

# 基于空间基函数客观拟合的副高突变 与多态机理分析\*

洪梅<sup>1)2)†</sup> 张韧<sup>1)2)</sup> 何金海<sup>3)</sup> 薛峰<sup>2)</sup> 葛晶晶<sup>1)</sup>

1) (解放军理工大学气象学院海洋与空间环境系, 南京 211101)

2) (中国科学院大气物理研究所, 大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室, 北京 100029)

3) (南京信息工程大学大气科学学院大气科学系, 南京 210044)

(2009 年 6 月 27 日收到; 2010 年 4 月 21 日收到修改稿)

为分析研究副热带高压异常活动的动力学机理, 基于热力强迫和涡动耗散效应的大气偏微涡度方程, 采用 Galerkin 方法进行方程的时-空变量分离, 针对常规方法在空间基函数选择中存在的不足和欠缺, 提出了从实际资料场序列中用经验正交函数(EOF)分解与遗传算法结合客观反演空间基函数的研究思想. 通过对副热带高压位势场逐日时间序列的 EOF 分解, 选择累积方差贡献超过 90% 的前 3 个主要空间典型场作为拟合对象, 随后选择一组三角函数簇作为广义空间基函数, 以该基函数与 EOF 典型场的误差最小二乘和基函数间的完备正交性构造双约束泛函, 再引入遗传算法进行空间基函数曲面拟合和系数优化, 反演得到客观合理的副热带高压常微动力模型. 进一步通过历史感热场资料的 EOF 分解和反演, 建立了一个客观考虑了热力因子分布的副热带高压常微动力学模型. 最后, 基于获得的非线性动力学模型, 对热力强迫作用下的副热带高压的复杂动力学行为和突变机理进行了分析和讨论, 得到了一些新的见解. 如东亚副热带地区东-西向感热强度和结构分布以及东-西向热力差异, 可能是导致副高流场和位势场出现多元复杂形态(包括副高双脊线现象)的诱因; 太阳辐射感热效应和东亚大陆东-西向感热结构与热力差异的不同组合的共同作用, 则可能是导致副高增强和西伸、北跳等突变的重要因素.

**关键词:** 基函数拟合, 遗传算法, 涡度方程, 副热带高压

**PACC:** 0545, 0570C, 9160F, 9330P

## 1. 引 言

西太平洋副热带高压(简称副高)是影响东亚气候的主要系统, 它的强弱变化和进退活动与该地区夏季降水丰欠和天气炎凉关系十分密切, 历史上东亚地区出现的洪涝灾害和高温干旱很大程度上与副热带高压活动的异常密不可分. 柳崇键和陶诗言<sup>[1]</sup>用月尖突变模式探讨了不同类型的太阳辐射加热与副高突变的对应关系, 提出了副高北跳的一种可能的机制. 董步文等<sup>[2]</sup>和缪锦海等<sup>[3]</sup>用非线性强迫耗散正压高截谱模式模拟了西太平洋副高的季节性北跳, 指出在适当的纬向海陆热力差异和不同的经向热力强迫作用下, 可分别形成副高的一次和两次北跳. 张韧等<sup>[4]</sup>也用高截谱方法研究论

证了太阳季节性加热是副高的缓变因子, 纬向海陆热力差异是副高突变因子. 上述研究表明, 副高的季节性转换, 特别是副高的突变与异常进退, 是一个物理机理极为复杂的过程.

然而, 动力学研究中通常所采用的 Galerkin 高截谱方法对基函数的选择大多较为简单和理想(如选取经、纬向 2—3 波来表示实际的位势场和热力场空间分布), 所取的空间基函数与实际副热带高压位势场结构相差甚远, 因此制约了对副高动力学性质更细致、深入的分析. 曹杰等<sup>[5]</sup>在空间基函数优选方面作了积极的研究探索, 但基函数的进一步合理优化仍有待完善. 因此, 对副高活动, 特别是副高异常活动的动力学行为作进一步的深入研究, 必须改进和完善空间基函数的选择, 使其更逼近实际、更具针对性. 针对如何客观、合理、有效地将实际的

\* 中国科学院大气物理研究所“联合创新青年学者计划”(批准号: IAP09305)和国家自然科学基金(批准号: 41075045)资助的课题.

† E-mail: flowerainhm@126.com

要素场空间结构信息融入动力模型空间基函数之中,进而获取逼近实际的副高非线性动力系统的问題,本文提出用经验正交函数分解(EOF)和遗传算法,从实际位势场时间序列中反演大气涡度偏微方程空间基函数,进而获取副高动力模型的研究思想,并在此基础之上,分析讨论不同类型的热力强迫作用对副热带高压活动形态和副高异常突变的影响制约和动力机理.

## 2. 大气涡度方程

描述副热带高压等大气大尺度基本运动,可采用强迫耗散的非线性正压涡度方程:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla^2\psi) + \mathbf{J}(\psi, \nabla^2\psi) + \beta \frac{\partial\psi}{\partial x} = -Q + k\nabla^4\psi, \quad (1)$$

式中 $\psi$ 为流函数, $\mathbf{J}(\psi, \nabla^2\psi)$ 为Jacobian行列式, $\beta$ 是地转参数径向梯度, $Q$ 是外强迫源,这里是非绝热加热作用产生的涡源(汇).由于大气大尺度运动较为严格地遵守“地转”原则,故大气位势场和风场满足如下关系<sup>[6]</sup>: $\varphi = f\psi$ ,  $u = -\frac{\partial\psi}{\partial y}$ ,  $v = \frac{\partial\psi}{\partial x}$ ,  $\varphi, u, v$ 分别为大气的位势和纬向、经向风, $k$ 为涡动扩散系数, $f = 2\cdot\Omega\cdot\sin(\phi)$ 为地转参数, $\phi$ 为纬度, $\Omega$ 为地球自转参数.

因此,(1)式涡度方程可用于描述大尺度的副热带高压位势场结构及其变异,以及对应的大气流场的分布和变化.对(1)式进行无量纲化处理<sup>[6]</sup>,得到如下无量纲的涡度方程:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla^2\psi) + \mathbf{J}(\psi, \nabla^2\psi) + \bar{\beta} \frac{\partial\psi}{\partial x} = -\bar{Q} + \bar{k}\nabla^4\psi, \quad (2)$$

式中, $\bar{\beta} = \frac{\beta_0 L_0}{f_0}$ ,  $\bar{Q} = \frac{Q_0}{f_0^2}$ ,  $\bar{k} = \frac{k}{L_0^2 f_0}$ ,  $f_0, \beta_0, L_0, Q_0$ 分别为地转参数、地转参数经向梯度、水平尺度以及热力强迫参数的特征值.

边界条件:以 $y = \frac{\pi}{2}$ 和 $y = \pi$ 为固壁条件,即 $v =$

$$\left. \frac{\partial\psi}{\partial x} \right|_{y=\frac{\pi}{2}, y=\pi} = 0.$$

$x$ 方向以 $\frac{\pi}{2}$ 为周期取周期变化,取太平洋副高

研究区域为 $D = \left\{ x: 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, y: \frac{\pi}{2} \leq y \leq \pi \right\}$ .

用Galerkin方法对上述偏微涡度方程作时-空

分离,以获取描述副高变化的常微动力系统模型,分别将 $\psi$ 和 $Q$ 展开为

$$\psi(x, y, t) = \psi_1(t)f_1(x, y) + \psi_2(t)f_2(x, y) + \psi_3(t)f_3(x, y), \quad (3)$$

$$Q = Q'_1(t) \cdot f'_1(x, y) + Q'_2(t) \times f'_2(x, y), \quad (4)$$

其中, $f_1, f_2, f_3$ 为流函数 $\psi$ 满足的完备正交的空间基函数, $f'_1, f'_2$ 为描述热力场 $Q$ 的空间结构分布函数(该函数将从实际感热场资料中提取), $\psi_1(t), \psi_2(t)$ 和 $\psi_3(t)$ 是 $\psi(x, y, t)$ 经过时-空分解后的时间序列的第一项、第二项和第三项,同样 $Q'_1(t)$ 和 $Q'_2(t)$ 是 $Q$ 经时-空分解后的时间序列第一项和第二项.

常规动力学分析研究中,对上述基函数的选取,多采用较为简单的经、纬向2—3波的三角函数来模拟实际的大气环流和位势场结构,其空间基函数与实际天气系统的结构相差较大,建立的天气模型难以客观、准确地描述天气系统的结构特性和活动变异.为此,本文提出从实际观测资料中反演空间基函数的研究思想,对10年平均的副高位势场再分析资料序列进行EOF分解,从中提取出副高空间结构的主要模态,以此作为副高动力系统空间基函数客观优选的拟合反演目标.随后以误差最小二乘和完备正交性构造双约束泛函,采用遗传算法对空间基函数系数进行全局寻优,以获取能够准确逼近实际天气的空间基函数和客观合理的副高非线性常微动力模型.

## 3. 空间基函数反演

为了描述副热带高压夏季活动的基本特征和对热力强迫的动力学响应,选用美国环境预报中心(NCEP)和大气研究中心(NCAR)提供的1997—2006年夏季(5月1日—8月31日)10年平均的逐日500 hPa位势场时间序列(空间范围:0°—90°N, 90°E—180°E),用以反演副高动力模型的空间基函数.

### 3.1. 经验正交函数分解

EOF是地球科学中广泛应用的场分析方法<sup>[7]</sup>.它对实际数据场序列作时-空正交分解,将时空要素场转化为若干空间基本模态和相应的时间系数序列的线性组合,进而得以客观定量地分析要素场空间结构和时变特征.

设某一要素场有 $n$ 个测点,进行了 $m$ 次观测

( $m > n$ ), 为消除季节变化的影响, 一般需把要素场转化成距平场进行分析. 将  $n$  个测点  $m$  次距平观测值排列成矩阵  $\mathbf{X}$ ,

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1j} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2j} & \cdots & x_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{i1} & x_{i2} & \cdots & x_{ij} & \cdots & x_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mj} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

EOF 展开, 即将时空要素场序列分解成彼此正交的时间和空间函数的乘积之和:

$$\hat{x}_{ij} = \sum_{n=1}^N t_{ni} l_{nj} \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n) \quad (6)$$

式中  $l_{nj}$  表示序号为  $n$  的空间典型场在第  $j$  个点的值, 它只依赖于空间点变化, 不随时间变化, 称为空间函数;  $t_{ni}$  表示序号为  $n$  的空间典型场在第  $i$  个时刻的权重系数, 只随时间变化, 称为时间函数 (或时间权重系数). (5) 式资料阵可写成:  $\mathbf{X}_{m \times n} = \mathbf{T}_{m \times m} \mathbf{L}_{m \times n}$ , 其中

$$\mathbf{T}_{m \times m} = \begin{pmatrix} t_{11} & \cdots & t_{1m} \\ t_{m1} & \cdots & t_{mm} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{L}_{m \times n} = \begin{pmatrix} l_{11} & \cdots & l_{1n} \\ l_{m1} & \cdots & l_{mn} \end{pmatrix}.$$

通常把空间函数  $l_{nj}$  视为典型场, 时间函数  $t_{ni}$  视为典型场的权重系数. 因此观测要素场时间序列可转化为空间典型场与时间权重系数的线性叠加, 各场之间的差别主要表现在时间权重系数的不同.

基于 EOF 分解算法途径, 首先用 EOF 分解方法对上述位势场资料场序列进行时、空分解. 其中前 3 个空间典型场累积方差贡献达 92.946%, 基本上可表现该位势场主要的空间结构特征, 第三个之后的空间典型场所占总方差贡献低于 8%, 主要是对前 3 个空间场结构细节上的补充. 因此, 上述位势场分解的前 3 个空间典型场结构基本上能较好地表现副高等大尺度天气系统的基本特征. 为此, 我们将其作为构造副高动力模型的空间基函数目标, 通过构建误差最小二乘和完备正交约束泛函, 用遗传算法和曲面拟合方法, 从 EOF 分解前 3 个典型空间中提取反演逼近实际天气的空间基函数.

### 3.2. 空间基函数的拟合反演

以 EOF 分解前 3 个空间典型场  $F_i$  为目标, 构

建如下三角函数族作为广义空间基函数,

$$f_1 = a_1 \sin a_2 x + a_3 \cos a_4 x + a_5 \sin a_6 y + a_7 \cos a_8 y,$$

$$f_2 = b_1 \sin b_2 x + b_3 \cos b_4 x + b_5 \sin b_6 y + b_7 \cos b_8 y,$$

$$f_3 = c_1 \sin c_2 x + c_3 \cos c_4 x + c_5 \sin c_6 y + c_7 \cos c_8 y, \quad (7)$$

以上广义基函数的反演可归结为, 在满足误差极小和完备正交两个约束条件下的三角函数系数  $[a_1, a_2, \dots, a_8; b_1, b_2, \dots, b_8; c_1, c_2, \dots, c_8]$  的优化. 为此, 构造如下约束泛函:

1) 基函数计算值  $f_i$  与对应 EOF 典型场  $F_i$  的误差最小二乘累积  $S = \sum_{i=1}^3 (F_i - f_i)^2$  最小;

2) 基函数之间必须满足完备正交性:  $\iint_D f_i \cdot f_i = 1; \iint_D f_i \cdot f_j = 0, i \neq j$ , 其中  $D$  为模型积分区间,  $i, j = 1, 2, 3$ .

为避免常规参数优化方法 (如爬山法、最速梯度下降法) 易陷入局部最优, 及对初始解的敏感性和依赖性问题, 我们采用遗传算法进行基函数的参数优化. 遗传算法是近年得到广泛应用的一种全局优化算法, 其特点在于全局搜索和并行计算, 具有很好的参数优化能力和误差收敛速度<sup>[8]</sup>.

以上述误差最小二乘和完备正交性作为约束条件, 用遗传算法在参数空间中作最优参数搜索.

设参数种群为  $\mathbf{P}$ , 取误差最小二乘  $S = \sum_{i=1}^3 (F_i - f_i)^2$  为适应度函数, 同时满足完备正交性条件  $\iint_D f_i \cdot f_i = 1, \iint_D f_i \cdot f_j = 0$ , 否则跳出进化过程继续选择. 遗传参数优化的具体操作步骤如下:

采用标准遗传算法的编码、种群生成和交叉以及变异等进化策略, 取终止条件为最优目标函数值  $L \leq \varepsilon$  ( $\varepsilon = 0.2\%$ ), 具体计算方案和算法流程可参考遗传算法相关文献, 不再赘述. 通过遗传操作和计算迭代, 反演得到满足误差最小二乘极小和完备正交条件的空间基函数:

$$f_1 = -0.073052 \sin 4x - 0.015616 \cos 4x$$

$$- 0.75358 \sin 4y - 0.50221 \cos 4y,$$

$$f_2 = -0.12926 \sin 3x + 0.16007 \cos 3x$$

$$+ 0.26284 \sin 3y + 0.93547 \cos 3y,$$

$$f_3 = 1.1938 \sin x - 0.87599 \cos x + 0.040386 \sin y$$

$$+ 0.35564 \cos y. \quad (8)$$

比较分析表明, 反演结果与实际位势场的空间结构特征非常接近, 基本反映了副高位势场的空间

分布和背景特性. 其中 EOF 第 1 空间场与反演所得第 1 个空间基函数场的相关系数达到 0.9254, 第 2 空间场与反演所得第 2 个空间基函数的相关系数达到 0.9041, 第 3 空间典型场与反演所得第 3 个空间基函数的相关系数达到 0.8963.

将以上从实际资料中反演所得的空间基函数

代入流函数  $\psi$ , 并结合热力强迫项  $Q$  的谱展开式, 带入(2)式进行 Galerkin 分解变换, 并对涡度方程分别乘以  $f_1, f_2, f_3$ , 然后沿研究区域  $\Omega$ :  $[x \in (0, \frac{\pi}{2}); y \in (\frac{\pi}{2}, \pi)]$ ; 积分, 可将偏微涡度方程转化为如下的常微方程组:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_1(t)}{dt} &= 2.0423\psi_2\psi_3 + 0.3496 \times 10^{-2}\beta\psi_2 - 0.3963 \times 10^{-3}\beta\psi_3 + \bar{Q} \iint_{\Omega} (Q'_1 \cdot f'_1 + Q'_2 \cdot f'_2) \cdot f_1 dx dy \\ &\quad - 16\bar{k}\psi_1, \\ \frac{d\psi_2(t)}{dt} &= 0.07398\psi_1\psi_2 - 7.9805\psi_1\psi_3 - 0.8232\psi_2\psi_3 - 0.6132 \times 10^{-2}\beta\psi_1 - 0.2145 \times 10^{-2}\beta\psi_2 \\ &\quad + 0.06616\beta\psi_3 + \bar{Q} \iint_{\Omega} (Q'_1 \cdot f'_1 + Q'_2 \cdot f'_2) \cdot f_2 dx dy - 9\bar{k}\psi_2, \\ \frac{d\psi_3(t)}{dt} &= 0.16527\psi_1\psi_2 - 4.4516\psi_1\psi_3 - 8.1721\psi_2\psi_3 - 0.04443\beta\psi_1 + 0.7037\beta\psi_2 - 0.1359\beta\psi_3 \\ &\quad + \bar{Q} \iint_{\Omega} (Q'_1 \cdot f'_1 + Q'_2 \cdot f'_2) \cdot f_3 dx dy - \bar{k}\psi_3. \end{aligned} \quad (9)$$

#### 4. 热力强迫作用下副高的动力学方程

热力强迫项  $Q = Q'_1 f'_1(x, y) + Q'_2 f'_2(x, y)$  的  $f'_1$  和  $f'_2$  可反映热力强迫的基本空间结构模态, 为

使理论模型尽量逼近实际情况, 取 1997—2006 年的月平均感热场进行 EOF 分解, 其中前两项的方差累积贡献达到 78%, 基本可以反映感热场的情况. 作适当中值平滑处理, 略去部分细节后得到感热  $Q$  分解的第 1, 2 空间场如图 1 所示.

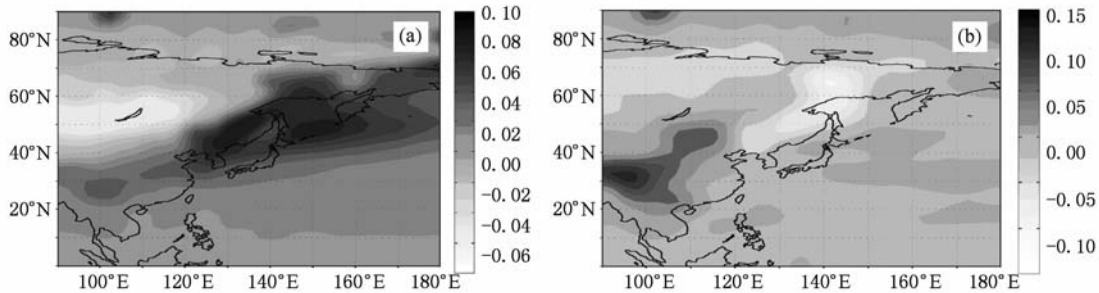


图 1 实际感热场  $Q$  的 EOF 分解前两个空间模态 (a)  $Q$  作 EOF 分解后的第一空间模态, (b)  $Q$  作 EOF 分解后的第二空间模态

参照空间基函数  $f, f_1, f_3$  反演方法途径, 拟合得

到感热场  $Q$  的 EOF 空间结构模态函数:

$$\begin{aligned} f'_1 &= -0.0016896\sin 7x - 0.015118\cos 7x + 0.012731\sin 7y + 0.0014826\cos 7y + 0.013972\sin 8x\sin 8y \\ &\quad + 0.0047948\sin 8x\cos 8y + 0.012245\cos 8x\sin 8y + 0.021103\cos 8x\cos 8y, \\ f'_2 &= 0.0017455\sin 10x + 0.0097167\cos 10x - 0.012423\sin 10y - 0.010672\cos 10y + 0.0081745\sin 11x\sin 11y \\ &\quad + 0.00089551\sin 11x\cos 11y + 0.009311\cos 11x\cos 11y. \end{aligned} \quad (10)$$

反演所得的  $f'_1, f'_2$  函数如图 2 所示, 它与图 1 对应的感热第 1, 2 模态的拟合率分别达到 81% 和 79% .

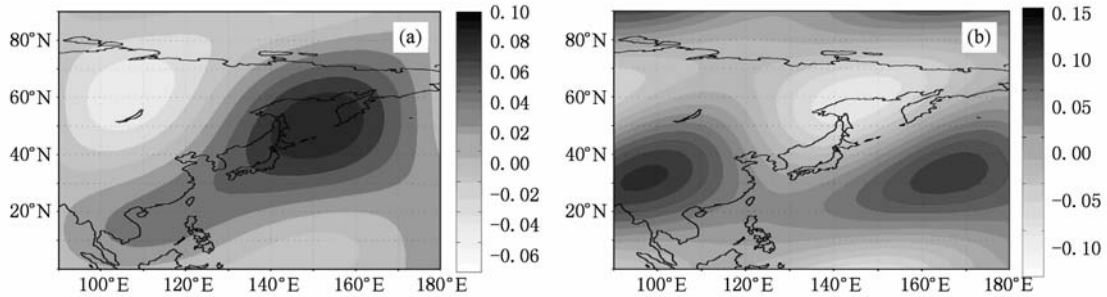


图 2 反演感热场  $Q$  的 EOF 分解前两个空间模态 (a) 感热场反演的第一空间模态, (b) 感热场反演的第二空间模态

图中可以看出,  $Q'_1$  和  $Q'_2$  有较清楚的物理意义:  $Q'_1 > 0$  ( $< 0$ ), 表明东亚沿岸 (包括日本、韩国) 有正 (负) 感热, 东亚大陆为负 (正) 感热, 为东暖西冷型 (东冷西暖型);  $Q'_2 > 0$  ( $< 0$ ), 表明东亚沿岸 (含日本、韩国) 有弱负感热 (正感热), 中南半岛为

弱正感热 (负感热), 为南暖北冷型 (南冷北暖型) .

将反演所得的  $f'_1, f'_2$  代入 (9) 式进行积分, 可得到如下考虑了感热场空间结构信息的动力学方程. 根据该客观反演确定的动力学方程, 可对热力作用下副高活动和形态变异进行动力机理分析讨论.

$$\begin{aligned}
 \frac{d\psi_1(t)}{dt} &= 2.0423\psi_2\psi_3 + 0.3496 \times 10^{-2}\beta\psi_2 - 0.3963 \times 10^{-3}\beta\psi_3 + 0.0625(-0.4296 \times 10^{-2}Q'_1 \\
 &\quad - 0.1072 \times 10^{-2}Q'_2) - 16\bar{k}\psi_1, \\
 \frac{d\psi_2(t)}{dt} &= 0.07398\psi_1\psi_2 - 7.9805\psi_1\psi_3 - 0.8232\psi_2\psi_3 - 0.6132 \times 10^{-2}\beta\psi_1 - 0.2145 \times 10^{-2}\beta\psi_2 \\
 &\quad + 0.06616\beta\psi_3 + 0.1111(-0.1097 \times 10^{-2}Q'_1 - 0.3004 \times 10^{-2}Q'_2) - 9\bar{k}\psi_2, \\
 \frac{d\psi_3(t)}{dt} &= 0.16527\psi_1\psi_2 - 4.4516\psi_1\psi_3 - 8.1721\psi_2\psi_3 - 0.04443\beta\psi_1 + 0.7037\beta\psi_2 - 0.1359\beta\psi_3 \\
 &\quad + (0.3983 \times 10^{-2}Q'_1 - 0.3080 \times 10^{-3}Q'_2) - \bar{k}\psi_3. \tag{11}
 \end{aligned}$$

### 5. 平衡态与分岔、突变

对于副高等大尺度天气系统, 当它们处于相对

稳定的准定常状态时, 其动力模式中的时间变化项为小值, 这时 (11) 式左边项可视为零, 由此可得到描述副高形态和活动处于准定常情况下的平衡态方程组:

$$\begin{aligned}
 &2.0423\psi_2\psi_3 + 0.3496 \times 10^{-2}\beta\psi_2 - 0.3963 \times 10^{-3}\beta\psi_3 + 0.0625(-0.4296 \times 10^{-2}Q'_1 - 0.1072 \\
 &\quad \times 10^{-2}Q'_2) - 16\bar{k}\psi_1 = 0, \\
 &0.07398\psi_1\psi_2 - 7.9805\psi_1\psi_3 - 0.8232\psi_2\psi_3 - 0.6132 \times 10^{-2}\beta\psi_1 - 0.2145 \times 10^{-2}\beta\psi_2 + 0.06616\beta\psi_3 \\
 &\quad + 0.1111(-0.1097 \times 10^{-2}Q'_1 - 0.3004 \times 10^{-2}Q'_2) - 9\bar{k}\psi_2 = 0, \\
 &0.16527\psi_1\psi_2 - 4.4516\psi_1\psi_3 - 8.1721\psi_2\psi_3 - 0.04443\beta\psi_1 + 0.7037\beta\psi_2 - 0.1359\beta\psi_3 \\
 &\quad + (0.3983 \times 10^{-2}Q'_1 - 0.3080 \times 10^{-3}Q'_2) - \bar{k}\psi_3 = 0. \tag{12}
 \end{aligned}$$

### 5.1. 平衡态的稳定性分析判断

对一般的动力系统平衡解,可以通过平衡点附近的线性化系统来得到,

$$\frac{dx}{dt} = f(x). \quad (13)$$

设该系统具有平衡位置  $x^*$ , 即满足  $f(x^*) = 0$ . 我们检验其附近轨道的稳定性. 设

$$x(t) = x^* + \xi(t), \quad (14)$$

并设  $|x(t) - x^*| = \xi(t)$  为小量, 将(14)式代入(13)式, 并将(13)式右端展开, 得

$$f(x^* + \xi) = f(x^*) + DF(x^*)\xi + O(\xi^2). \quad (15)$$

由于  $x^*$  为平衡解, 故  $f(x^*) = 0$ , 于是忽略高阶项,  $\frac{d\xi}{dt} = DF(x^*)\xi$ .

其中

$$DF(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

该系统为线性化系统, 其不动点解  $\xi = 0$  的演化多数情况下决定了系统在不动点解  $x^*$  的稳定性. 通解为

$$\xi(t) = \sum_{k=1}^N A_k \mathbf{e} \exp(S_k t). \quad (17)$$

其中初值  $\xi(0) = \sum_{k=1}^N A_k \mathbf{e}$ ,  $S_k$  为  $DF(x^*)$  的  $N$  个特征根, 具体来说, 这个系统的特征方程如下:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} - \lambda & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} - \lambda & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} - \lambda \end{bmatrix} = 0, \quad (18)$$

其中

$$\alpha_{11} = (\partial f_1 / \partial \psi_1)_{\psi_{10}, \psi_{20}, \psi_{30}},$$

$$\alpha_{12} = (\partial f_1 / \partial \psi_2)_{\psi_{10}, \psi_{20}, \psi_{30}},$$

$$\alpha_{13} = (\partial f_1 / \partial \psi_3)_{\psi_{10}, \psi_{20}, \psi_{30}},$$

$$\alpha_{21} = (\partial f_2 / \partial \psi_1)_{\psi_{10}, \psi_{20}, \psi_{30}},$$

$$\alpha_{22} = (\partial f_2 / \partial \psi_2)_{\psi_{10}, \psi_{20}, \psi_{30}},$$

$$\alpha_{23} = (\partial f_2 / \partial \psi_3)_{\psi_{10}, \psi_{20}, \psi_{30}},$$

$$\alpha_{31} = (\partial f_3 / \partial \psi_1)_{\psi_{10}, \psi_{20}, \psi_{30}},$$

$$\alpha_{32} = (\partial f_3 / \partial \psi_2)_{\psi_{10}, \psi_{20}, \psi_{30}},$$

$$\alpha_{33} = (\partial f_3 / \partial \psi_3)_{\psi_{10}, \psi_{20}, \psi_{30}},$$

这个特征根方程转换如下:

$$\begin{aligned} & (\alpha_{11} - \lambda)(\alpha_{22} - \lambda)(\alpha_{33} - \lambda) + \alpha_{13}\alpha_{21}\alpha_{32} \\ & + \alpha_{12}\alpha_{23}\alpha_{31} - \alpha_{13}\alpha_{31}(\alpha_{22} - \lambda) - \alpha_{23}\alpha_{32}(\alpha_{11} - \lambda) \\ & - \alpha_{12}\alpha_{21}(\alpha_{33} - \lambda) = 0. \end{aligned}$$

整理得一个关于  $\lambda$  三阶方程,

$$\begin{aligned} & \lambda^3 - (\alpha_{11} + \alpha_{22} + \alpha_{33})\lambda^2 + (\alpha_{11}\alpha_{22} + \alpha_{11}\alpha_{33} \\ & + \alpha_{22}\alpha_{33} + \alpha_{13}\alpha_{31} + \alpha_{23}\alpha_{32} + \alpha_{12}\alpha_{21})\lambda \\ & - (\alpha_{11}\alpha_{22}\alpha_{33} + \alpha_{13}\alpha_{22}\alpha_{31} + \alpha_{11}\alpha_{23}\alpha_{32} \\ & + \alpha_{12}\alpha_{21}\alpha_{33} - \alpha_{21}\alpha_{32}\alpha_{13} - \alpha_{12}\alpha_{21}\alpha_{33}) = 0. \end{aligned}$$

这样可以求解出此三阶方程的解, 即  $DF(x^*)$  的所有特征根. 此时根据以下 3 个定理来判断此时平衡态是否稳定.

定理 1: 若  $DF(x^*)$  的所有特征根都具有负实部, 则系统的平衡态是渐近稳定的.

定理 2: 若  $DF(x^*)$  至少一个特征根具有正实部, 则系统的平衡态是 Lyapunov 意义下不稳定的.

定理 3: 若  $DF(x^*)$  所有特征根都有零实部, 则系统平衡态的稳定性依赖于高一阶 Taylor 级数项.

定理 3 的情形称为临界情形, 由以上讨论, 可以方便地判断平衡态的稳定性质.

### 5.2. 平衡态随热力参数 $Q'_1, Q'_2$ 的演变

讨论该平衡态系统的平衡点分布和变化, 可大致表现副热带高压的准定常形态和状况随热力强迫的演变. 采用数值求解的方法可求出上述平衡方程组(12)式平衡态随热力参数  $Q'_1, Q'_2$  的演变情况.

1) 当  $Q'_1 = 500$ ,  $Q'_2$  从 1300 增加到 2000 时,  $\psi_1, \psi_2, \psi_3$  随  $Q'_2$  的变化如图 3 所示.

由图 3 可见, 平衡点  $\psi_1$  随  $Q'_2$  值的增大, 在某临界点(图 3 中 A 点)会出现跳跃突变, 从一个稳定的低值平衡态跃升到了一个稳定的高值平衡态, 在某参数区域(图中约 1450—1900)内, 两个平衡态同时存在. 对副高系统而言, 从低位势模态跃升为高位势模态过程, 在天气上可能表现为副高的一次突变或者跳跃.  $\psi_3$  与  $\psi_1$  的情况比较类似(图 3 中 C 点), 而  $\psi_2$  则是相反, 随着  $Q'_2$  值的增大,  $\psi_2$  从一个稳定高值平衡态跌降到了一个稳定的低值平衡态(图 3 中 B 点).

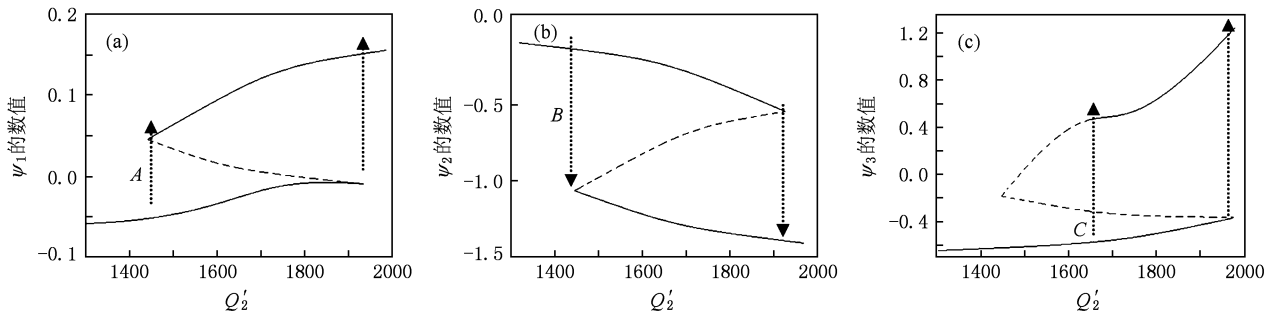


图 3  $\psi_1, \psi_2, \psi_3$  随  $Q'_2$  的演变图 (a)  $\psi_1$  随  $Q'_2$  的演变, (b)  $\psi_2$  随  $Q'_2$  的演变图, (c)  $\psi_3$  随  $Q'_2$  的演变图

2)  $Q'_2 = 200, Q'_1$  从 0 增加到 110 时,  $\psi_1, \psi_2, \psi_3$  随  $Q'_1$  的变化如图 4 所示。

图 4 中平衡点  $\psi_1$  随  $Q'_1$  改变情况与图 3 有类似之处, 在一定范围(约 10—80 之间)有一个稳定的高值平衡态和一个稳定的低值平衡态同时存在(表明副高在某种热力强迫下存在两种形态, 如副高双脊线形态), 但随着  $Q'_1$  的减小, 两个平衡态最

后汇合到一起.  $\psi_2$  则呈现出随  $Q'_1$  增加而出现不连续的跳跃现象(形如梅雨季节副高的北跳, 但幅度较小).  $\psi_3$  随  $Q'_1$  的变化既有跳跃的特点, 也在某热力参数范围内表现出位势场多形态(如副高双脊线)特征. 上述分析表明  $\psi$  的 3 个平衡模态  $\psi_1, \psi_2, \psi_3$  随  $Q'_1$  的变化表现出跳跃和多平衡态共存的特性.

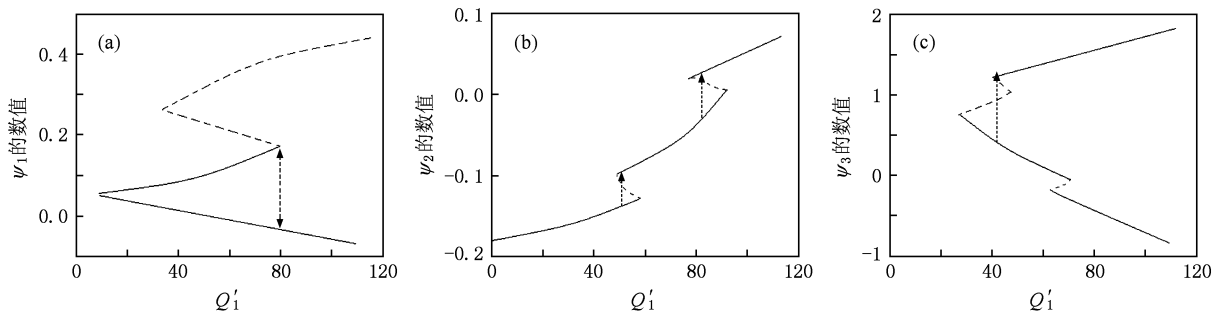


图 4  $\psi_1, \psi_2, \psi_3$  随  $Q'_1$  的演变图 (a)  $\psi_1$  随  $Q'_1$  的演变, (b)  $\psi_2$  随  $Q'_1$  的演变图, (c)  $\psi_3$  随  $Q'_1$  的演变图

### 5.3. 感热强迫与副高形态响应

对副高等大尺度天气系统, 其风场和位势场较为严格地满足地转近似<sup>[6]</sup>, 可取  $u = -\frac{\partial\psi}{\partial y}, v = \frac{\partial\psi}{\partial x}, \varphi = f \cdot \psi$ . 此时, 对应于平衡态解随热力参数变化所表现出的跳跃或多态特性, 可讨论相应的位势场  $\varphi$  和流场/风场( $u/v$ ) 的响应。

当取  $Q'_1 = 500, Q'_2 = 1400$  时, 对应于图 3 的分岔前状况, 代回  $Q = Q'_1 f'_1 + Q'_2 f'_2$ , 得到此时的感热场结构如图 5(a) 所示, 该感热场可大致表现出感热分布西高(东亚大陆高)、东低(东部海洋低), 即春末至初夏的情况. 对应于该感热场的 850 hpa 流场和 500 hpa 位势场分别如图 5(b) 和(c) 所示。

图中可见, 以北纬 20 度、东经 155 度为中心存

在一个反气旋环流, 位势场上则表现为在 5—20°N, 130—150°E 区域有一个副热带高压. 表现随着季节增暖, 副热带高压开始在东亚地区热带海洋上空出现. 上述较为理想化的模式大气平衡态可大致反映北半球春末、夏初热力强迫作用较弱, 副热带高压脊线仍是单脊线的基本天气模型。

取  $Q'_1 = 500, Q'_2 = 1800$  时, 将其代回  $Q = Q'_1 f'_1 + Q'_2 f'_2$ , 得到的感热场如图 6(a) 所示, 此时亦为西高(东亚大陆正感热)、东低(东部海洋上负感热)构型, 但是感热强度比图 5(a) 更为强盛. 该感热场分布大致可表现东亚地区盛夏季节的情况, 其感热外强迫参数对应于图 3 分岔后的状况. 它所对应的位势场由单平衡态分叉后突变为双平衡态. 其中一个是低值平衡态, 另一个为高值平衡态. 相应的分岔后的流场和位势场分别如图 6(b) 和(c) 所示。

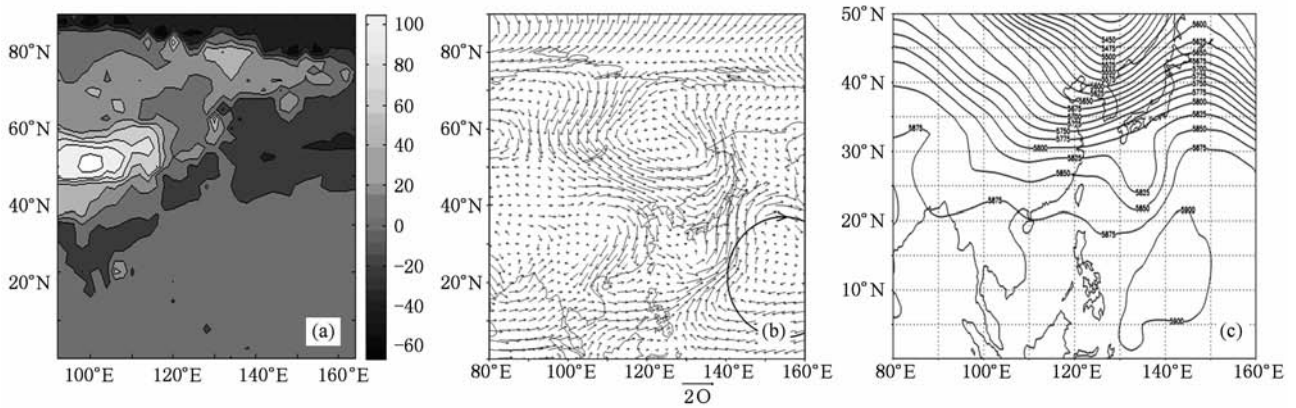


图5  $Q'_1 = 500, Q'_2 = 1400$  时对应的感热场及其 850 hpa 流场和 500 hpa 位势场响应 (a) 感热场, (b) 流场, (c) 位势场

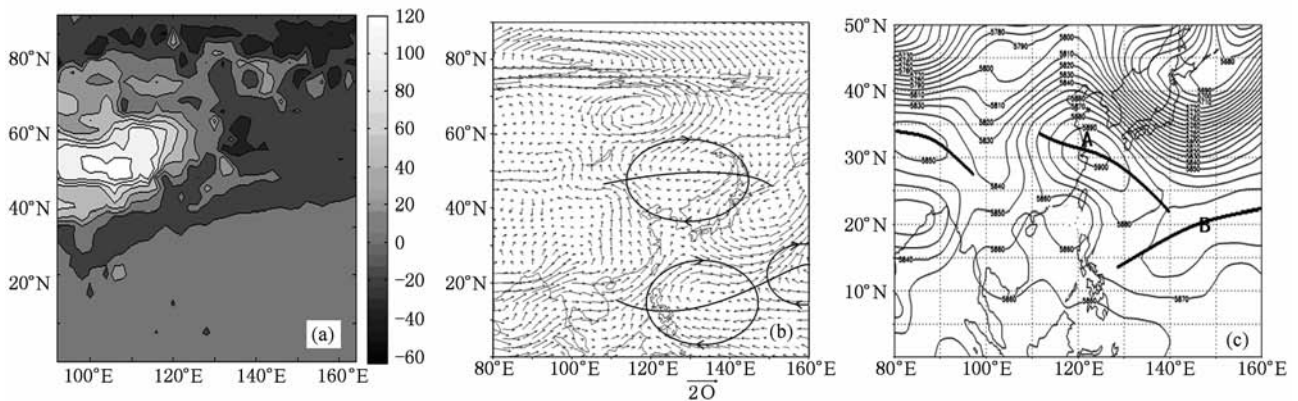


图6  $Q'_1 = 500, Q'_2 = 1800$  时对应的感热场及其 850 hpa 流场和 500 hpa 位势场响应 (a) 感热场, (b) 流场, (c) 位势场

由图 6 可见,约以北纬  $15^\circ-20^\circ$ ,东经  $120^\circ-160^\circ$  为中心存在两个反气旋环流,连成一线,另外在北纬  $45^\circ$ 、东经  $110^\circ-150^\circ$  之间还存在一个明显的反气旋环流. 在位势场上则清楚地呈现出南北两个副高单体(图 6(c) 中 A 和 B), 其中北侧的副高具有 5900 的强中心,副高脊线呈西北-东南走向,斜跨  $23^\circ-35^\circ\text{N}$ ;南侧副高相对较弱,其脊线呈东北偏东-西南偏西走向,位于约  $15^\circ-22^\circ\text{N}$  附近. 对比图 5 (c) 和 6 (c) 结构,上述形式表现为分岔后副高主体北跳、断裂,一个偏强、偏北、偏西(图 6 (c) 中 A),一个偏弱、偏南、偏东(图 6 (c) 中 B),出现两个副高中心、两条脊线共存的现象.

上述分析表明,随着感热强迫作用和东-西向海陆热力差异的增加,当热力作用增加至临界值时,对应于位势流函数平衡态解出现的突变与分岔. 副高活动可能表现在热带和副热带地区各维持一个独立的副高主体和脊线,这与何金海等发现的副高“双脊线”现象相吻合<sup>[9]</sup>,表明感热因子  $Q'_2$  更多表

现为突变因素,即北半球纬向海陆分布差异引起的感热强迫差异(夏季大陆加热、海洋相对冷却),可能是导致副热带流场和位势场多元化复杂形态结构的一个重要因子.

同理,取  $Q'_1 = 45, Q'_2 = 200$  时,对应于图 4 分岔前状况,代回  $Q = Q'_1 f_1 + Q'_2 f_2$ ,得到此时感热场结构如图 7 (a) 所示,可大致表现东亚大陆中、高纬地区感热较强、东部海洋地区感热偏弱的感热场结构特征. 对应于该感热场的 850 hpa 流场和 500 hpa 位势场分别如图 7 (b) 和 (c) 所示.

由图 7 可见,以北纬  $20^\circ$ 、东经  $170^\circ$  为中心,存在一个反气旋环流,在位势场上则表现为在  $15^\circ-20^\circ\text{N}$  和  $170^\circ-180^\circ\text{E}$  区域有一个弱的副热带高压. 表现为随着季节增暖,副热带高压东伸至东亚地区热带海洋上空. 上述较为理想的模式大气平衡态可大致反映北半球夏初热力强迫作用较弱、副热带高压尚未增强北抬至东亚大陆时的天气模式.

当取  $Q'_1 = 90, Q'_2 = 500$  时,对应于图 3 中分岔

后的状况,即位势场由低平衡态跃升到高平衡态. 将其代回  $Q = Q'_1 f'_1 + Q'_2 f'_2$ , 得到的感热场如图 8(a) 所示. 此时亦为西高(东亚大陆中高纬正感热)、东低(东部海洋上负感热)构型,但此时感热强度比突变之前更为强盛,该感热场分布大致可表现盛夏季节东西向热力差异显著时的情况,此时对应的突变后的流场和位势场如图 8(b)和(c)所示.

由图 8 可见,以北纬 30°、东经 140°为中心有一个明显的反气旋中心,位势场上则表现为 30°N 出现一个较强的副热带高压. 与突变前图 7 相比较,副高强度和范围出现了明显的增强和西伸、北抬,副高脊线快速从 20°N 北跳到 30°N 附近,同时副高脊线由之前的 165—180°E 区域快速西伸至 130—160°E 区域.

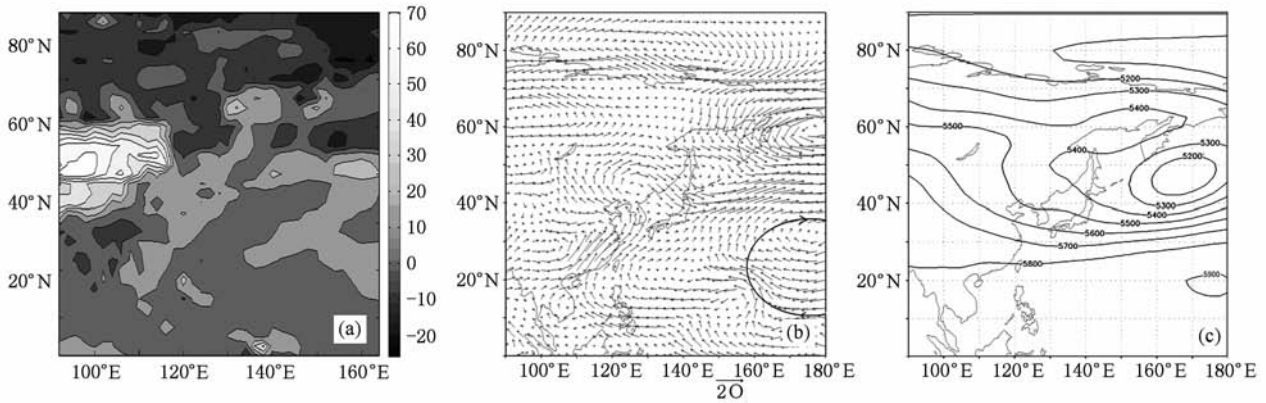


图 7  $Q'_1 = 45, Q'_2 = 200$  时对应的感热场及其 850 hpa 流场和 500 hpa 位势场响应 (a)感热场, (b)流场, (c)位势场

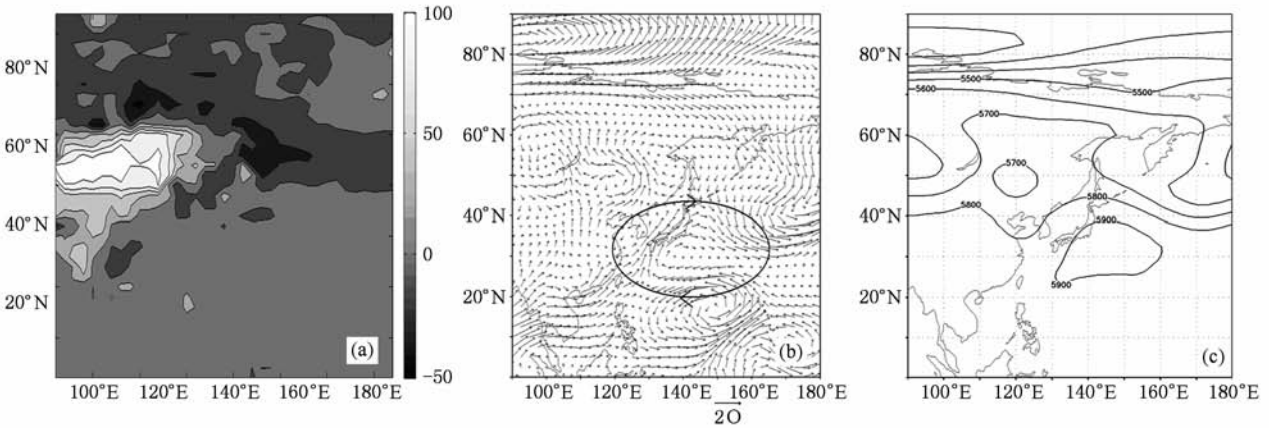


图 8  $Q'_1 = 90, Q'_2 = 500$  时对应的感热场及其 850 hpa 流场和 500 hpa 位势场响应 (a)感热场, (b)流场, (c)位势场

上述试验结果表明,影响北半球副热带地区夏季流场和位势场变化,尤其是副高中短期活动的外强迫源中,热力因子  $Q'_1$  (即太阳的季节性辐射加热)一般情况下主要引起副高的渐变或缓慢移动(这与许多研究结论相一致),但是它与东亚地区东-西向的感热分布(尤其是东-西向的感热差异)的组合作用,则可能是导致副高北跳和快速西伸等副高突变或副高环流异常的重要原因之一.

### 6. 小 结

提出了从实际资料场时间序列中用 EOF 分解与遗传算法结合,优化反演空间基函数的研究思想和方法途径. 基于客观获取的空间基函数以及相应分离得到的非线性常微分动力方程组,对感热强迫的副热带高压的动力学行为进行了分析和讨论. 进

一步证实了前人研究观点<sup>[1-4,10-19]</sup>,诸如:太阳辐射和海陆热力差异是影响副高中期进退的重要因素,前者主要引导副高渐变,而后者逐渐增大至其临界值时,则可能导致副高形态和位置的突变;也提出一些新的见解. 诸如东亚副热带地区东-西向感热强度和结构分布以及东-西向热力差异,可能是导致副高流场和位势场出现多元复杂形态(包括副高双脊线现象)的诱因;太阳辐射感热效应和东亚大陆东-西向感热结构与热力差异的不同组合的共同作用,则可能是导致副高增强和西伸、北跳等突变的重要因子.

对于夏季东亚地区的副高中期进退和异常活

动而言,本文的第2模态热力因子是主要的强迫项,它反映了夏季世界最大陆地——东亚大陆和最大海洋——太平洋之间的海、陆热力差异对太平洋副高中期活动的制约和影响,这个巨大的热力因素引导和制约着夏季西太平洋副高在东亚大陆的进退活动与异常变化. 因此,研究和预测西太平洋副高的活动,应深入挖掘东亚大陆和西太平洋海域的热力状况、热力差异和热力结构配置与西太平洋副高活动异常和突变的内在关联. 由于本文模式比较简单,因此只能作较为定性的分析讨论<sup>[16,17]</sup>,细节描述和更进一步的研究尚需引入数值模拟等手段综合开展研究<sup>[18,19]</sup>.

- [1] Liu C J, Tao S Y 1983 *Sci. Chin. Ser. B* **5** 474 (in Chinese) [柳崇健、陶诗言 1983 中国科学 B **5** 474]
- [2] Dong B W, Chou J F 1988 *Acta Meteorol. Sin.* **46** 361 (in Chinese) [董步文、丑纪范 1988 气象学报 **46** 361]
- [3] Miao J H, Ding M F 1985 *Sci. Chin. Ser. B* **1** 87 (in Chinese) [缪锦海、丁敏芳 1985 中国科学 B **1** 87]
- [4] Zhang R, Yu Z H 2000 *Adv. Atmos. Sci.* **17** 61
- [5] Cao J, Huang R H, Xie Y Q 2002 *Chin. J. Atmos. Sci.* **32** 559 (in Chinese) [曹杰、黄荣辉、谢应齐 2002 大气科学 **32** 559]
- [6] Lü K L, Xu Y Z, Tan Z M 1997 *The Dynamic Meteorology* (Nanjing: Nanjing University Press) p135 (in Chinese) [吕克利、徐银梓、谈哲敏 1997 动力气象学(南京:南京大学出版社)第135页]
- [7] Wu H B, Wu L 2005 *The Climate Variability Diagnosis and the Prediction Method* (Beijing: Meteorological Press) pp2—32 (in Chinese) [吴洪宝、吴蕾 2005 气候变率诊断和预测方法(北京:气象出版社)第2—32页]
- [8] Xuan G N, Cheng R W 2004 *The Genetic Algorithm and the Engineering Optimization* (Beijing: Qinghua University Press) pp21—30 (in Chinese) [玄光男、程润伟 2004 遗传算法与工程优化(北京:清华大学出版社)第21—30页]
- [9] Zhan R F, Li J P, He J H 2004 *Acta Meteor. Sin.* **62** 112 (in Chinese) [占瑞芬、李建平、何金海 2004 气象学报 **62** 112]
- [10] Zhang R, Shi H S, Yu S H 1995 *Chin. J. Atmos. Sci.* **19** 687 (in Chinese) [张韧、史汉生、喻世华 1995 大气科学 **19** 687]
- [11] Zhang R, Hong M 2006 *Appl. Math. Mech.* **27** 1645
- [12] Zhang R, Wang H Z 2007 *J. Nanjing Inst. Meteorol.* **30** 723 (in Chinese) [张韧、王辉赞 2007 南京气象学院学报 **30** 723]
- [13] Zhang R, Hong M 2008 *Chin. J. Eng. Math.* **25** 381 (in Chinese) [张韧、洪梅 2008 工程数学学报 **25** 381]
- [14] Dai B D, Cheng Y M 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 597 (in Chinese) [戴保东、程玉民 2007 物理学报 **56** 597]
- [15] Gong Z Q, Feng G L, Dong W J, Li J P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3180 (in Chinese) [龚志强、封国林、董文杰、李建平 2006 物理学报 **55** 3180]
- [16] Liu S H, Tang J S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6162 (in Chinese) [刘素华、唐驾时 2008 物理学报 **57** 6162]
- [17] Hou D X, Liu B, Shi P M 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5942 (in Chinese) [侯东晓、刘彬、时培明 2009 物理学报 **58** 5942]
- [18] Lou Z M 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 719 (in Chinese) [楼智美 2010 物理学报 **59** 719]
- [19] Zhang Q C, Tian R L, Wang W 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2799 (in Chinese) [张琪昌、田瑞兰、王炜 2008 物理学报 **57** 2799]

# Mechanism analysis of the abnormal activities and polymorphism in subtropical high based on the objective fitting of space-basis function \*

Hong Mei<sup>1)2)†</sup> Zhang Ren<sup>1)2)</sup> He Jing-Hai<sup>3)</sup> Xue Feng<sup>2)</sup> Ge Jing-Jing<sup>1)</sup>

1) (*Institute of Meteorology, People's Liberation Army University of Science and Technology, Nanjing 211101, China*)

2) (*Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, State Key Laboratory of Numerical Modeling for Atmospheric Sciences and Geophysical Fluid Dynamics, Beijing 100029, China*)

3) (*Department of Atmospheric Sciences, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China*)

(Received 27 June 2009; revised manuscript received 21 April 2010)

## Abstract

In order to analyze the dynamical mechanism of the abnormal activity of the subtropical high, the variables in the partial differential vortex equations based on the heat force and the whorl movement dissipation effect, are separated in space and time with Galerkin methods. Aiming at resolving the problem of the insufficiency and shortcoming of the conventional method in the choice of space-basis function, we set forth the research idea of using the empirical orthogonal function (EOF) and the genetic algorithm combined with inversion of the space-basis function from the actual sequence of data fields. After the EOF of the daily time series of the subtropical high potential fields, the first three major typical space fields whose cumulative variance contribution is more than 90 percent as the fitting object are chosen, and a group of trigonometric function is selected as the general space-basis function. And then, the dual-constraint function is formulated with the complete orthogonality between space-basis function and the least square of error of general space-basis function and EOF typical field. Then the genetic algorithm is introduced to carry out the curved surface fitting and coefficient optimization of the basis function, and through inversion, an objective and reasonable ordinary differential dynamical model of subtropical high is obtained. Furthermore, through the EOF and inversion of history sensible heat field data, an ordinary differential dynamical model of subtropical high which objectively takes into account of the distribution of thermal factors is set up. Finally, based on the above obtained nonlinear dynamical model, the complicated dynamic behaviors and mechanism of the subtropical high under the impact of heat force are analyzed and discussed, also some new opinions are obtained. For example, the east-west sensitive heat intensity and the configuration distribution and the east-west sensitive heat difference are important factors that lead to a complex configuration (such as the subtropical high double-ridges phenomenon) of the subtropical high flow field and potential field. The heliacal season radicalization heat and the east-west sensitive heat distribution of the East Asia are the important reasons that lead to the subtropical high mutations and the subtropical high flow abnormality, such as the subtropical high north leap and west extend.

**Keywords:** fitting of basis-function, the genetic algorithms, nonlinear equation of vortex, subtropical high

**PACC:** 0545, 0570C, 9160F, 9330P

\* Project supported by the Joint Plan to Subsidize Innovative Young Scholars of the Chinese Academy of Sciences (Grant No. IAP09305) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 41075045).

† E-mail: flowerrainhm@126.com