/2) |a\rangle + \sin(\theta/2) e^{i\varphi} |b\rangle, \quad (4)$$

其中 $0 \leq \theta \leq \pi$, φ 为相对位相 ($-\pi \leq \varphi \leq \pi$). 由约化密度算符的运动方程 (3), 可以得到任意时刻原子态的密度矩阵为

$$\rho = \begin{bmatrix} \rho_{aa} & \rho_{ab} \\ \rho_{ba} & \rho_{bb} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} \rho_{aa} &= \cos^2(\theta/2) e^{-\gamma t}, \\ \rho_{bb} &= 1 - \cos^2(\theta/2) e^{-\gamma t}, \\ \rho_{ab} &= \cos(\theta/2) \sin(\theta/2) e^{i\varphi} e^{-\frac{1}{2}\gamma t}, \end{aligned}$$

$$\rho_{ba} = \cos(\theta/2) \sin(\theta/2) e^{-i\varphi} e^{-\frac{1}{2}\gamma t} \quad (6)$$

故不难得出下列力学量任意时刻 t 的期望值为

$$\langle S_1 \rangle = \cos(\theta/2) \sin(\theta/2) \cos(\varphi) e^{-\frac{1}{2}\gamma t}, \quad (7a)$$

$$\langle S_2 \rangle = -\cos(\theta/2) \sin(\theta/2) \sin(\varphi) e^{-\frac{1}{2}\gamma t}, \quad (7b)$$

$$\langle S_3 \rangle = \cos^2(\theta/2) e^{-\gamma t} - 1/2, \quad (7c)$$

$$\langle S_1^2 \rangle = \langle S_2^2 \rangle = \frac{1}{4}. \quad (7d)$$

由压缩的定义可以推出原子算符各正交分量的压缩函数为

$$F_i = (\Delta S_i)^2 - \frac{1}{2} |\langle S_3 \rangle| \quad (i = 1 \text{ 或 } 2). \quad (8)$$

由以上计算不难得知, 描述原子偶极矩 S_i 分量涨落的函数 F_i 随时间的演化规律

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{1}{4} - [\cos(\theta/2) \sin(\theta/2) \cos(\varphi)]^2 \\ &\quad \times e^{-\gamma t} - \frac{1}{4} |2\cos^2(\theta/2) e^{-\gamma t} - 1|, \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_2 &= \frac{1}{4} - [\cos(\theta/2) \sin(\theta/2) \sin(\varphi)]^2 \\ &\quad \times e^{-\gamma t} - \frac{1}{4} |2\cos^2(\theta/2) e^{-\gamma t} - 1|, \quad (10) \end{aligned}$$

实际上, F_1, F_2 分别对应原子偶极矩色散部分和吸收部分的压缩函数, 如果偶极矩某分量的压缩函数小于零, 则该分量被压缩. 由 (9), (10) 式可知, 在初始时刻 ($t = 0$), 当 $\varphi = 0, \pi$ 时, $F_1 \leq 0, F_2 \geq 0$, 即只有原子偶极矩 S_1 分量的涨落被压缩; 而当 $\varphi = -\pi/2, \pi/2$ 时, $F_1 \geq 0, F_2 \leq 0$, 则表明只有原子偶极矩 S_2 分量的涨落被压缩; 为更清楚地分析上述情况下真空库中原子的偶极压缩随时间的变化规律, 应用数值计算方法生成不同初态 ($\cos^2(\theta/2)$ 不同) 时, $F_1(\varphi = 0, \pi) = F_2(\varphi = -\pi/2, \pi/2) = F$ 随时间的演化规律图像. 图 1 描绘了衰减常数 $\gamma = 0.1$ 时, 不同的原子初始状态下, 压缩函数随时间的演化情况. 图 2 描绘的是不同原子初态 ($\cos^2(\theta/2) = 0.25$ 或 $\cos^2(\theta/2) = 0.75$) 下, 衰减常数分别为 $\gamma = 0.1$ 或 $\gamma = 0.2$ 时, 原子的压缩函数随时间的演化曲线. 由图 1 和 2 可知, 当 $0.5 < \cos^2(\theta/2) < 1$ 时, 原子的偶极压缩效应在有限的时间内消失, 并且随着衰减系数 γ 的增大而消失得越快; 然而, 当 $0 < \cos^2(\theta/2) < 0.5$ 时, 原子的偶极压缩效应是无限趋近于零的过程, 但永远不会消失.

3. 热库中原子偶极压缩效应

当原子处于热库中, 原子-库场相互作用, 如果

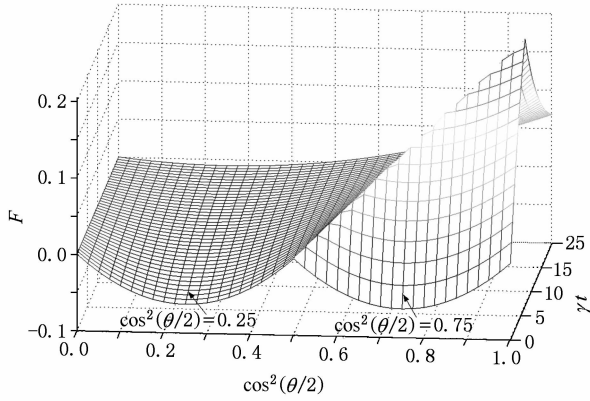


图1 真空中压缩函数 F 随原子的初态和时间的变化情况
衰减常数 $\gamma = 0.1$, 曲线 $\cos^2(\theta/2) = 0.25$ 和 $\cos^2(\theta/2) = 0.75$
分别指出不同初态时的演化曲线

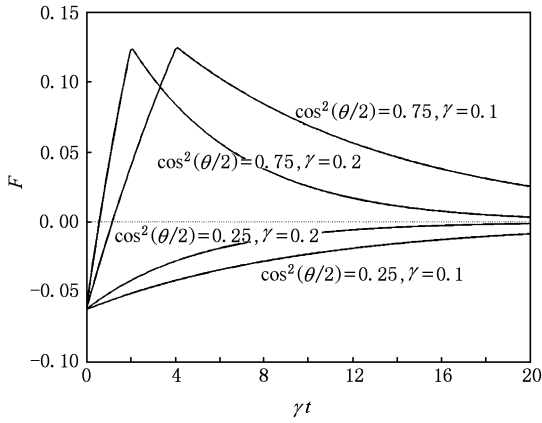


图2 不同的原子初态、不同的衰减常数时,压缩函数 F 随时间的演化情况 $\cos^2(\theta/2) = 0.25, 0.75; \gamma = 0.1, 0.2$

令库很大,则原子的状态与库耦合随时间变化时,库场本身的变化很小,以致于可以忽略库本身的变化而认为它保持在初始的热平衡混合态,而且原子和库作用时间很短,远远小于原子自发辐射衰减时间,因此在 Mokov 近似下,应用全量子理论可得如下密度矩阵的运动方程^[18]:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}' = & -\frac{1}{2}\gamma(n+1)[S_+ S_- \rho' \\ & - 2S_- \rho' S_+ + \rho' S_+ S_-] \\ & -\frac{1}{2}\gamma n[S_- S_+ \rho' - 2S_+ \rho' S_- \\ & + \rho' S_- S_+], \end{aligned} \quad (11)$$

γ 为原子的自发辐射衰减率, S_{\pm} 分别为原子的升降算符, n 为热库的平均光子数. 假设原子初始状态如(4)式所示,由(11)式可得任意时刻 t' 的密度矩阵

$$\rho' = \begin{bmatrix} \rho'_{aa} & \rho'_{ab} \\ \rho'_{ba} & \rho'_{bb} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} \rho'_{aa} &= \frac{n}{2n+1}[1 - e^{-(2n+1)\gamma t'}] + \cos^2(\theta/2)e^{-(2n+1)\gamma t'} \\ \rho'_{bb} &= \frac{1}{2n+1} + \frac{n}{2n+1}[1 + e^{-(2n+1)\gamma t'}] \\ &\quad - \cos^2(\theta/2)e^{-(2n+1)\gamma t'}, \\ \rho'_{ab} &= \cos(\theta/2)\sin(\theta/2)e^{i\varphi}e^{-\frac{1}{2}\gamma(2n+1)t'}, \\ \rho'_{ba} &= \cos(\theta/2)\sin(\theta/2)e^{-i\varphi}e^{-\frac{1}{2}\gamma(2n+1)t'}. \end{aligned} \quad (13)$$

由(13)式可得下列力学量期望值为

$$\begin{aligned} \langle S_1 \rangle &= \cos(\theta/2)\sin(\theta/2)\cos(\varphi) \\ &\quad \times e^{-\frac{1}{2}(2n+1)\gamma t'}, \end{aligned} \quad (14a)$$

$$\begin{aligned} \langle S_2 \rangle &= -\cos(\theta/2)\sin(\theta/2)\sin(\varphi) \\ &\quad \times e^{-\frac{1}{2}(2n+1)\gamma t'}, \end{aligned} \quad (14b)$$

$$\begin{aligned} \langle S_3 \rangle &= \frac{n}{2n+1}[1 - e^{-(2n+1)\gamma t'}] \\ &\quad + \cos^2(\theta/2)e^{-(2n+1)\gamma t'} - \frac{1}{2}, \end{aligned} \quad (14c)$$

$$\langle S_1^2 \rangle = \langle S_2^2 \rangle = \frac{1}{4}. \quad (14d)$$

利用(8)和(14)式即可求得压缩函数

$$\begin{aligned} F' &= F'_1(\varphi = 0, \pi) = F'_2(\varphi = -\pi/2, \pi/2) \\ &= \frac{1}{4} - [\cos(\theta/2)\sin(\theta/2)\cos(\varphi)]^2 e^{-(2n+1)\gamma t'} \\ &\quad - \frac{1}{4} \left| \frac{2n}{2n+1} + \left[2\cos^2(\theta/2) - \frac{2n}{2n+1} \right] \right. \\ &\quad \left. \times e^{-(2n+1)\gamma t'} - 1 \right|. \end{aligned} \quad (15)$$

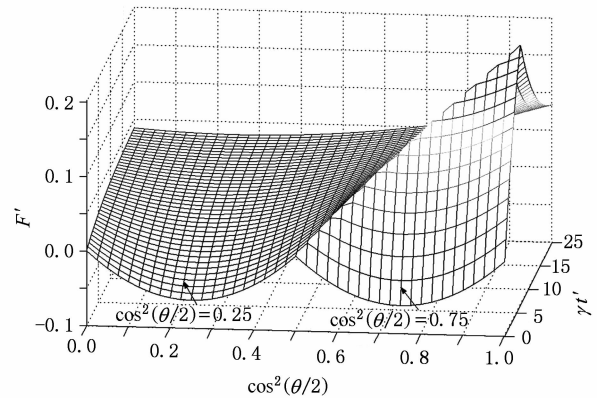


图3 热库中压缩函数 F' 随原子的初态和时间的变化情况 衰减常数 $\gamma = 0.1$, 平均光子数 $n = 0.1$, 曲线 $\cos^2(\theta/2) = 0.25$ 和 $\cos^2(\theta/2) = 0.75$ 分别指出不同初态时的演化曲线

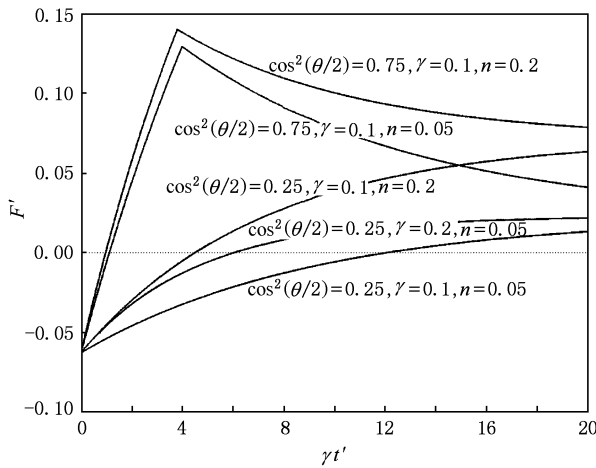


图4 不同的原子初态、不同的衰减常数 γ 以及不同平均光子数 n 时, 压缩函数 F' 随时间的演化情况 $\cos^2(\theta/2) = 0.25, 0.75$; $\gamma = 0.1, 0.2$; $n = 0.05, 0.2$

图3描绘了原子处于热库中, 原子的衰减常数 ($\gamma = 0.1$) 和热库的平均光子数 ($n = 0.1$) 一定时, 压缩函数 F' 随原子的初态和时间的变化情况; 图4描绘的是一定的原子初态 ($\cos^2(\theta/2) = 0.25$ 或 $\cos^2(\theta/2) = 0.75$), 而取不同的衰减常数 γ ($\gamma = 0.1, 0.2$) 和不同的平均光子数 n ($n = 0.05, 0.2$) 时, 压缩函数 F 随时间演化曲线. 由图3可见, 处于热态中的原子, 不管原子初始处于什么状态, 原子的偶极压缩都在有限的时间内消失, 而不像真空库

中有渐渐趋向于零的行为, 只是当 $0 < \cos^2(\theta/2) < 0.5$ 时消失得慢, 而当 $0.5 < \cos^2(\theta/2) < 1$ 时消失得快; 同时由图4可知, 处于热库中相同初态的原子, 其偶极压缩随着衰减常数 γ 和平均光子数 n 的增加而消失得越快.

4. 结 论

研究了处于真空库和热库中原子系统的偶极压缩特性, 并将这两种耗散环境中原子的偶极压缩特性变化情况进行了比较, 讨论了不同原子初始态 ($\cos^2(\theta/2)$ 不同)、不同衰减常数 γ 以及热库不同平均光子数 n 对原子偶极压缩特性的影响. 研究表明: 真空库中, 初始处于基态和激发态的叠加态原子, 当激发态的粒子布居概率少于基态 (即 $0 < \cos^2(\theta/2) < 0.5$) 时, 原子的偶极压缩呈现出无限渐近于零行为, 且永远不会消失, 反之, 当激发态的粒子布居概率大于基态 ($0.5 < \cos^2(\theta/2) < 1$) 时, 原子的偶极压缩将在有限的时间内消失; 如果原子处于热库中, 不管原子初始处于什么状态, 其偶极压缩都在有限的时间内消失, 并且随着热库的平均光子数 n 增加 (温度升高) 和衰减常数 γ 增大而消失得越快, 另外, 当 n 和 γ 相同时, 初态满足 $0 < \cos^2(\theta/2) < 0.5$ 的原子比初态满足 $0.5 < \cos^2(\theta/2) < 1$ 的原子偶极压缩消失得慢.

- [1] Walls D F 1983 *Nature* **306** 141
- [2] Yuen H P 1976 *Phys. Rev. A* **13** 2226
- [3] Peng J S, Li G X 1993 *Phys. Rev. A* **47** 3167
- [4] Walls D F, Zoller P 1981 *Phys. Rev. Lett.* **47** 709
- [5] Wodkiewicz K, Knight P L, Buckle S J, Barnett S M 1987 *Phys. Rev. A* **35** 2567
- [6] Fan A P, Wang Z W, Sun N C 1995 *Acta Phys. Sin.* **44** 536 (in Chinese) [范安辅、王志伟、孙年春 1995 物理学报 **44** 536]
- [7] Gu Q 1988 *Acta Phys. Sin.* **37** 751 (in Chinese) [顾 樵 1988 物理学报 **37** 751]
- [8] Zhou P, Peng J S 1989 *Acta Phys. Sin.* **38** 2044 (in Chinese) [周 鹏、彭金生 1989 物理学报 **38** 2044]
- [9] Pan C N, Fang M F, Zheng X J, Hu Y H 2007 *Chin. Phys.* **16** 1549
- [10] Fang M F, Liu X 2001 *Chin. Phys.* **10** 720
- [11] Wu Y, Yang X X 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 3086
- [12] Wu Y 2001 *Phys. Rev. A* **63** 052303
- [13] Chen X, Xia Y J 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 0080 (in Chinese) [陈 星、夏云杰 2010 物理学报 **59** 0080]
- [14] Zhao J G, Sun C Y, Meng X G, Su J 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6985 (in Chinese) [赵建刚、孙长勇、孟祥国、苏 杰 2009 物理学报 **58** 6985]
- [15] Xu X X, Hu L Y, Fan H Y 2009 *Chin. Phys. B* **18** 5139
- [16] Lin J C, Zheng X H, Cao Z L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 0837 (in Chinese) [林继成、郑小虎、曹卓良 2007 物理学报 **56** 0837]
- [17] Peng J S, Li G X 1996 *Introduction of Modern Quantum Optics* (Beijing: Science Press) (in Chinese) [彭金生、李高翔 1996 近代量子光学导论 (北京: 科学出版社)]
- [18] Scully M O, Zubairy M S 1997 *Quantum Optics* (Cambridge: Cambridge University Press)

Dipole squeezing of atomic systems in dissipative environment^{*}

Pan Chang-Ning^{1)†} Zhao Xue-Hui¹⁾ Yang Di-Wu¹⁾ Fang Mao-Fa²⁾

1) (*School of Science, Hunan University of Technology, Zhuzhou 412008, China*)

2) (*College of Physics and Information Science, Hunan Normal University, Changsha 410081, China*)

(Received 27 December 2009; revised manuscript received 18 January 2010)

Abstract

The atomic squeezing effect in the dissipative environment is investigated by means of the quantum theory of damping-density operator approach and numerical calculations. The effects on the atomic dipole squeezing effect produced by the atomic initial state and mean photon number of the thermal reservoir are discussed. The results show that the atomic dipole squeezing declines asymptotically to zero, and doesn't disappear in finite time if the population rate in the excited state is higher than the ground state in the atomic initial state in the vacuum reservoir. However, the squeezing effect always disappears in the thermal reservoir, irrespective of the atomic initial state. With increase of mean photon of the thermal reservoir, the squeezing effect disappears faster.

Keywords: dissipative environments, vacuum reservoir, thermal reservoir, dipole squeezing

PACC: 0365, 4250

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50874041), the Natural Science Foundation of Hunan Province, China (Grant No. 09C314) and the Natural Science Foundation of Education Bureau of Hunan Province, China (Grant No. 08JJ5036).

[†] E-mail: panchangning2000@sina.com