第 59 卷 第 10 期 2010 年 10 月
1000-3290/2010/59(10)/6842-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol. 59, No. 10, October 2010

包围有暗能量黑洞的 Hawking 辐射修正*

龚添喜[1)2)] 王永久[1)†]

1)(湖南师范大学理论物理所, 长沙 410081)

2)(湖南科技大学物理学院, 湘潭 411201)

(2009 年 11 月 26 日收到;2009 年 12 月 21 日收到修改稿)

运用由 Banerjee 和 Majhi 所发展的非半经典近似的 Hamilton-Jacobi 方法,计算了被暗能量包围的黑洞温度和熵,得到了修正后的温度和熵. 在修正后的熵中,面积定理包含面积对数修正和面积幂的倒数.

关键词: Hawking 辐射, 暗能量, 黑洞

PACC: 0420, 9760L

1. 引 言

之前人们一直以为在黑洞区域任何东西都无法逃逸,直到 1975 年, Hawking[1] 发现黑洞存在粒子的热谱辐射. 该辐射的温度依赖于视界的表面重力 κ,并满足关系式 $T=\frac{\kappa}{2\pi}$,Hawking 的计算完全基于量子场论.

自此之后,有了一系列有关 Hawking 辐射的研究工作[2—6]. 然而,没有人提出将其设想为相应于源的隧穿辐射图景. 根据这一图景,辐射过程与稳恒电场中正负电子对的产生过程相似. 该图景中当粒子通过视界面时其能量将改变符号,因此,粒子对中的一个通过视界面隧穿到另一侧后,在视界内或视界外产生了一个反粒子从而实现了总能量为零.

2000 年, Parikh 和 Wilczek[7] 提出了一种计算黑洞 Hawking 辐射修正谱的方法. 在这一方法中,黑洞的 Hawking 辐射理解为一种量子隧穿. 势垒由辐射粒子的能量决定. 这一方法的核心是强调粒子辐射过程中能量守恒和在视界处建立一种好的坐标系. 运用这一方法 Parikh 和 Wilczek 计算了粒子通过 Schwarzschild 黑洞和 Reissner-Nordström 黑洞的辐射修正谱,其结果偏离了纯热谱,满足幺正性原理和支持了信息守恒理论. 接着其他球对称和非球对称黑洞的修正谱也进行了广泛的研究[8—33],还有人运用 Damour-Ruffini 方法研究了不同黑洞的 Hawking 辐射问题[34,35],其结果表明都满足幺正性理论和支持信息守恒理论.

Parikh 和 Wilczek 认为,在黑洞的辐射过程中时空的总能量守恒,同时黑洞的能量能产生波动. 运用该方法我们计算了有暗能量包围黑洞的温度和熵并得到其温度和熵不同于相应的 Hawking 温度和 Bekenstein-Hawking 熵[36]. 在本文中运用非半经典近似的 Hamilton-Jacobi 方法,考虑粒子作用量展开式中所有的项,发现高阶项正比于半经典结果. 有意思的是,对 Bekenstein-Hawking 熵主阶修正为对数项,与已有文献[37—45]中所得结果一致.

2. 径向测地线方法

本节先简要回顾径向测地线方法,再运用黑洞的量子隧穿辐射思路来寻求包围有暗能量的黑洞温度.

有暗能量包围黑洞的线元[46]为

$$\begin{aligned}\mathrm{d}s^2 &= \left[1-\frac{r_g}{r}-\left(\frac{r_0}{r}\right)^{3\omega+1}\right]\mathrm{d}t^2 \\ &\quad -\left[1-\frac{r_g}{r}-\left(\frac{r_0}{r}\right)^{3\omega+1}\right]^{-1}\mathrm{d}r^2 \\ &\quad - r^2(\mathrm{d}\theta^2+\sin^2\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\phi^2),\end{aligned} \tag{1}$$

其中 $r_g=2M$, M 是黑洞的质量,r_0 是归一化常数,而

* 国家重点基础研究发展计划(批准号: 2010CB832800)、国家自然科学基金(批准号: 10873004)和湖南省教育厅科研基金(批准号: 09C392).

† 通讯联系人. E-mail: wyj@hunnu.edu.cn

ω 是暗能量态参数. 其度规类型为

$$ds^2 = A(r)dt^2 - A(r)^{-1}dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \tag{2}$$

其中 $A(r) = 1 - \frac{r_g}{r} - \left(\frac{r_0}{r}\right)^{3\omega+1}$，在视界面处 $r = r_H$ 由 $A(r_H) = 0$ 给出. 在 Painlevé 坐标系[47]中位于视界处的坐标奇异性消除了. 进行如下变换：

$$dt \to dt - \frac{\sqrt{1 - A(r)}}{A(r)}dr, \tag{3}$$

由方程(1)给出的度规变为

$$\begin{aligned} ds^2 = {} & A(r)dt^2 - 2\sqrt{1 - A(r)}dtdr - dr^2 \\ & - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \end{aligned} \tag{4}$$

其径向测地线为

$$\dot{r} \equiv \frac{dr}{d\tau} = \pm 1 - \sqrt{1 - A(r)}, \tag{5}$$

(5)式中的正(负)号对应为出射(入射)线. 利用这一关系计算对于能量为 ε 的壳的作用量的虚部. 在文献[7]中，作用量的虚部最初被定义为

$$\begin{aligned} \mathrm{Im}S = {} & \mathrm{Im}\int_{r_{in}}^{r_{out}} p_r dr = \mathrm{Im}\int_{r_{in}}^{r_{out}}\int_0^{p_r} dp'_r dr \\ = {} & \mathrm{Im}\int_{r_{in}}^{r_{out}}\int_0^{H} \frac{dH'}{\dot{r}}dr, \end{aligned} \tag{6}$$

其中最后一步利用了 Hamilton 方程 $\dot{r} = \frac{dH}{dp_r}\Big|_r$.

在近视界处可以将 $A(r)$ 关于 r_H 展开为

$$A(r) = A'(r_H)(r - r_H) + 0[(r - r_H)^2]. \tag{7}$$

将之代入方程(5)，$\dot{r}$ 能近似表为

$$\dot{r} \simeq \frac{1}{2}A'(r_H)(r - r_H). \tag{8}$$

在(6)式中利用这一关系可以对作用量的虚部进行计算求解. 现在将隧穿概率看成 $\Gamma \sim e^{-\frac{2}{\hbar}\mathrm{Im}S}$ 并且将它等于 Boltzmann 因子 $e^{-\frac{\varepsilon}{T}}$，可以得到 Hawking 温度为

$$T_H = \frac{\varepsilon\hbar}{2\mathrm{Im}S} = \frac{\hbar A'(r_H)}{4\pi}. \tag{9}$$

很容易得到 Schwarzschild 黑洞的温度为 $T_H = \frac{\hbar}{8\pi M}$. 运用这一方法时必须采用 Painlevé 坐标系以避免视界处的坐标奇异性. 因此至少在标准表达式中不能在原空间坐标系中求解，并且这一方法对应着径向测地线只对无质量粒子适用. 下面考虑另一种计算作用量虚部的方法，运用 Hamilton-Jacobi 方程也可以计算黑洞的 Hawking 温度.

3. 非半经典近似的 Hamilton-Jacobi 方法

不失一般性[48]，考虑由 Klein-Gordon 方程所描述的时空(1)式中的无质量粒子

$$-\frac{\hbar^2}{\sqrt{-g}}\partial_\mu[g^{\mu\nu}\sqrt{-g}\partial_\nu]\phi = 0, \tag{10}$$

既然度规(1)式是球对称的，我们仅对时空的 $(r-t)$ 部分感兴趣. 由标准形式的标量函数

$$\phi(r,t) = \exp\left[-\frac{i}{\hbar}S(r,t)\right], \tag{11}$$

其中 $S(r,t)$ 是可以以 $\hbar$ 的级数展开的函数. Klein-Gordon 方程(10)能简化为

$$\begin{aligned} & \frac{i}{A(r)}\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)^2 - iA(r)\left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^2 - \frac{\hbar}{A(r)}\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} \\ & + \hbar A(r)\frac{\partial^2 S}{\partial r^2} + \hbar\frac{\partial A(r)}{\partial r}\frac{\partial S}{\partial r} = 0. \end{aligned} \tag{12}$$

$S(r,t)$ 关于 $\hbar$ 的级数展开式为

$$\begin{aligned} S(r,t) = {} & S_0(r,t) + \hbar S_1(r,t) + \hbar^2 S_2(r,t) + \cdots \\ = {} & S_0(r,t) + \sum_i \hbar^i S_i(r,t). \end{aligned} \tag{13}$$

其中 $i = 1,2,3,\cdots$ 在该展开式中，半经典值 S_0 以外的各项被看成是从 $o(\hbar)$ 起始的量子修正. 将(13)式代入(12)式并令方程两边的 $\hbar$ 的同次幂相等，可以得到如下方程组：

$$\begin{aligned} & \hbar^0: \left(\frac{\partial S_0}{\partial t}\right)^2 - A^2(r)\left(\frac{\partial S_0}{\partial r}\right)^2 = 0, \\ & \hbar^1: 2i\frac{\partial S_0}{\partial t}\frac{\partial S_1}{\partial t} - 2iA^2(r)\frac{\partial S_0}{\partial r}\frac{\partial S_1}{\partial r} - \frac{\partial^2 S_0}{\partial t^2} \\ & \quad + A^2(r)\frac{\partial^2 S_0}{\partial r^2} + A'(r)A(r)\frac{\partial S_0}{\partial r} = 0, \\ & \hbar^2: i\left(\frac{\partial S_1}{\partial t}\right)^2 + 2i\frac{\partial S_0}{\partial t}\frac{\partial S_2}{\partial t} - iA^2(r)\left(\frac{\partial S_1}{\partial r}\right)^2 \\ & \quad - 2iA^2(r)\frac{\partial S_0}{\partial r}\frac{\partial S_2}{\partial r} - \frac{\partial S_1}{\partial t^2} + A^2(r)\frac{\partial^2 S_1}{\partial r^2} \\ & \quad + A'(r)A(r)\frac{\partial S_1}{\partial r} = 0, \\ & \quad \vdots \end{aligned} \tag{14}$$

值得注意的是，上面的任一方程都能利用前面的关系进行简化. 从而得到如下恒等式：

$$\begin{aligned} & \hbar^0: \frac{\partial S_0}{\partial t} = \pm A(r)\frac{\partial S_0}{\partial r}, \\ & \hbar^1: \frac{\partial S_1}{\partial t} = \pm A(r)\frac{\partial S_1}{\partial r}, \\ & \hbar^2: \frac{\partial S_2}{\partial r} = \pm A(r)\frac{\partial S_2}{\partial r}, \\ & \quad \vdots \end{aligned} \tag{15}$$

上面方程组具有相同的函数形式,因此其解不独立.实际上所有 $S'_i s$ 都正比于 S_0,显示了这些线性微分方程的相似的函数依赖性.考虑到这些,作用量的修正形式为

$$S(r,t) = S_0(r,t)\Big(1 + \sum_i \gamma_i \hbar^i\Big), \tag{16}$$

其中 S_0 表明半经典作用.这表明 $\gamma'_i s$ 与 $\hbar^{-i}$ 具有相同的量纲.为了使这些正比例常数无量纲,考虑如下量纲,取 $G = c = k_B = 1$. Planck 常数($\hbar$)与 Planck 长度(l_P)具有相同的阶次[49].这样对于黑洞只存在长度参数 r_H,可以将方程(13)写为

$$S(r,t) = S_0(r,t)\Big[1 + \sum_i \beta_i \frac{\hbar^i}{r_H^i}\Big], \tag{17}$$

其中 $\beta'_i s$ 是无量纲参数.

为了得到 $S(r,t)$ 的解,因此只需求解满足方程(15)的 $S_0(r,t)$ 的解.事实上由 $S_0(r,t)$ 决定的标准的 Hamilton-Jacobi 解仅由一前因子修正以得到 $S(r,t)$ 的完全解.既然度规(1)式是稳态的,它存在 Killing 矢量.这样方程(15)的解为

$$S_0 = \varepsilon t + \tilde{S}_0(r), \tag{18}$$

其中 ε 粒子能量.将其代入(15)式并积分得到

$$\tilde{S}_0(r,t) = \pm \varepsilon \int_0^r \frac{\mathrm{d}r}{A(r)}, \tag{19}$$

其中积分极限已选定为粒子通过视界面 $r = r_H$. 其中积分前的 +(−)符号表明粒子射入(射出).将(17)式和(18)式代入(16)式得

$$S(r,t) = \Big(1 + \sum_i \beta_i \frac{\hbar^i}{r_H^i}\Big)\Big[\varepsilon t \pm \varepsilon \int_0^r \frac{\mathrm{d}r}{A(r)}\Big]. \tag{20}$$

因此时空(1)式中 Klein-Gordon 方程的入射和出射解由(11)和(19)式给出

$$\phi_{\text{in}} = \exp\Big[-\frac{i}{\hbar}\Big(1 + \sum_i \beta_i \frac{\hbar^i}{r_H^i}\Big)\Big]\Big[\varepsilon t + \varepsilon \int_0^r \frac{\mathrm{d}r}{A(r)}\Big], \tag{21}$$

和

$$\phi_{\text{out}} = \exp\Big[-\frac{i}{\hbar}\Big(1 + \sum_i \beta_i \frac{\hbar^i}{r_H^i}\Big)\Big]\Big[\varepsilon t - \varepsilon \int_0^r \frac{\mathrm{d}r}{A(r)}\Big], \tag{22}$$

在隧穿公式中入射粒子通过视界面进入黑洞,经典地等效为出射粒子隧穿通过视界面而进入外部区域.对出射粒子的路径被经典禁止的.这种精确区分是因为在 $r - t$ 部分对于出射粒子的隧穿度规系数将变号.发生隧穿时路径具有虚时坐标($\mathrm{Im}t$).这样,粒子入射和出射概率分别为

$$\begin{aligned} P_{\text{in}} &= |\phi_{\text{in}}|^2 \\ &= \exp\Big[\frac{2}{\hbar}\Big(1 + \sum_i \beta_i \frac{\hbar^i}{r_H^i}\Big)\Big] \\ &\quad \times \Big[\varepsilon \mathrm{Im}t + \varepsilon \mathrm{Im}\int_0^r \frac{\mathrm{d}r}{A(r)}\Big], \end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned} P_{\text{out}} &= |\phi_{\text{out}}|^2 \\ &= \exp\Big[\frac{2}{\hbar}\Big(1 + \sum_i \beta_i \frac{\hbar^i}{r_H^i}\Big)\Big] \\ &\quad \times \Big[\varepsilon \mathrm{Im}t - \varepsilon \mathrm{Im}\int_0^r \frac{\mathrm{d}r}{A(r)}\Big]. \end{aligned} \tag{24}$$

在经典极限($\hbar \to 0$)中入射概率 P_{in} 为 1, 经典极限里必须归一,即全部被吸收不存在反射,而不是零或无穷[50].这样,在经典极限中,由方程(22)有

$$\mathrm{Im}t = -\mathrm{Im}\int_0^r \frac{\mathrm{d}r}{A(r)}. \tag{25}$$

这样粒子的出射概率为

$$P_{\text{out}} = \exp\Big[-\frac{4\varepsilon}{\hbar}\Big(1 + \sum_i \beta_i \frac{\hbar^i}{r_H^i}\Big)\Big]\mathrm{Im}\int_0^r \frac{\mathrm{d}r}{A(r)}, \tag{26}$$

运用精细平衡原理[44]

$$P_{\text{out}} = \exp\Big(-\frac{\varepsilon}{T_h} P_{\text{in}}\Big) = \exp\Big(-\frac{\varepsilon}{T_h}\Big), \tag{27}$$

可得黑洞的温度为

$$\begin{aligned} T_h &= \frac{\hbar}{4}\Big[\Big(1 + \sum_i \beta_i \frac{\hbar^i}{r_H^i}\Big)\mathrm{Im}\int_0^r \frac{\mathrm{d}r}{A(r)}\Big]^{-1} \\ &= T_H\Big(1 + \sum_i \beta_i \frac{\hbar^i}{r_H^i}\Big)^{-1}, \end{aligned} \tag{28}$$

其中

$$T_H = \frac{\hbar}{4}\Big[\mathrm{Im}\int_0^r \frac{\mathrm{d}r}{A(r)}\Big]^{-1}. \tag{29}$$

(29)式是标准的半经典 Hawking 温度而其余项为归于量子效应修正部分.

选取方程(28)中 β_i 的不同系数,通过逆反应效应[51,52]或考虑迹异常[37]可得对应于黑洞的表面引力修正.现在根据单一无量纲参数 α 选取无量纲参数 β_i

$$\beta_i = \alpha^i, \tag{30}$$

则方程(28)的表达式可简化为

$$\begin{aligned} 1 + \sum_i \beta_i \frac{\hbar^i}{r_H^i} &= 1 + \Big(\frac{\alpha\hbar}{r_H} + \frac{\alpha^2\hbar^2}{r_H^2} + \frac{\alpha^3\hbar^3}{r_H^3} + \cdots\Big) \\ &= \Big(1 - \frac{\alpha\hbar}{r_H}\Big)^{-1}. \end{aligned} \tag{31}$$

那么可将方程(27)写为

$$T_h = T_H\Big(1 - \frac{\alpha\hbar}{r_H}\Big), \tag{32}$$

在接下来的部分考虑度规(1)式以求得从(28)式来计算半经典的 Hawking 温度和 Bekenstein-Hawking 熵.

4. Hawking 温度和 Bekenstein-Hawking 熵的计算

既然度规(1)式是球对称用(9)式来计算半经典的 Hawking 温度. 可得

$$T_{\mathrm{H}} = \frac{\hbar A'(r_{\mathrm{H}})}{4\pi} = \frac{\hbar}{4\pi}\frac{r_{\mathrm{H}}^{3w+1} + 3wr_0^{3w+1}}{r_{\mathrm{H}}^{3w+2}}. \quad (33)$$

由(30)式由于量子效应修正后的 Hawking 温度为

$$\begin{aligned} T_{\mathrm{h}} &= T_{\mathrm{H}}\left(1 - \frac{\alpha\hbar}{r_{\mathrm{H}}}\right) \\ &= \frac{\hbar(r_{\mathrm{H}}^{3w+1} + 3wr_0^{3w+1})}{4\pi r_{\mathrm{H}}^{3w+2}}\left(1 - \frac{\alpha\hbar}{r_{\mathrm{H}}}\right), \end{aligned} \quad (34)$$

这就重新得到修正的 Hawking 温度.

半经典的 Bekenstein-Hawking 面积定理[53]由下式给出

$$S_{\mathrm{BH}} = \frac{A}{4\hbar}, \quad (35)$$

其中 A 为视界面积. 这是考虑量子效应的另一种方法. 在这里运用前面已推导出的包围有暗能量黑洞的修正温度, 并结合热力学第二定律可得 Bekenstein-Hawking 面积定理的修正. 黑洞热力学的这一定律表明, 由黑洞质量的变量、角动量的变量和电量的变量与其熵的变量之间的关系得到能量守恒

$$\mathrm{d}M = T_{\mathrm{h}}\mathrm{d}S_{BH} + \Phi\mathrm{d}Q + \Omega\mathrm{d}J, \quad (36)$$

其中角矢量 Ω 和静电势 $\Phi = \frac{\partial M}{\partial Q}$ 对任一稳态黑洞的事件视界均为常数. 从这一守恒定律得熵为

$$S_{\mathrm{BH}} = \int \frac{1}{T_{\mathrm{h}}}(\mathrm{d}M - \Phi\mathrm{d}Q - \Omega\mathrm{d}J). \quad (37)$$

对于度规(1)没有电荷和自旋, 因此方程(32)简化为

$$S_{\mathrm{BH}} = \int \frac{\mathrm{d}M}{T_{\mathrm{h}}}. \quad (38)$$

将(20)式的温度代入方程(36)得

$$S_{\mathrm{BH}} = \frac{\pi r_{\mathrm{H}}^2}{\hbar} + 8\pi\beta_1\ln r_{\mathrm{H}} - \frac{16\pi\hbar\beta_2}{r_{\mathrm{H}}^2} + 0(\hbar^3). \quad (39)$$

事件视界的面积为

$$A = 4\pi r_{\mathrm{H}}^2, \quad (40)$$

因此

$$S_{\mathrm{BH}} = \frac{A}{4\hbar} + 4\pi\beta_1\ln A + \frac{64\pi^2\hbar\beta_2}{A} + 0(\hbar^3). \quad (41)$$

第一项为通常的半经典面积定律(34)式, 其余的项为量子修正. 消去 A 可得根据 S_{BH} 的量子修正的表达式

$$S_{\mathrm{BH}} = S_{\mathrm{BH}} + 4\pi\beta_1\ln S_{\mathrm{BH}} + \frac{16\pi^2\hbar\beta_2}{S_{\mathrm{BH}}} + 0(\hbar^3). \quad (42)$$

方程(41)的右边为通常的半经典 Bekenstein-Hawking 熵, 而其余项为由量子效应引起的修正. 修正的主体为 A 或 S_{BH} 的对数这在文献[39]中通过量子几何方法已得到, 其中 $\beta_1 = -\frac{1}{8\pi}$, 更高阶的修正含有 A 或 S_{BH} 的幂级数的倒数.

5. 结　　论

借助源的隧穿辐射思想利用 Hamilton-Jacobi 方法得到了半经典的温度表达式. 运用非半经典近似方法计算了包括所有高阶修正的粒子作用量. 从该作用量出发, 得到了包围有暗能量黑洞的修正 Hawking 温度和 Bekenstein-Hawking 熵. 而修正的主体与已有结果相符, 对于其他黑洞的包含高阶的修正在以后的工作中将进一步去研究.

[1] Hawking S W 1975 *Commun. Math. Phys.* **43** 199

[2] Hartle J B, Hawking S W 1976 *Phys. Rev.* D **13** 2188

[3] Gibbons G W, Hawking S W 1977 *Phys. Rev.* D **15** 2732

[4] Christensen S M, Fulling S A 1977 *Phys. Rev.* D **15** 2088

[5] Zhao Z 1981 *Acta Phys. Sin.* **30** 158 (in Chinese) [赵　峥 1981 物理学报 **30** 158]

[6] Yang B, Zhao Z 1994 *Acta Phys. Sin.* **43** 858 (in Chinese) [杨　波、赵　峥 1994 物理学报 **43** 858]

[7] Parikh M K, Wilczek F 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 5042

[8] Vagenas E C 2003 *Phys. Lett.* B **559** 65

[9] Setare M R, Vagenas E C 2004 *Phys. Lett.* B **584** 127

[10] Medved A J 2002 *Class. Quant. Grav.* **19** 589

[11] Medved A J 2002 *Phys. Rev.* D **66** 124009

[12] Parikh M K 2004 *Gen. Rel. Grav.* **36** 2419

[13] Parikh M K 2004 *Int. J. Mod. Phys.* D **13** 2351

[14] Medved A J, Vagenas E C 2005 *Mod. Phys. Lett.* A **20** 2449

[15] Arzano M, Medved A J, Vagenas E C 2005 *J. High Energ. Phys.* **09** 037
[16] Setare M R, Vagenas E C 2005 *Mod. Phys. Lett.* A **20** 1723
[17] Kerner R, Mann R B 2006 *Phys. Rev.* D **73** 104010
[18] Zhang J Y, Zhao Z 2005 *Phys. Lett.* B **618** 14
[19] Han Y W 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5018 (in Chinese)[韩亦文 2005 物理学报 **54** 5018]
[20] Hu Y P, Zhang J Y, Zhao Z 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 0683 (in Chinese)[胡亚鹏、张靖仪、赵 峥 2007 物理学报 **56** 0683]
[21] Jing Q Q, Wu S Q, Cai X 2007 *Phys. Rev.* D **75** 064029
[22] Kerner R, Mann R B 2007 *Phys. Rev.* D **75** 084022
[23] Li R, Ren J R 2008 *Phys. Lett.* B **661** 370
[24] Peng J J, Wu S Q 2008 *Phys. Lett.* B **661** 300
[25] Kerner R, Mann R B 2008 *Phys. Lett.* B **665** 277
[26] Das S, Majumdar P, Bhaduri R K 2002 *Class. Quantum Grav.* **20** 2355
[27] Jing Q Q 2008 *Phys. Lett.* B **666** 517
[28] Ma Z Z 2008 *Phys. Lett.* B **666** 376
[29] Zhang B, Cai Q Y, Zhan M S 2008 *Phys. Lett.* B **665** 260
[30] He X K, Liu W B 2007 *Phys. Lett.* B **653** 330
[31] Zhou S W, Liu W B 2008 *Phys. Rev.* D **77** 104021
[32] Zhang J Y 2008 *Phys. Lett.* B **668** 353
[33] Zhang J Y, Fan J H 2007 *Chin. Phys.* **16** 3879
[34] Zhang J Y, Zhao Z 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2096 (in Chinese)[张靖仪、赵 峥 2003 物理学报 **52** 2096]
[35] Liu W B 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6164 (in Chinese)[刘文彪 2007 物理学报 **56** 6164]
[36] Gong T X, Wang Y J 2009 *Commun. Theor. Phys.* **52** 974
[37] Fursaev D V 1995 *Phys. Rev.* D **51** R5352
[38] Mann R B, Solodukhin S N 1998 *Nucl. Phys.* B **523** 293
[39] Kaul R K, Majumdar P 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 5255
[40] Govindarajan T R, Kaul R K, Suneeta V 2001 *Class. Quantum Grav.* **18** 2877
[41] More S S 2005 *Class. Quantum Grav.* **22** 4129
[42] Mukherji S, Pal S S 2002 *J. High Energ. Phys.* **0205** 026
[43] Ghosh A, Mitra P 2005 *Phys. Lett.* B **616** 114
[44] Page D N 2005 *New J. Phys.* **7** 203
[45] Banerjee R, Majhi B R 2008 *J. High Energ. Phys.* **0806** 095
[46] Wang Y J 2008 *Classical Black Hole and Quantum Black Hole* (Beijing: Science Press) pp256 (in Chinese)[王永久 2008 经典黑洞和量子黑洞(北京:科学出版社)第256页]
[47] Chen J H, Wang Y J 2008 *Commun. Theor. Phys.* **50** 101
[48] Srinivasan K, Padmanabhan T 1999 *Phys. Rev.* D **60** 024007
[49] Modak S K 2009 *Phys. Lett.* B **671** 167
[50] Mitra P 2007 *Phys. Lett.* B **648** 240
[51] York Jr J W 1985 *Phys. Rev.* D **31** 775
[52] Lousto C O, Sanchez N 1988 *Phys. Lett.* B **212** 411
[53] Bardeen J M, Carter B, Hawking S W 1973 *Commun. Theor. Phys.* **31** 161

Corrections to Hawking radiation from the black hole surrounded by quintessence*

Gong Tian-Xi[1)2)] Wang Yong-Jiu[1)†]
1)(*Institute of Physics, Hunan Normal University, Changsha 410081, China*)
2)(*School of Physics, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China*)

(Received 26 November 2009; revised manuscript received 21 December 2009)

Abstract

In this paper, using the Hamilton-Jacobi method beyond semiclassical approximation in black hole physics which was developed by Banerjee and Majhi, we compute the temperature and entropy of the black hole surrounded by quintessence and obtain the corrected temperature and entropy. In the corrected entropy, the area law involves logarithmic area correction together with the standard inverse power of area term.

Keywords: Hawking radiation, quintessence, black hole
PACC: 0420, 9760L

---

* Project supported by the National Basic Research Programe of China (Grant No. 2010CB832803), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10873004) and the Scientific Research Fund of Hunan Provincial Education Department, China (Grant No. 09C392).

† Corresponding author. E-mail: wyj@hunnu.edu.cn