第 59 卷 第 10 期 2010 年 10 月
1000-3290/2010/59(10)/6819-05
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol. 59, No. 10, October 2010

环状非有心势场中 Schrödinger 方程的精确解

张民仓[1)†] 皇甫国庆[2)]
1)(陕西师范大学物理学与信息技术学院,西安 710062)
2)(渭南师范学院物理学与电子工程系,渭南 714000)
(2009 年 11 月 14 日收到;2009 年 12 月 24 日收到修改稿)

提出了一个新的环状非有心势模型. 利用 Nikiforov-Uvarov 方法求解了其满足的 Schrödinger 方程,得到了束缚态波函数的精确解及能谱方程. 讨论了角向分量对径向分量的影响及相关参数取特定值时的特殊情况.

关键词: 环状非有心势, Schrödinger 方程, 束缚态, Nikiforov-Uvarov 方法
PACC: 0365G, 1110Q, 1240Q

1. 引 言

近年来,由于环状 Coulomb 势和环状球谐振子势的提出[1—9],环状非有心势引起了人们的广泛重视. 首先,这类环状非有心势的 Schrödinger 方程在合适的坐标系下可以分离变量,并能得到其满足边界条件的闭合解,因而可用于量子化学和核物理学中的某些研究,例如能够描述苯类环状分子的结构及变形核子间的相互作用. 其次, 这类环状非有心势的 Schrödinger Hamilton 量具有的"隐"对称性使得束缚态能谱产生"偶然"简并, 文献[4]指出环状谐振子势场中能级的"偶然"简并是由于 Schrödinger Hamilton 量的 $SU(2)$ 群不变性,而在核物理学中 Dirac Hamilton 量的 $SU(2)$ 群不变性是自旋和赝自旋对称性存在的必要条件,因而环状谐振子势模型也被用于讨论变形核中单核子的赝自旋对称性及嵌入核中反核子的自旋对称性[10]. 在环状非有心势的研究中应用了多种有效的数学方法,包括 Kustaanheimo-Stiefel(K-S)变换[11],超对称量子力学和形不变方法[12, 13], Laplace 变换[14], Darboux 变换[15],群理论方法[16, 17]以及 Nikiforov-Uvarov (N-U)方法[18].

最近,Berkdemir[19,20]提出了一个新的环状非有心势模型,其表达式为

$$V(\boldsymbol{r}) = V(r) + \frac{\hbar^2}{2Mr^2}\left(\frac{\gamma + \beta\sin^2\theta + \alpha\sin^4\theta}{\sin^2\theta\cos^2\theta}\right), \tag{1}$$

其中的径向分量 $V(r)$ 为 Coulomb 势或谐振子势,并用 N-U 方法求解了其满足的 Schrödinger 方程及研究了 $V(r)$ 为谐振子势时 Dirac 方程的自旋对称性. 我们注意到在此之前,Hautot[21]就曾研究过带电粒子在一系列形如 $V(r) + f(\theta)/r^2$ 的非有心势场中的运动, 其中 $V(r)$ 为 Coulomb 势或谐振子势,而角向分量 $f(\theta)$ 的一种形式为

$$f(\theta) = \left(\frac{q + \beta\cos^2\theta + \gamma\cos^4\theta}{\sin^2\theta\cos^2\theta}\right). \tag{2}$$

由于在不少研究中量子体系的偶极效应是需要考虑的,普遍的环状非有心势模型应该包括三个部分:Coulomb 势或谐振子势,偶极作用势和反平方的环状势[22]. 因此本文提出一个新的环状非有心势模型为

$$V(r,\theta) = \frac{-\eta}{r} + \frac{\alpha}{r^2} + \frac{q + \beta\cos^2\theta + \gamma\cos^4\theta}{r^2\sin^2\theta\cos^2\theta}, \tag{3}$$

其中的 η, α, q, β 和 γ 为 5 个参数,以描述势场的性质. 本文利用 N-U 方法求解这一新的环状非有心势满足的 Schrödinger 方程,得到其满足边界条件的束缚态波函数和束缚态能量本征值方程,并讨论这一势模型中角向分量对径向分量的影响及有关参数取特定值时的特殊情况.

2. N-U 方法

在量子力学中,许多给定势场的 Schrödinger 方程能够通过合适的变量替换而变为如下所示的超

† E-mail: mincangzhang@ snnu. edu. cn

几何方程:

$$\psi''(s)+\frac{\tilde{\tau}(s)}{\sigma(s)}\psi'(s)+\frac{\tilde{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)}\psi(s)=0, \quad (4)$$

其中 $\tilde{\tau}(s)$ 为最高一次的多项式, $\sigma(s)$ 和 $\tilde{\sigma}(s)$ 分别是最高二次的多项式. 超几何方程(4)能够方便地应用 N-U 方法求解[23]. 在量子力学中能用其他方法求解的问题都可以使用 N-U 方法. 对方程(4)做变换 $\psi(s)=\phi(s)y(s)$, 可以得到下面的一组方程

$$\sigma(s)y''(s)+\tau(s)y'(s)+\lambda y(s)=0, \quad (5)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}[\ln\phi(s)]=\frac{\pi(s)}{\sigma(s)},$$

$$\pi(s)=\frac{1}{2}[\tau(s)-\tilde{\tau}(s)]. \quad (6)$$

函数 $\pi(s)$ 由下面的二次方程式确定

$$\pi^2(s)+\pi(s)[\tilde{\tau}(s)-\sigma'(s)]+\tilde{\sigma}(s)-k\sigma(s)=0, \quad (7)$$

其中

$$\lambda=k+\pi'(s). \quad (8)$$

由方程(7)和(8)可得

$$\pi(s)=[\sigma'(s)-\tilde{\tau}(s)]/2 \pm\sqrt{[[\sigma'(s)-\tilde{\tau}(s)]/2]^2-\tilde{\sigma}(s)+k\sigma(s)}. \quad (9)$$

由于 $\pi(s)$ 为最高一次的多项式函数,因此(9)式根号下也应为一个一次多项式的平方,为此在 N-U 方法中限定根号下二次方程根的判别式为零. 这一条件同时确定了参数 k, 并能得到本征值方程的另一条件为

$$\lambda_n=-n\tau'(s)-\frac{1}{2}n(n-1)\sigma''(s) \quad (n=0,1,2,\cdots), \quad (10)$$

方程(5)的多项式解 $y_n(s)$ 可以由 Rodrigues 公式给出

$$y_n(s)=\frac{B_n}{\rho(s)}\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}s^n}[\sigma^n(s)\rho(s)], \quad (11)$$

其中的 B_n 为归一化常数,权函数 $\rho(s)$ 满足下面的 Pearson 方程

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}[\sigma(s)\rho(s)]=\tau(s)\rho(s). \quad (12)$$

3. Schrödinger 方程的精确解

为计算过程简单,以下使用了自然单位($\hbar=M=1$). 由(3)式定义的环状非有心势满足的 Schrödinger 方程为

$$\left\{-\frac{1}{2r^2}\left[\frac{\partial}{\partial r}r^2\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}+\frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]+V(r,\theta)-E\right\}\psi(r,\theta,\varphi)=0. \quad (13)$$

在球坐标系下, 方程(13)的解可取作为

$$\psi(r,\theta,\varphi)=r^{-1}u(r)H(\theta)\mathrm{e}^{\mathrm{i}m\varphi} \quad (m\in Z), \quad (14)$$

把(14)式代入方程(13)并分离变量,得到下面的一组方程

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\left(\sin\theta\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\right)H(\theta)+\left[\Lambda-\frac{m^2}{\sin^2\theta}-\frac{2(q+\beta\cos^2\theta+\gamma\cos^4\theta)}{\sin^2\theta\cos^2\theta}\right]H(\theta)=0. \quad (15)$$

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}r^2}u(r)+\left[2E+\frac{2\eta}{r}-\frac{(2\alpha+\Lambda)}{r^2}\right]u(r)=0. \quad (16)$$

其中的 m^2 和 Λ 为分离常数.

首先求解 θ 角向方程,为此引入新的变量 $x=\cos^2\theta$. 由此方程(15)可以变为如下的形式:

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}H(x)+\frac{1-3x}{2x(1-x)}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}H(x)+\left[\frac{-(\Lambda+2\gamma)x^2+(\Lambda-m^2-2\beta)x-2q}{[2x(1-x)]^2}\right]H(x)=0. \quad (17)$$

比较方程(17)和(4), 容易得到下面的一组关系式:

$$\tilde{\tau}(x)=1-3x,$$
$$\sigma(x)=2x(1-x),$$
$$\tilde{\sigma}(x)=-(\Lambda+2\gamma)x^2+(\Lambda-m^2-2\beta)x-2q. \quad (18)$$

把以上的结果带入方程(9)得到函数 $\pi(x)$ 的表示式为

$$\pi(x)=\frac{1-x}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{ax^2+bx+c}. \quad (19)$$

其中

$$a=4\left(\Lambda+2\gamma+\frac{1}{4}\right)-8k,$$
$$b=8k-4\left(\Lambda-m^2-2\beta+\frac{1}{2}\right),$$
$$c=1+8q. \quad (20)$$

嵌入在 a 和 b 之间的参数 k 满足一个二次代数方程,仔细求解此方程可得

$$k_{1,2}=\frac{\tilde{c}}{2}\pm\frac{1}{2}\tilde{a}\tilde{b}, \quad (21)$$

其中

$$\tilde{a}=\sqrt{1+8q},$$

$$\tilde{b} = \sqrt{2\gamma + m^2 + 2\beta + 2q},$$
$$\tilde{c} = \Lambda - m^2 - 2\beta - 4q. \tag{22}$$

把以上结果代入(19)式得到函数 $\pi(x)$ 的 4 个表示式

$$\pi(x) = \begin{cases} (1-x)/2 \pm [(\tilde{a} - 2\tilde{b})x - \tilde{a}]/2 \\ \quad \left(k_1 = \dfrac{\tilde{c}}{2} + \tilde{a}\tilde{b}/2\right), \\ (1-x)/2 \pm [(\tilde{a} + 2\tilde{b})x - \tilde{a}]/2 \\ \quad \left(k_2 = \dfrac{\tilde{c}}{2} - \tilde{a}\tilde{b}/2.\right) \end{cases} \tag{23}$$

由于在 N-U 方法中 $\tau(x)$ 的导数 $\tau'(x)$ 必须是负的,最合理的函数 $\pi(x)$ 应选取为

$$\pi(x) = (1-x)/2 - [(\tilde{a} + 2\tilde{b})x - \tilde{a}]/2$$
$$\left(k_2 = \frac{\tilde{c}}{2} - \frac{1}{2}\tilde{a}\tilde{b}\right), \tag{24}$$

由此得到 $\tau(x)$ 和 $\tau'(x)$ 为

$$\tau(x) = 2 + \tilde{a} - (\tilde{a} + 2\tilde{b} + 4)x,$$
$$\tau'(x) = -(\tilde{a} + 2\tilde{b} + 4) < 0. \tag{25}$$

由(8)和(10)式可得

$$\lambda = \frac{\tilde{c}}{2} - \frac{1}{2}(1 + \tilde{a} + \tilde{a}\tilde{b} + 2\tilde{b}),$$
$$\lambda_n = 2n^2 + 2n + n(\tilde{a} + 2\tilde{b}). \tag{26}$$

由于 $\lambda = \lambda_n$,于是得到分离常数 Λ 和 n 之间满足的关系式

$$\Lambda = \left(1 + 2n + \sqrt{2\gamma + m^2 + 2\beta + 2q}\right)$$
$$\times \left(1 + 2n + \sqrt{2\gamma + m^2 + 2\beta + 2q} + \sqrt{1 + 8q}\right)$$
$$+ 2(q - \gamma). \tag{27}$$

由于 Λ 含有角向分量的相关参数并存在于径向方程之中,因而(27)式反映了势函数角向分量对径向分量的影响. 使得(27)式中的与角向分量相关的参数为零则角向分量的影响消失,于是可得 $\Lambda = l(l+1)$,其中 $l = 1 + 2n + m$.

利用(6)和(12)式可得

$$\phi(x) = x^{(1+\tilde{a})/4}(1-x)^{\tilde{b}/2},$$
$$\rho(x) = x^{\frac{\tilde{a}}{2}}(1-x)^{\tilde{b}}. \tag{28}$$

把(28)式代入(11)式,得到的多项式解 $y_n(x)$ 为

$$y_n(x) = B_n 2^n x^{-\tilde{a}/2}(1-x)^{-\tilde{b}}$$
$$\times \frac{d^n}{dx^n}\left(x^{n+\tilde{a}/2}(1-x)^{n+\tilde{b}}\right), \tag{29}$$

并且

$$H(x) = B_n 2^n x^{(1-\tilde{a})/4}(1-x)^{-\tilde{b}/2}$$
$$\times \frac{d^n}{dx^n}\left(x^{n+\tilde{a}/2}(1-x)^{n+\tilde{b}}\right). \tag{30}$$

$y_n(x)$ 能够由广义超球多项式 $P_n^{(\alpha,\beta)}(z)$ 表示,其中的 $\alpha > -1, \beta > -1$. 广义超球多项式 $P_n^{(\alpha,\beta)}(z)$ 的多种等效表示中的一个为[24]

$$P_n^{(\alpha,\beta)}(z) = \frac{(-1)^n}{2^n n!}(1-z)^{-\alpha}(1+z)^{-\beta}$$
$$\times \frac{d^n}{dz^n}\left((1-z)^{n+\alpha}(1+z)^{n+\beta}\right). \tag{31}$$

利用变量替换 $z = 1 - 2x$,方程(31)变为

$$P_n^{(\alpha,\beta)}(1-2x) = \frac{1}{n!}x^{-\alpha}(1-x)^{-\beta}$$
$$\times \frac{d^n}{dx^n}\left[x^{n+\alpha}(1-x)^{n+\beta}\right]. \tag{32}$$

显然 $P_n^{(\alpha,\beta)}(1-2x) = y_n(x)$,只需取

$$\alpha = \frac{\tilde{a}}{2},$$
$$\beta = \tilde{b},$$
$$B_n = \frac{1}{n!2^n}. \tag{33}$$

因此 θ 角向波函数 $H(x)$ 可由超球多项式表示为

$$H(x) = C_n x^{(1-\tilde{a})/4}(1-x)^{\tilde{b}/2}P_n^{(\alpha,\beta)}(1-2x). \tag{34}$$

C_n 是归一化常数. 利用超几何函数和超球多项式之间的关系式

$$P_n^{(\alpha,\beta)}(z) = \frac{(\alpha+1)_n}{n!}F\left(-n, n+\alpha\right.$$
$$\left.+\beta+1, \alpha+1, \frac{1-z}{z}\right), \tag{35}$$

θ 角向波函数 $H(x)$ 也可以用超几何函数表示为

$$H_n(x) = C'_n x^{(1-\tilde{a})/4}(1-x)^{\tilde{b}/2}$$
$$\times F\left(-n, n + \frac{\tilde{a}}{2} + \tilde{b} + 1, \frac{\tilde{a}}{2} + 1, x\right). \tag{36}$$

其中 C'_n 为新的归一化常数.

下面求解径向方程(16). 对于束缚态 $E < 0$,定义

$$2E = -\omega_1^2,$$
$$2\eta = \omega_2,$$
$$2\alpha + \Lambda = \omega_3, \tag{37}$$

并做变量替换 $r \to s$,径向方程(16)变为下面的形式

$$\frac{d^2u(s)}{ds^2} + \frac{1}{s^2}(-\omega_1^2 s^2 + \omega_2 s - \omega_3)u(s)$$
$$= 0. \tag{38}$$

比较方程(38)和(4)可以得到

$$\tilde{\tau}(s) = 0,$$

$$\sigma(s) = s,$$
$$\tilde{\sigma}(s) = -\omega_1^2 s^2 + \omega_2 s - \omega_3. \quad (39)$$

利用与上面求解 $H(x)$ 的相同过程，容易得到

$$k_{\pm} = \omega_2 \pm \omega_1 \sqrt{1+4\omega_3}, \quad (40)$$

$$\pi(s) = \begin{cases} \frac{1}{2} \pm \left(\omega_1 s + \frac{1}{2}\sqrt{1+4\omega_2}\right) \\ \quad (k_+ = \omega_2 + \omega_1\sqrt{1+4\omega_3}), \\ \frac{1}{2} \pm \left(\omega_1 s - \frac{1}{2}\sqrt{1+4\omega_3}\right) \\ \quad (k_- = \omega_2 - \omega_1\sqrt{1+4\omega_3}). \end{cases} \quad (41)$$

同样的,选取函数 $\pi(s)$ 最合适的形式为

$$\pi(s) = \frac{1}{2} - \left(\omega_1 s - \frac{1}{2}\sqrt{1+4\omega_3}\right)$$
$$(k_- = \omega_2 - \omega_1\sqrt{1+4\omega_3}), \quad (42)$$

相应的得到 $\tau(s)$ 和 $\tau'(s)$ 如下：

$$\tau(s) = 1 + \sqrt{1+4\omega_3} - 2\omega_1 s,$$
$$\tau'(x) = -2\omega_1 < 0. \quad (43)$$

根据方程(8)和(10)，求解 $\lambda = \lambda_{n_r}$ 给出

$$E = -\eta^2 \Big/ \left[2\left(2n_r + \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}+\omega_3}\right)^2\right]. \quad (44)$$

其中的 ω_3 为

$$\begin{aligned}\omega_3 &= 2\alpha + \Lambda \\ &= 2\alpha + [(1+2n \\ &\quad + \sqrt{2\gamma + m^2 + 2\beta + 2q})(1+2n \\ &\quad + \sqrt{2\gamma + m^2 + 2\beta + 2q} \\ &\quad + \sqrt{1+8q}) + 2(q-\gamma)]. \end{aligned} \quad (45)$$

n_r 为径向波函数的波节数，$n_r \geqslant 0$．于是得到束缚态满足的能量方程为

$$E = -\frac{\eta^2}{2n'^2}$$
$$\left(n' = n_r + \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}+\omega_3}\right). \quad (46)$$

求解方程(6)和(12)并考虑到(39)和(42)式得到

$$\phi(s) = e^{-\omega_1 s} s^{(1+\sqrt{1+4\omega_3})/2},$$
$$\rho(s) = e^{-2\omega_1 s} s^{\sqrt{1+4\omega_3}}, \quad (47)$$

$$y_{n_r}(s) = B_{n_r} e^{2\omega_1 s} s^{-\sqrt{1+4\omega_3}} \frac{d^{n_r}}{ds^{n_r}}$$
$$\times (e^{-s} s^{n_r+\mu}). \quad (48)$$

连带 Laguerre 多项式的 Rodrigues 公式表示为

$$L_{n_r}^{\mu}(s) = \frac{1}{n_r!} e^s s^{-\mu} \frac{d^{n_r}}{ds^{n_r}} (e^{-s} s^{n_r+\mu}) \quad (49)$$

由此可以得到

$$y_{n_r}(s) = L_{n_r}^{\mu}(2\omega_1 s) \quad (50)$$

其中 $\mu = \frac{1}{2}\sqrt{1+4\omega_3}$．利用 $u(s) = \phi(s)y(s)$，最后得到

$$u_{n_r}(s) = D_{n_r} e^{-\omega_1 s} s^{(1+\sqrt{1+4\omega_3})/2} L_{n_r}^{\mu}(s), \quad (51)$$

这里的 D_{n_r} 为归一化常数

4. 讨 论

我们提出了一个新的环状非有心势模型,并以 N-U 求解了其满足的 Schrödinger 方程,得到了满足边界条件的束缚态波函数及束缚态能量本征值方程．结果表明,束缚态 θ 角向波函数可以 Rodrigues 公式，广义超球多项式或超几何函数表示．束缚态径向波函数以连带 Laguerre 多项式表示．由(3)式可以看出当相关的参数取特定值时,新的环状非有心势退化为不同的势模型．例如当 $\alpha = q = \beta = \gamma = 0$，(3)式退化为 Coulomb 势;当 $\alpha = q = \gamma = 0$ 时,(3)式变为熟知的 Hartmaan 势;而当 $q = \beta = 0$ 时,(3)式表示另一环状非有心势

$$V(r,\theta) = \frac{-\eta}{r} + \frac{\alpha}{r^2} + \frac{\gamma\cos^2\theta}{r^2\sin^2\theta}, \quad (52)$$

这一环状非有心势已在文献[22]中详细地讨论过.

与已有的研究相比,新的环状非有心势包含了 5 个参数 η，α，q，β 和 γ．由(3)式可以看出,新的环状非有心势与方位角 ϕ 无关,因而其解具有在 Z 轴方向的对称性．最后指出,这一势模型和以上所得结论有可能应用于量子化学和核物理研究中的某些方面,例如描述某些比较复杂的具有轴对称性的量子体系及变形核子之间的相互作用.

[1] Makarov A A, Smorodinsky J A, Valiev K, Winternitz P 1967 *Nuovo Cimento* A **52** 1061

[2] Kibler M, Lamot G H, Winternitz P 1992 *Int. J. Quant. Chem.* **43** 625

[3] Hartmann H 1972 *Theor. Chim. Acta* **24** 201

[4] Quesne C 1988 *J. Phys. A: Math. Gen.* **21** 3093

[5] Khare A, Bhaduri R K 1994 *Am. J. Phys.* **62** 1008

[6] Chen C Y, Lu F L, Sun D S, Liu C L 2004 *Acta Phys. Sin.* **53**

973 (in Chinese) [陈昌远、陆发林、孙东升、刘成林 2004 物理学报 **53** 937]

[7] Lu F L, Chen C Y, Sun D S 2005 *Chin. Phys.* **14** 463

[8] Zhang X A, Chen K, Duan Z L 2005 *Chin. Phys.* **14** 42

[9] Alhaidari A D 2005 *J. Phys. A: Math. Gen.* **38** 3409

[10] Gincchio J N 2004 *Phys. Rev.* C **69** 034318

[11] Kibler M, Negadi T 1984 *Int. J. Quant Chem.* **26** 405

[12] Dutt R, Gangopadhyaya A, Sukhatme U P 1997 *Am. J. Phys.* **65** 400

[13] Gönül B, Zorba Ī 2000 *Phys. Lett.* A **269** 83

[14] Chen Z D, Chen G 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2524 (in Chinese) [陈子栋、陈　刚 2004 物理学报 **54** 2524]

[15] Schulze-Halberg A, Zamora-Gallardo E, Pena J J 2009 *Int. J. Quant. Chem.* **109** 1464

[16] Zhedanov A S 1993 *J. Phys. A: Math. Gen.* **26** 4633

[17] Kerimov G A 2007 *J. Phys. A: Math. Gen.* **40** 7297

[18] Yaşuk F, Berkdemir C, Berkdemir A 2005 *J. Phys. A: Math. Gen.* **38** 6579

[19] Berkdemir C 2009 *J. Math. Chem.* **46** 139

[20] Berkdemir C, Cheng Y F 2009 *Phys. Scr.* **79** 035003

[21] Hautot A 1973 *J. Math. Phys.* **14** 1320

[22] Dong S H, Chen C Y, Lozada-Cassou M 2005 *Int. J. Quant. Chem.* **105** 453

[23] Nikiforov A F, Uvarov V B 1988 *Special Functions of Mathematical Physics* (Basle: Birkhauser)

[24] Liu S K, Liu S D 2000 *Special Function* 2nd Ed. (Beijing: Meteorology Press) (in Chinese) [刘式适、刘式达 2002 特殊函数 第二版 (北京:气象出版社)]

Exact solutions of the Schrödinger equation for a ring-shaped noncentral potential

Zhang Min-Cang[1)†]　Huangfu Guo-Qing[2)]

1) (*College of Physics and Information Technology, Shaanxi Normal University, Xi'an　710062, China*)

2) (*Department of Physics and Electronic Engineering, Weinan Teachers University, Weinan　714000, China*)

(Received 14 November 2009; revised manuscript received 24 December 2009)

Abstract

A new ring-shaped noncentral potential is proposed and the exact complete solutions of the Schrödinger equation with this potential are presented by the Nikiforov-Uvarov method. The effect of the angle-dependent part on the radial solutions and some particular cases of this potential are also discussed.

Keywords: ring-shaped noncentral potential, Schrödinger equation, bound state, Nikiforov-Uvarov method

PACC: 0365G, 1110Q, 1240Q

† E-mail: mincangzhang@snnu.edu.cn