

# 基于核磁共振的子空间量子过程重构\*

姚浙伟<sup>1)†</sup> 曾碧榕<sup>2)</sup> 刘 钦<sup>1)</sup> 牟晓阳<sup>1)</sup> 林星程<sup>1)</sup>  
杨 春<sup>1)</sup> 潘 健<sup>1)</sup> 陈 忠<sup>1)</sup>

1)(厦门大学物理系,福建省等离子与磁共振研究重点实验室,厦门 361005)

2)(厦门大学材料科学与工程系,厦门 361005)

(2009 年 12 月 31 日收到;2010 年 1 月 30 日收到修改稿)

基于三核自旋量子系统实现了内嵌两量子位子空间量子过程重构.通过输入完备态集合对执行的量子过程进行了表征.由于量子过程内嵌于子空间,使得重构实验所需输入次数及时间显著减少,同时实验尽量避免使用时间较长的  $J$  耦合演化,有效控制了系统的退相干.

**关键词:** 量子计算, 核磁共振, 过程重构, 子空间

**PACC:** 0367, 0758, 0365

## 1. 引 言

量子信息处理是量子力学和计算机信息科学之间的新兴交叉学科,十几年来得到了快速迅猛的发展.与传统的计算机信息科学相比,基于量子物理的信息理论呈现出一些新的特性<sup>[1-3]</sup>,新的信息处理方式将量子系统的态叠加与纠缠作为核心资源<sup>[4-9]</sup>.Deutsch<sup>[10]</sup>提出了第一个量子算法首次展示了量子计算的优点.随后,Shor<sup>[11]</sup>和 Grover<sup>[12]</sup>等相继提出其他一些优越于经典算法的量子算法.人们对量子算法和量子计算实验实现展开一系列研究<sup>[13-17]</sup>.目前量子信息的实验研究主要通过液体核磁共振、光学方法、离子阱、光腔 QED 和量子点等方法<sup>[18-21]</sup>,其中核磁共振是实验技术比较成熟的一种,已见报道的最高量子位数的实验就是用该方法实现的<sup>[22]</sup>.量子过程重构是由开放量子系统演化的一系列特定初、末态表征该系统的未知动力学过程<sup>[23,24]</sup>.量子信息处理要求尽可能准确地对量子系统执行预订的操作和控制,这包含量子系统的状态和量子操作过程两方面控制情况.量子计算操作一般由一系列量子逻辑门过程组成<sup>[25]</sup>,可以通过量子过程重构对量子门操作进行测量,得到量子门的保真度,研究实际量子计算中的误差模型,从而有效

地操控实际量子过程.量子操作过程的测量对完成一个实际的量子信息处理任务具有重要的意义<sup>[26-30]</sup>.

关于量子过程重构理论的详细内容可参见文献<sup>[23]</sup>,下面仅做简要描述.实验中执行的实际量子控制操作  $\epsilon$  把系统初始输入态  $\rho_{in}$  变换到一个输出态  $\rho_{out}$ ,

$$\epsilon: \rho_{in} \rightarrow \rho_{out}. \quad (1)$$

实际执行的量子操作  $\epsilon$  是完全正定、保迹的线性映射<sup>[31]</sup>,一般可表示为算符求和形式,输出态  $\rho_{out}$  写为

$$\rho_{out} = \epsilon(\rho_{in}) = \sum_{\mu} V_{\mu} \rho_{in} V_{\mu}^{\dagger}, \quad (2)$$

其中  $V_{\mu}$  满足  $\sum_{\mu} V_{\mu}^{\dagger} V_{\mu} = 1$ .算符集合  $\{V_{\mu}\}$  刻画了量子操作  $\epsilon$  的功能特征.取定系统的 Liouville 空间一组基矢  $\{A_{\mu}\}$  后,可对(2)式做展开,

$$\epsilon(\rho_{in}) = \sum_{m,n} \chi_{mn} A_m \rho_{in} A_n^{\dagger}, \quad (3)$$

其中正定 Hermit 矩阵  $\chi = (\chi_{mn})$  可表征量子操作过程  $\epsilon$ .

设  $\{\rho_j\}$  为系统一组基矢,将  $\rho_j$  作为系统初始输入态,经  $\epsilon$  操作变换有

$$\epsilon(\rho_j) = \sum_k \lambda_{jk} \rho_k, \quad (4)$$

由量子态重构实验可测得  $\lambda_{jk}$ .由式(3)有

$$\epsilon(\rho_j) = \sum_{m,n} \chi_{mn} A_m \rho_j A_n^{\dagger}, \quad (5)$$

\* 福建省自然科学基金(批准号:2008J0219)资助的课题.

† E-mail: yau@xmu.edu.cn

上式等号右边包含的被求和项可以写为

$$\mathbf{A}_m \boldsymbol{\rho}_j \mathbf{A}_n^\dagger = \sum_k \beta_{jk}^{mn} \boldsymbol{\rho}_k, \quad (6)$$

将(6)式代入(5)式,同(4)式相比较可以得到

$$\sum_{m,n} \beta_{jk}^{mn} \chi_{mn} = \lambda_{jk}. \quad (7)$$

通过实验测量  $\{\lambda_{jk}\}$  可求出  $\{\chi_{mn}\}$ , 即确定出过程矩阵  $\boldsymbol{\chi}$ , 完成量子操作  $\boldsymbol{\varepsilon}$  的过程重构.

子空间量子过程重构以付出适当辅助量子位资源为代价, 能显著缩减重构所需的输入态数目<sup>[32]</sup>. 系统 A 包含的量子位个数为  $n$ , 辅助系统 B 包含的量子位个数为  $m$  (设  $m \leq n$ ), 若量子操作  $\boldsymbol{\varepsilon}_s$  只作用于 A 系统, 整个 AB 系统的演化可以写为

$$(\boldsymbol{\varepsilon}_s \otimes \mathbf{I})(\boldsymbol{\sigma}_A \otimes \boldsymbol{\sigma}_B) = \boldsymbol{\varepsilon}_s(\boldsymbol{\sigma}_A) \otimes \boldsymbol{\sigma}_B, \quad (8)$$

其中  $\mathbf{I}$  为恒等操作, 过程中 B 系统的状态保持不变, 故可以用 B 系统的稳定状态标记子系统 A 的不同状态, 内嵌于 A 系统的量子操作  $\boldsymbol{\varepsilon}_s$  同时对这些状态进行并行演化

$$(\boldsymbol{\varepsilon}_s \otimes \mathbf{I})\left(\sum_k \boldsymbol{\sigma}_A^k \otimes \boldsymbol{\sigma}_B^k\right) = \sum_k \boldsymbol{\varepsilon}_s(\boldsymbol{\sigma}_A^k) \otimes \boldsymbol{\sigma}_B^k. \quad (9)$$

具有  $m$  个辅助位的  $n$  量子位系统, 一般只需要  $2^{2(n-m)}$  个输入态就能进行量子过程重构. 而  $n$  个量子位的普通量子过程重构所需的输入态数目是  $2^{2n}$ . 普通量子过程重构所需的量子位资源少, 但所需的输入态数目较多. 将量子操作  $\boldsymbol{\varepsilon}$  嵌入子系统 A 中<sup>[33]</sup>, 使用辅助系统 B 的不同状态来标记 A 的不同状态演化, 可以有效地缩减量子操作  $\boldsymbol{\varepsilon}$  测量所需的输入状态数目<sup>[34]</sup>.

## 2. 子空间量子门过程重构

在液体核磁共振中, 标准条件(常压室温)和强磁场下具有 3 个自旋 1/2 核的弱耦合体系 Hamilton 量为

$$H = \sum_{i=1}^3 \boldsymbol{\omega}_i \cdot \mathbf{I}_z^i + \sum_{i < j}^3 J_{ij} \mathbf{I}_z^i \cdot \mathbf{I}_z^j, \quad (10)$$

其中  $\boldsymbol{\omega}_i$  为核自旋  $i$  的化学位移,  $J_{ij}$  是核自旋  $i$  和  $j$  间的耦合常数. 实验以溶于重水的  $^{13}\text{C}$  标记的丙氨酸为样品, 其分子式为  $\text{CH}_3\text{CH}(\text{NH}_2)\text{COOH}$ , 以丙氨酸分子中的甲基碳,  $\alpha$  碳和羧基碳 3 个  $^{13}\text{C}$  核自旋作为 3 个量子位, 分别记为量子位 1, 2, 3, 相互之间的  $J$  耦合系数分别为  $J_{12} = 34.9 \text{ Hz}$ ,  $J_{23} = 54.0 \text{ Hz}$ ,  $J_{13} = -1.3 \text{ Hz}$ . 量子位 1 作为辅助量子位, 量子位 2, 3 作为子空间量子位. 子空间的量子操作过程取 CNOT

量子门操作, 在三核自旋系统中相应操作记为  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{CNOT}23}$ , 则量子位 2, 3 子空间的 CNOT 量子门操作可以写为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{CNOT}23}(\boldsymbol{\rho}_1 \otimes \boldsymbol{\rho}_{23}) &= (\mathbf{I} \otimes \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{CNOT}})(\boldsymbol{\rho}_1 \otimes \boldsymbol{\rho}_{23}) \\ &= \boldsymbol{\rho}_1 \otimes \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{CNOT}}(\boldsymbol{\rho}_{23}). \end{aligned} \quad (11)$$

由核自旋系统初始时刻的热平衡态  $\boldsymbol{\rho}_{\text{eq}}$  出发, 用以下脉冲序列制备量子过程的初始输入态:

$$(\pi/2)_x - J_{12}(\pi/4) - (\pi/2)_x - J_{23}(\pi/2) - (\pi/2)_x^3, \quad (12)$$

$$(\pi/2)_x - J_{12}(\pi/4) - (\pi/2)_x - J_{23}(\pi/2) - (\pi/2)_y^3, \quad (13)$$

$$(\pi/2)_y - J_{23}(\pi/2). \quad (14)$$

分析以上序列中的积算符演化, 脉冲序列(12)

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\rho}_{\text{eq}} &= \mathbf{I}_z^1 + \mathbf{I}_z^2 + \mathbf{I}_z^3 \\ &\xrightarrow{(\pi/2)_x^3} -\mathbf{I}_y^1 - \mathbf{I}_y^2 + \mathbf{I}_z^3 \\ &\xrightarrow{J_{12}(\pi/4)} -\mathbf{I}_y^2/\sqrt{2} + \mathbf{I}_z^3 + \sqrt{2}\mathbf{I}_x^1\mathbf{I}_z^2 \\ &\quad - \mathbf{I}_y^1/\sqrt{2} + \sqrt{2}\mathbf{I}_z^1\mathbf{I}_x^2 = \boldsymbol{\sigma}_1 \\ &\xrightarrow{(\pi/2)_x} -\mathbf{I}_z^2/\sqrt{2} - \mathbf{I}_y^3 - \sqrt{2}\mathbf{I}_x^1\mathbf{I}_y^2 \\ &\quad - \sqrt{2}\mathbf{I}_y^1\mathbf{I}_x^2 - \mathbf{I}_z^1/\sqrt{2} = \boldsymbol{\sigma}_2 \\ &\xrightarrow{J_{23}(\pi/2)} -\mathbf{I}_z^2/\sqrt{2} + 2\mathbf{I}_z^2\mathbf{I}_x^3 + 2\sqrt{2}\mathbf{I}_x^1\mathbf{I}_z^2\mathbf{I}_x^3 \\ &\quad - 2\sqrt{2}\mathbf{I}_y^1\mathbf{I}_y^2\mathbf{I}_z^3 - \mathbf{I}_z^1/\sqrt{2} = \boldsymbol{\sigma}_3 \\ &\xrightarrow{(\pi/2)_x^3} -\mathbf{I}_z^2/\sqrt{2} - 2\mathbf{I}_z^2\mathbf{I}_x^3 - 2\sqrt{2}\mathbf{I}_x^1\mathbf{I}_z^2\mathbf{I}_x^3 \\ &\quad + 2\sqrt{2}\mathbf{I}_y^1\mathbf{I}_y^2\mathbf{I}_z^3 - \mathbf{I}_z^1/\sqrt{2} = \boldsymbol{\sigma}_4. \end{aligned} \quad (15)$$

脉冲序列(13)的前四步与序列(12)相同, 只分析最后一步

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}_3 &\xrightarrow{(\pi/2)_y^3} -\mathbf{I}_z^2/\sqrt{2} - 2\mathbf{I}_z^2\mathbf{I}_x^3 + 2\sqrt{2}\mathbf{I}_x^1\mathbf{I}_z^2\mathbf{I}_x^3 \\ &\quad - 2\sqrt{2}\mathbf{I}_y^1\mathbf{I}_y^2\mathbf{I}_z^3 - \mathbf{I}_z^1/\sqrt{2} = \boldsymbol{\sigma}_5, \end{aligned} \quad (16)$$

脉冲序列(14)

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\rho}_{\text{eq}} &= \mathbf{I}_z^1 + \mathbf{I}_z^2 + \mathbf{I}_z^3 \\ &\xrightarrow{(\pi/2)_y} \mathbf{I}_x^1 + \mathbf{I}_x^2 + \mathbf{I}_x^3 = \boldsymbol{\sigma}_6 \\ &\xrightarrow{J_{23}(\pi/2)} \mathbf{I}_x^1 + 2\mathbf{I}_y^2\mathbf{I}_z^3 + 2\mathbf{I}_z^2\mathbf{I}_y^3 = \boldsymbol{\sigma}_7. \end{aligned} \quad (17)$$

由以上脉冲序列可以制备得到  $\boldsymbol{\sigma}_1 - \boldsymbol{\sigma}_7$  共 7 个初始状态. 列表 1 分析, 表中第 1 行是 7 个量子输入态, 第 1 列是辅助系统量子位 1 密度算符空间的 4 个基矢态. 以第 2 行第 2 列元素 ( $\mathbf{I}_y^2, \mathbf{I}_z^3$ ) 为例, 在  $\boldsymbol{\sigma}_1$  输入态中量子位 1 取单位矩阵  $\mathbf{E}^1$  的项是  $\mathbf{E}^1 \otimes \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{I}_y^2 + \mathbf{I}_z^3\right)$ , 即  $\boldsymbol{\sigma}_1$  在量子位 1 的  $\mathbf{E}^1$  状态标记下,

包含了两个 2,3 子空间基矢成分： $I_y^2, I_z^3$ . 从包含 2,3 子空间态矢成分上看,表 1 中的  $\{\sigma_1-\sigma_7\}$  输入态集

合包含了 2,3 量子位 Liouville 空间的所有基矢,构成完备的输入态集合.

表 1 量子门输入态积算符包含项对量子位 2,3 子空间全部基矢的遍历

量子态	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_4$	$\sigma_5$	$\sigma_6$	$\sigma_7$
$E^1$	$I_y^2, I_z^3$	$I_z^2, I_y^3$	$I_z^2, I_z^3$	$I_z^2, I_z^3$	$I_z^2, I_z^3$	$I_z^2, I_z^3$	$I_y^2 I_z^3, I_z^2 I_y^3$
$I_x^1$	$I_z^2$	$I_y^2$	$I_z^2 I_z^3$	$I_x^2 I_y^3$	$I_x^2 I_x^3$	$E^{23}$	$E^{23}$
$I_y^1$	$E^{23}$	$I_x^2$	$I_y^2 I_z^3$	$I_y^2 I_y^3$	$I_y^2 I_x^3$		
$I_z^1$	$I_x^2$	$E^{23}$	$E^{23}$	$E^{23}$	$E^{23}$		

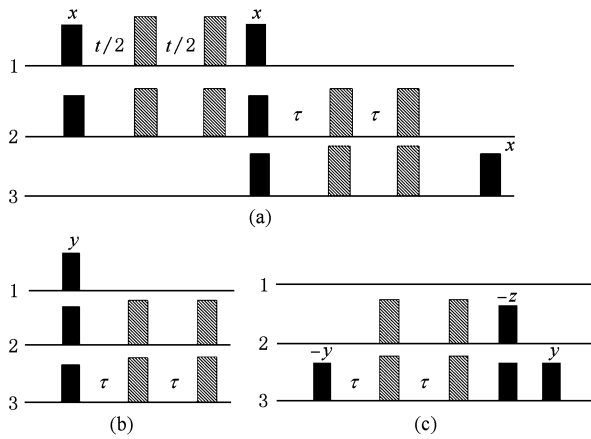


图 1 实验脉冲序列,黑色方块代表  $(\pi/2)$  脉冲,相位由方块上字母给出,灰色方块代表  $(\pi)_x$ . (a) 制备输入态  $\sigma_1-\sigma_4$ , 末尾脉冲  $(\pi/2)_x$  换为  $(\pi/2)_y$ , 制备  $\sigma_5$  态; (b) 制备输入态  $\sigma_6, \sigma_7$ ; (c) 量子位 2,3 子空间 CNOT 门

实验从热平衡态出发,用图 1(a)和(b)中脉冲序列制备出集合  $\{\sigma_1-\sigma_7\}$  中各状态,将它们分别输入图 1(c)所示量子位 2,3 子空间 CNOT 门. 实验用到的脉冲均为强调制脉冲,脉冲宽度一般在 100—500  $\mu s$ ,序列中自由演化时间  $t = 7.163 \text{ ms}$ ,  $\tau = 4.630 \text{ ms}$ . 测量 CNOT 量子门操作后的输出态,实验重构出相应的过程矩阵  $\chi_{\text{CNOT}}$  (图 2(a)). 同理想的 CNOT 门过程矩阵  $\chi_{\text{Th}}$  (图 2(b)) 比较,得出保真度  $F = 0.84$ ,表明子空间 CNOT 量子门过程重构完成. 图 2 中行列指标 1—16 依次对应  $\{II, XI, YI, ZI, IX, IY, IZ, XX, YX, ZX, XY, YY, ZY, XZ, YZ, ZZ\}$  两量子位子空间的 16 个基算符,其中  $\{I, X, Y, Z\}$  为包含单位阵  $I$  的 Pauli 矩阵的 4 个分量.  $II = I \otimes I$ , 其余符号含义类似.

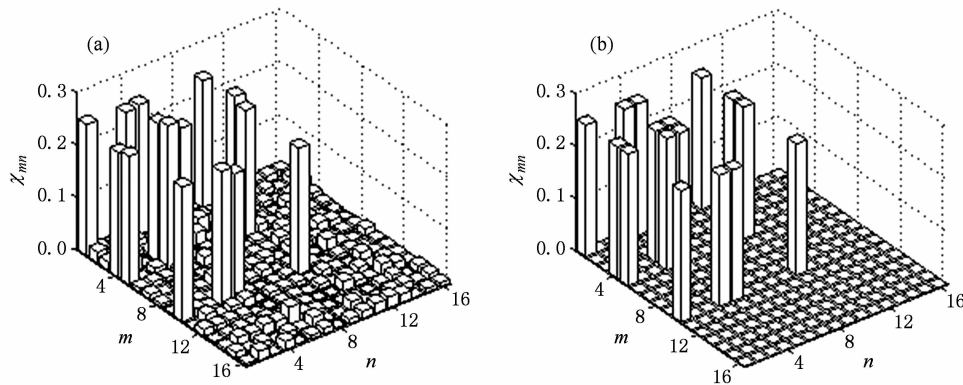


图 2 两量子位子空间内的 CNOT 门的  $\chi$  过程矩阵立体直方图(Z 轴为矩阵元的模) (a) 实验重构的  $\chi_{\text{CNOT}}$  矩阵, (b) 理论  $\chi_{\text{Th}}$  矩阵

### 3. 结 论

实验完成子空间 CNOT 量子门过程的重构测量. 同无辅助位方法相比,具有标记位的子空间量

子过程重构以增加适当的辅助量子位资源为代价,有效地缩减量子过程重构试验的次数,对量子过程快速准确的测量有助于及时了解量子调控的实际执行情况. 受静磁场以及射频场的空间不均匀性和时间不稳定性等因素影响,脉冲施加的准确

度降低,不完美的脉冲效果导致部分实验误差,另外量子门输入态制备和输出态读出的误差也会影响到最后的测量结果.由于实验中 $J$ 耦合演化的时间一般要比无耦合自旋操作大一个数量级左右,故脉冲序列的时间长短主要由其

中 $J$ 耦合数目决定.本实验制备输入态所用最长的脉冲序列仅使用2次 $J$ 耦合,同时避免了对强度较小的 $J_{13}$ 耦合的使用,有效地压缩了实验时间,削弱了系统的弛豫和环境噪声导致的量子退相干影响.

- [1] Plenio M B, Knight P L 1996 *Phys. Rev. A* **53** 2986
- [2] Yuan Z S, Chen Y A, Zhao B, Schmiedmayer J, Pan J W 2008 *Nature* **454** 1098
- [3] Kim M S, Cho J 2009 *Science* **323** 469
- [4] Du J F, Rong X, Zhao N, Wang Y, Yang J H, Liu R B 2009 *Nature* **461** 1265
- [5] Yu T, Eberly J H 2009 *Science* **323** 598
- [6] Guo G C, Han Z F, Hong P L, Wen H 2009 *Chin. Phys. B* **18** 46
- [7] Chen K, Pan J W, Peng C Z, Ren J G, Yang B, Yi Z H, Zhou F 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3605
- [8] Cai X D, Peng C Z, Ren J G, Yin J, Zhang H, Zhou F 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5169 (in Chinese) [蔡昕东、彭承志、任继刚、印娟、张涵、周飞 2009 物理学报 **58** 5169]
- [9] Lu H X 2007 *Chin. Phys.* **16** 1878
- [10] Deutsch D, Jozsa R 1992 *Proc. Roy. Soc. Lond. A* **439** 553
- [11] Shor P W 1994 *Proceedings of the 35th Annual Symposium on the Foundations of Computer Science*, USA, November 20—22, Santa Fe, p124
- [12] Grover L K 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 325
- [13] Cory D G, Fahmy A F, Havel T F 1997 *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* **94** 1634
- [14] Barenco A, Brun T A, Schack R, Spiller T P 1997 *Phys. Rev. A* **56** 1177
- [15] Chuang I L, Vandersypen L M K, Zhou X, Leung D W, Lloyd S 1998 *Nature* **393** 143
- [16] Fang X M, Feng M, Gao K L, Shi L, Zhu X W 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1405 (in Chinese) [方细明、冯芒、高克林、施磊、朱熙文 1999 物理学报 **48** 1405]
- [17] Xue F, Du J F, Fan Y M, Shi M J, Zhou X Y, Han R D, Wu J H 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 763 (in Chinese) [薛飞、杜江峰、范扬梅、石名俊、周先意、韩荣典、吴季辉 2002 物理学报 **51** 763]
- [18] Gershenfeld N A, Chuang I L 1997 *Science* **275** 350
- [19] Zhao B, Chen Y A, Bao X H, Strassel T, Chuu C S, Jin X M, Schmiedmayer J, Yuan Z S, Chen S, Pan J W 2009 *Nat. Phys.* **5** 95
- [20] Ai L Y, Yang J, Zhang Z M 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5589 (in Chinese) [艾凌艳、杨健、张智明 2009 物理学报 **57** 5589]
- [21] Wang J, Ye L, Yu L B 2007 *Chin. Phys.* **16** 2211
- [22] Negrevergne C, Mahesh T S, Ryan C A, Ditty M, Cyr-Racine F, Power W, Boulant N, Havel T, Cory D G, Laflamme R 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 170501
- [23] Chuang I L, Nielsen M A 1997 *J. Mod. Opt.* **44** 2455
- [24] Poyatos J F, Cirac J I, Zoller P 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 390
- [25] Aguado M, Brennen G K, Verstraete F, Cirac J I 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 260501
- [26] Childs A M, Chuang I L, Leung D W 1998 *Phys. Rev. A* **64** 012314
- [27] D'Ariano G M, Presti P L 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 4195
- [28] O'Brien J L, Pryde G J, Gilchrist A, James D F V, Langford N K, Ralph T C, White A G 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 080502
- [29] Riebe M, Kim K, Schindler P, Monz T, Schmidt P O, Körber T K, Hänsel W, Häffner H, Roos C F, Blatt R 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 220407
- [30] Ziman M 2008 *Phys. Rev. A* **78** 032118
- [31] Schumacher B 1996 *Phys. Rev. A* **54** 2614
- [32] Altepeter J B, Branning D, Jeffrey E, Wei T C, Kwiat P G, Thew R T, O'Brien J L, Nielsen M A, White A G 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 193601
- [33] Yao X W, Xue F, Pang W M, Du J F, Zhou X Y, Han R D 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 1996
- [34] Kim K, Song M, Lee S 2005 *J. Kor. Phys. Soc.* **47** 736

# Subspace quantum process tomography via nuclear magnetic resonance \*

Yao Xi-Wei<sup>1)†</sup> Zeng Bi-Rong<sup>2)</sup> Liu Qin<sup>1)</sup> Mu Xiao-Yang<sup>1)</sup> Lin Xing-Cheng<sup>1)</sup>  
Yang Chun<sup>1)</sup> Pan Jian<sup>1)</sup> Chen Zhong<sup>1)</sup>

1) (*Department of Physics, Fujian Provincial Key Laboratory of Plasma and Magnetic Resonance, Xiamen University, Xiamen 361005, China*)

2) (*Department of Materials Science and Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005, China*)

(Received 31 December 2009; revised manuscript received 30 January 2010)

## Abstract

Experimental investigation of subspace quantum process tomography in three-spin system was implemented via nuclear magnetic resonance. A quantum process was characterized by measuring a complete set of input states and corresponding outputs. The method using ancillary qubit remarkably reduces the number of the initial input states. And the pulse sequences used in this paper have fewer J-coupling evolutions. The experiment time was shortened and quantum decoherence of the system was weakened efficiently.

**Keywords:** quantum computation, nuclear magnetic resonance, process tomography, subspace

**PACC:** 0367, 0758, 0365

---

\* Project supported by the Natural Science Foundation of Fujian Province, China (Grant No. 2008J0219).

† E-mail: yau@xmu.edu.cn