

# 空间电荷效应对 X 射线条纹相机 动态范围影响的研究\*

袁永腾 郝轶聃 赵宗清 侯立飞 缪文勇<sup>†</sup>

(中国工程物理研究院激光聚变研究中心, 绵阳 621900)

(2009 年 10 月 23 日收到; 2010 年 1 月 12 日收到修改稿)

在惯性约束聚变中, X 射线条纹相机是一种诊断图像时空分辨的重要设备, 其动态范围反映了条纹相机有效测量入射 X 射线强度的能力. 由于空间电荷效应的存在, 电子脉冲在运动过程中会不断展宽, 从而限制了条纹相机的动态范围. 本文采用一维流体力学模型, 利用电子数守恒、动量守恒和 Poisson 方程等来对电子脉冲的展宽进行推导, 最终得到了电子脉冲的密度分布随时间空间的变化情况, 从而为条纹相机动态范围的评估提供了依据.

**关键词:** 动态范围, 条纹相机, 空间电荷效应

**PACC:** 4110D, 4170

## 1. 引 言

条纹相机是一种高灵敏度、高时空分辨的诊断工具, 在惯性约束聚变(ICF)实验中具有不可替代的重要作用<sup>[1]</sup>, 不仅能提供等离子体空间分辨的图像, 同时还能提供等离子体随时间运动变化的信息.

条纹相机的工作原理为: 激光打靶产生的 X 射线脉冲首先经过狭缝照射到光阴极上产生光电子, 光电子经过加速、聚焦、偏转后打在微通道板的光阴极上, 产生的光电子经微通道板放大以后打到荧光屏上, 在荧光屏上得到随时间变化的条纹图像. 由于各种不同物理机理的共同作用, 转换中的光电子脉冲在运动过程中会发生展宽, 从而影响入射 X 射线强度的测量. 为了确保所获数据的准确性, 定义条纹相机的动态范围为脉冲展宽为原脉冲宽度的 20% 时信号的峰值强度与可探测到的最小信号的峰值强度之比.

条纹相机动态范围的大小, 决定了测量到的 X 射线强度的可靠程度, 所以对条纹相机动态范围的研究至关重要<sup>[2-8]</sup>. 空间电荷效应是造成电子脉冲展宽的一种最主要的机理, 因此进行空间电荷效应的研究对准确把握条纹相机的性能具有重要的

意义.

## 2. 理论分析

在实验中, X 射线脉冲经过狭缝成像到光阴极上, X 射线光子与光阴极作用产生光电子. 由于光阴极的超快响应特征, 所产生的光电子脉冲与 X 射线脉冲在空间和时间上具有相同的分布, 并且瞬态电流密度正比于光脉冲的瞬态光强, 所以可把电子脉冲的分布形式等同于光脉冲的分布<sup>[9]</sup>. 由于栅网处加有高压, 产生的电子脉冲在加速电场的作用下向栅网加速运动, 由于电子之间的相互排斥, 即空间电荷效应会造成转换出的电子脉冲在运动过程中的展宽和电子密度的降低.

在已知光阴极能谱响应的情况下, 可通过入射 X 射线脉冲的能量分布推导出光阴极产生的电子脉冲的初始密度分布  $n(0, z)$ , 在此定义  $t=0$  时刻为 X 射线脉冲结束的时刻, 即 X 射线脉冲转换出最后一个光电子的时刻, 如图 1 所示. 本文采用一维流体力学模型描述电子的运动, 假设电子运动是一维的<sup>[10]</sup>, 只沿轴向方向  $Z$  轴运动, 即所有的物理量在电子束运动的横截面上都相同.

根据动量守恒方程有

\* 等离子体重点实验室基金(批准号: 9140C6801)和国家自然科学基金(批准号: 10905051)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail: miaowenyong@sina.com

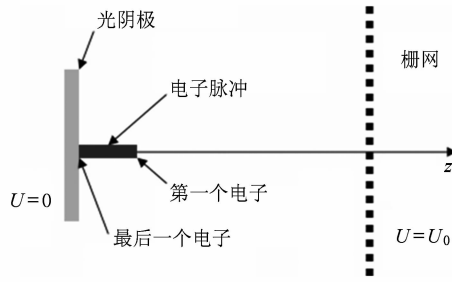


图 1 电子脉冲加速示意图

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{F}, \quad (1)$$

其中  $p$  表示为流体间的压力,在此电子间的压力可以忽略,则动量守恒方程可化为

$$m n \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -en\mathbf{E}. \quad (2)$$

在不考虑磁场作用的情况下,根据 Poisson 方程有

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{en}{\epsilon_0}. \quad (3)$$

在只考虑一维运动的情况下,电场强度  $\mathbf{E}$  的值可表达为

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \phi}{\partial z}, \quad (4)$$

其中  $e$  表示电子电量,  $m$  表示电子质量,  $\mathbf{v}$  表示电子速度,  $n$  表示的是电子脉冲随时间空间变化的密度分布,  $\mathbf{E}$  表示的是电场,是外部电场和电子脉冲中的电子的自生电场的总和,  $\phi$  是电势,  $\epsilon_0$  是真空中的介电常数. 因为在运动过程中电子数目不变,根据电子数守恒可得

$$\frac{dn}{dt} + n \frac{\partial v}{\partial z} = 0. \quad (5)$$

通过方程(2)—(4)可得

$$m \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{dv}{dt} \right) = e \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = e \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{e^2 n}{\epsilon_0}. \quad (6)$$

对(5)式求全微分有

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= \frac{d}{dt} \left( -\frac{1}{n} \frac{dn}{dt} \right) \\ &= \frac{1}{n^2} \left( \frac{dn}{dt} \right)^2 - \frac{1}{n} \frac{d^2 n}{dt^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

对(6)式进行全微分展开可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{dv}{dt} \right) &= \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ &= \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial t} + \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \end{aligned}$$

$$= \frac{e^2 n}{m \epsilon_0}. \quad (8)$$

对(7)式左边部分的全微分进行展开可得

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= \left( \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial z} \right) \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ &= \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial t} + v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}. \end{aligned} \quad (9)$$

结合方程(5), (7)—(9)可推导出

$$\frac{d^2 n}{dt^2} - \frac{2}{n} \left( \frac{dn}{dt} \right)^2 + \frac{e^2 n^2}{m \epsilon_0} = 0. \quad (10)$$

其中电子密度  $n$  是时间空间的函数. 由于非线性全微分方程(10)的求解困难,在此我们考虑采用坐标变换来简化方程的求解过程. 将一维空间坐标记为  $z$ , 设电子脉冲中的某电子在初始时刻  $t=0$  时的位置为  $z_0$ , 则该电子在任意时刻所在的位置  $z$  可表示为时间  $t$  和参数  $z_0$  的函数, 所以电子的初始坐标  $z_0$  可以作为该质点的一种表征, 现将其取为 Lagrange 坐标, 并计做  $a$ , 则电子密度可以记做

$$n(t, z) = n(t, z(t, z_0)) = n(t, a). \quad (11)$$

由于 Lagrange 坐标下的时间微商等于 Euler 坐标系中的随体微商, 所以(10)式的全微分方程在 Lagrange 坐标系下可写为偏微分的形式. 假设产生的光电子在  $t=0$  时刻的脉冲密度分布为  $f(z_0)$ , 且在初始时刻的电子密度导数为 0, 则在 Lagrange 坐标系下解(10)式可得

$$n(t, a) = \frac{f(a)}{1 + f(a) e^2 t^2 / 2m \epsilon_0}. \quad (12)$$

$f(a)$  表示电子密度的初始分布  $n(0, a)$ , 也就是  $f(z_0)$ . 由于外加电场的存在, 电子脉冲在光阴极和栅网之间加速运动, 从(12)式可以看出电子脉冲密度的变化只与初始的电子脉冲密度分布和运动时间有关系, 运动时间越长, 电子密度分布的变化就越大. 从 Euler 坐标系来观察, 外加的电场越大, 电子从光阴极到栅网之间所花的时间越少, 从而电子密度分布的变化越小, 所以一个有效降低空间电荷效应的方法就是提高阴极和栅网间加速电压.

现在将电子密度空间分布任一方描述的位置取为 Lagrange 坐标, 并记为  $a$ , 电子的初始密度为  $n(0, z_0) = n(0, a)$ , 则  $a$  满足为

$$da = \frac{n(t, a)}{n(0, a)} dz(t). \quad (13)$$

由于  $n(0, a) = f(a)$ , 可知

$$\frac{n(0, a)}{n(t, a)} = 1 + \frac{f(a) e^2 t^2}{2m \epsilon_0}, \quad (14)$$

根据(13)式可得

$$\frac{dz(t)}{da} - \frac{f(a)e^2t^2}{2m\epsilon_0} - 1 = 0. \quad (15)$$

通过解(15)式可得在  $t$  时刻电子密度为  $n(t)$  时的轴向位置,从而得到在 Euler 坐标系下的电子脉冲密度随时间的降低及脉冲展宽过程.(12)和(15)式适用于任何形式的初始电子脉冲密度分布,通过计算其展宽即可判断入射 X 射线的强度是否在条纹相机所允许的动态范围内,并且可以通过反算得到电子脉冲宽度达 20% 时所对应的电子密度,从而反推出条纹相机所允许接收的最大入射 X 射线能量.

在实验中,入射的 X 射线分布是各种不同形状的脉冲,在此假设电子脉冲的时间波形的初始分布为 Gauss 分布,其表达式可写为

$$f(z) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(z-u)^2/2\sigma^2}. \quad (16)$$

把(16)式带入(12)式,在  $t$  时刻的电子脉冲的密度分布为

$$n(t) = \frac{\frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(z-u)^2/2\sigma^2}}{1 + \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(z-u)^2/2\sigma^2} \cdot \frac{e^2t^2}{2m\epsilon_0}}. \quad (17)$$

把(16)式带入(15)式,解微分方程可得

$$z(t) = \frac{8\epsilon_0 m z + \sqrt{2} A e^2 t^2 \operatorname{erf}(u/\sigma) - \sqrt{2} A e^2 t^2 \operatorname{erf}((u-z)/\sigma)}{8\epsilon_0 m} + z_1(t), \quad (18)$$

因为电子脉冲的轴向运动和加速电场有关,根据(18)式可以得到在 Euler 坐标系下电子密度的分布所对应的轴向位置为

$$z(t) = \frac{8\epsilon_0 m z + \sqrt{2} A e^2 t^2 \operatorname{erf}(u/\sigma) - \sqrt{2} A e^2 t^2 \operatorname{erf}((u-\sigma)/2)}{8\epsilon_0 m} + \frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^2. \quad (19)$$

因为外加电场远大于电子的自生电场,所以(19)式中的  $E$  可用外加电场来近似代替.

当电子脉冲通过栅网后,在轴向失去了外加电场加速,依靠惯性继续向前高速飞行,在忽略其纵向电子密度变化的情况下,在电子飘移区的电子密度分布所对应的轴向空间位置为

$$z(t) = \frac{8\epsilon_0 m z + \sqrt{2} A e^2 t^2 \operatorname{erf}(u/\sigma) - \sqrt{2} A e^2 t^2 \operatorname{erf}((u-\sigma)/2)}{8\epsilon_0 m}$$

$$+ D + \sqrt{2 \frac{eE}{m} D} \left( t - \sqrt{\frac{2Dm}{Ee}} \right), \quad (20)$$

其中  $D$  表示光阴极与栅极间的距离.

### 3. 数值模拟

实验中条纹相机的动态范围通过测量 8 ps 脉宽的入射光脉冲的展宽来获得,通过上述理论分析可模拟 8 ps 脉宽的光脉冲转化出的电子脉冲在光阴极与加速栅网之间的脉冲展宽.因为 X 射线脉冲入射光阴极产生的第一个光电子与产生最后一个光电子的时间差与光电子在阴极与栅网间的运动时间相比可认为是小量,故忽略最后一个光电子产生前的电子脉冲展宽,在此认为 X 射线脉冲最后一个光子入射光阴极转换成光电子的时刻为模拟电子脉冲展宽的初始时刻.假设光阴极与栅网之间的距离为 5 mm,加速栅网处的加速电压为 3000 V,且入射 X 射线为 Gauss 分布,则可根据(16)式假设初始时刻的电子密度分布如图 2 所示,电子脉冲的峰值密度为  $4 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$ .

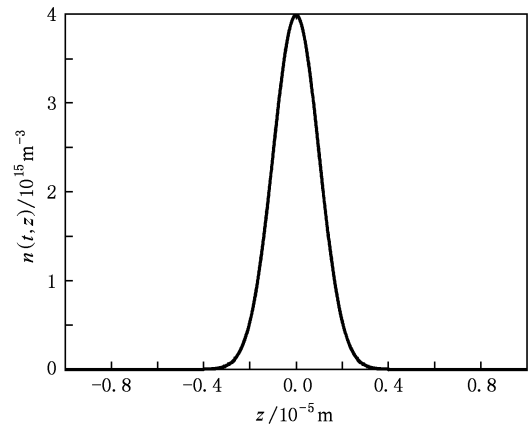


图 2 初始时刻的电子脉冲的密度分布

在 Euler 坐标系下,电子脉冲在光阴极与栅网之间运动过程中的展宽情况可通过(17)和(19)式来模拟,从(19)式可以看出,某时刻  $t$  的电子脉冲密度分布所对应的 Euler 坐标系下空间位置是两项之和,第一项表示位置  $z$  与  $t$  时刻的电子密度分布及这时刻  $t$  的大小有关系,即空间电荷效应造成的脉冲展宽.第二项表示位置  $z$  只和时间  $t$  有关,即加速电场对电子脉冲造成的加速运动,故可认为脉冲的展宽只与(19)式的第一项有关,在此模拟电子脉冲密度的分布变化就可忽略第二项,如图 3(a) 所示.

从图 3 中可以看出,随着运动时间的变化,由于空间电荷效应的存在,电子脉冲的宽度在不断增大,图 3 (b)则是从图 3(a)中截取的初末两个时刻的电子脉冲的电子密度分布,且计算了两个时刻电子脉冲的半高宽,以便分析电子脉冲的展宽是否在条纹相机动态范围所能承受的范围之内. 在  $t_1 = 3.08 \times 10^{-10}$  s 时,电子脉冲的半高全宽从  $2.36 \mu\text{m}$  变成了  $3.77 \mu\text{m}$ ,展宽了 60%. 根据条纹相机动态范围的定义,脉冲宽度展宽超过 20% 时的输入信号就超出相机的动态范围. 故在此情况下,要保证条纹相机的正常工作必须降低入射 X 射线的强度.

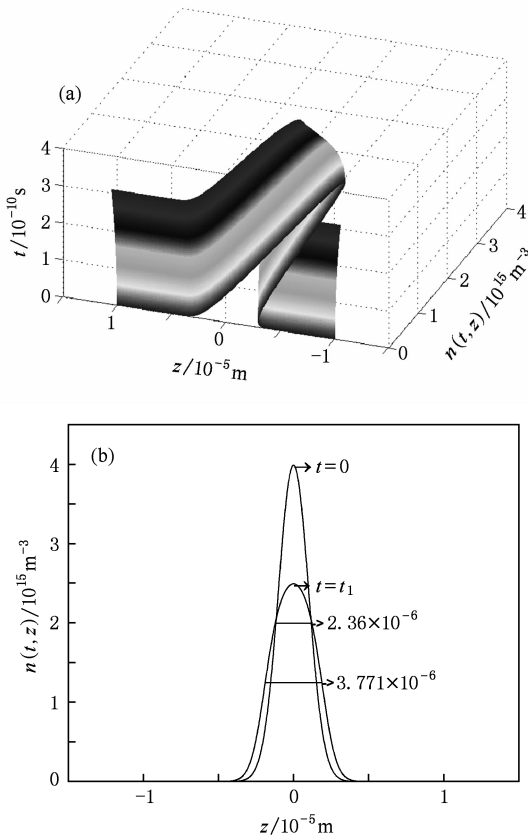


图 3 不考虑栅网加速情况下空间电荷效应造成的脉冲展宽模拟 (a) 三维模拟, (b) 初末时刻的脉冲半高宽对比

在考虑(19)式第二项的情况下,电子脉冲在光阴极与栅网之间运动过程中的展宽情况可通过(17)和(19)式来模拟,如图 4(a)所示,由于电子的脉冲宽度远小于电子在栅网的高压下运动的距离,所以在图中只能看到电子脉冲整体上向栅网加速运动,而观察不到电子脉冲的脉宽. 图 4(b)表示的是初末时刻的电子密度分布. 为了方便观测电子脉冲的展宽情况,分别做出电子脉冲运动的初始时刻的电子密度分布和结束时刻的电子密度分布,如图

4(c)和(d)所示,可以看出电子脉冲密度分布的中心位置由 0 移动到 5 mm 处,其脉冲半高全宽由  $2.36 \mu\text{m}$  展宽为  $3.77 \mu\text{m}$ ,展宽了 60%,与不考虑(19)式第二项的结果相同. 从图 4 可以看出,由于电子脉冲的展宽与电子运动时间有关,所以增大栅网电压,减小电子在其间的运动时间可有效降低电子脉冲的展宽.

在上述初始电子密度分布的情况下,电子脉冲在运动过程中的展宽已大于 20%,超出条纹相机的动态范围,为了保证数据的可信度,必须降低初始电子密度分布或者增加栅网处的加速电压. 通过模拟可知当初初始电子的密度降低 70% 时,电子脉冲的半高全宽从  $2.36 \mu\text{m}$  变为  $2.79 \mu\text{m}$ ,展宽了 18.4%,如图 5(a)所示. 当栅网上的加速电压从 3000 V 增加到 10000 V 时,电子脉冲在光阴极与栅网之间的运动时间由  $3.08 \times 10^{-10}$  s 降为  $1.69 \times 10^{-10}$  s,电子脉冲的半高全宽从  $2.36 \mu\text{m}$  变为  $2.80 \mu\text{m}$ ,展宽了 18.5%,如图 5(b)所示. 这两种方法都有效的使电子脉冲的展宽由 60% 降低到 20% 以内,满足了条纹相机动态范围的需要. 由于条纹相机一般都工作在其所允许的最大加速电压条件下,所以如果获得的信号超出系统的动态范围,为了保证获得数据的可信度需要通过加滤片来降低入射到光阴极上的 X 射线强度,从而降低初始电子密度使信号保持在动态范围内.

## 4. 结 论

本文采用一维流体力学模型来描述电子在光阴极与栅网之间的运动过程,通过动量守恒、电子数守恒及 Poisson 方程推导出由于空间电荷效应造成的电子脉冲展宽. 因为在 Lagrange 坐标系下的时间微商等于 Euler 坐标系中的全微分,所以文中采用 Lagrange 坐标来对电子脉冲的密度变化进行计算,然后通过两坐标系之间的转换关系来确定由 Lagrange 方程求出的电子密度所对应的 Euler 坐标系下的空间位置,从而得到电子脉冲在运动过程中的展宽. 从推导得出的公式及模拟结果可以看出,空间电荷效应造成的电子脉冲的展宽与电子脉冲的初始密度分布及电子在光阴极与栅网之间的运动时间有关. 因为电子在光阴极与栅网之间的运动时间与加速电压密切相关,加速电压越大,电子脉冲在其间的运动时间越短,造成的展宽就越小,所

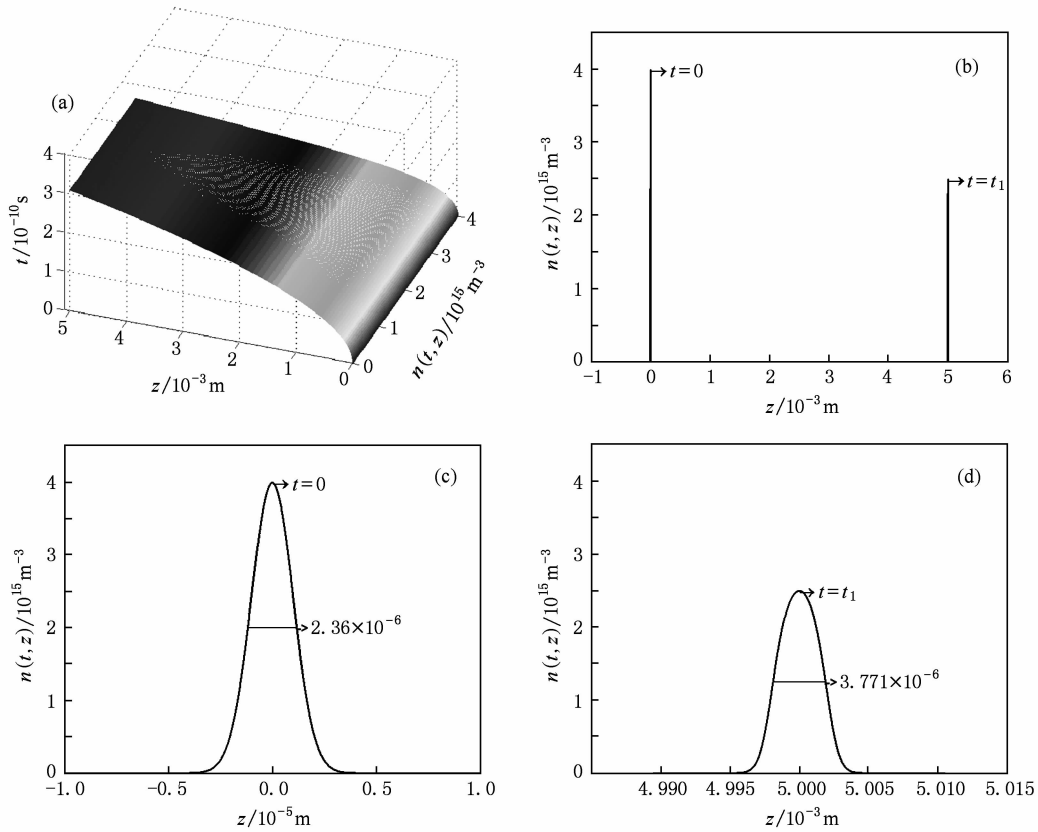


图 4 考虑栅网加速情况下的空间电荷效应造成的电子脉冲展宽 (a) 三维模拟, (b) 初末时刻电子密度的空间分布, (c) 初始时刻的电子密度空间分布, (d) 结束时刻的电子密度空间分布

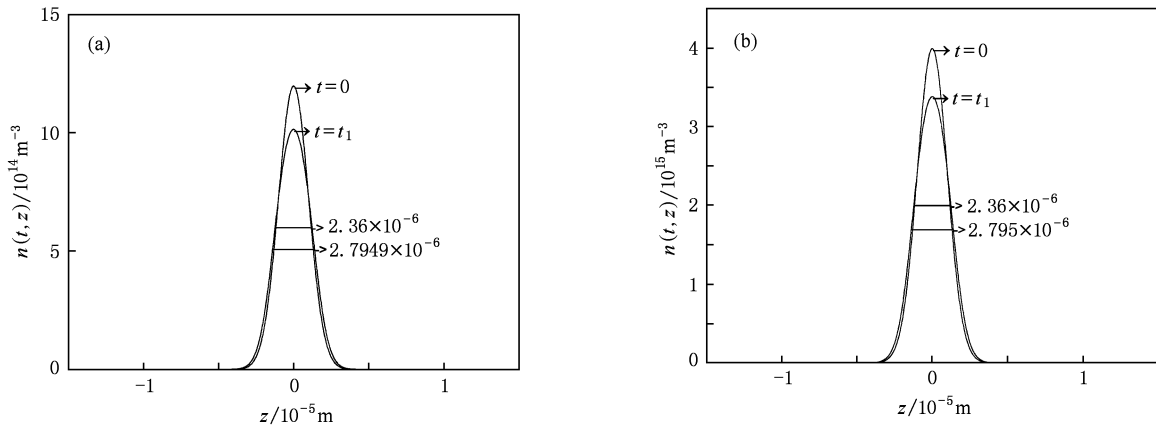


图 5 改变初始电子脉冲密度分布和增加栅网电压后的电子脉冲展宽 (a) 改变电子初始密度后的电子脉冲展宽, (b) 提高电压后的电子密度展宽

以提高栅网与光阴极之间的加速电压可有效地提高条纹相机的动态范围。

在国外相关文献中, 只见到对特殊电子脉冲波形如方形脉冲展宽的推导及实验验证。这种脉冲在展宽时各个时刻的电子密度完全相同, 其对计算

进行了很大的简化。本文的推导结果也用于进行了方形电子脉冲展宽的计算, 和文献上的展宽结果一致, 以此验证了推导结果的可靠性, 说明了其能用于真实评估条纹相机动态范围的性能。本模型对电子脉冲的形状没有要求, 适用于任意形状的电子脉

冲的展宽,是相关方向研究的一大进步.文章中只对条纹相机前端加速过程中的电子脉冲展宽进行了推导,要整体评估条纹相机的动态范围,还有很

多工作需要继续展开,比如:静电聚焦过程中的脉冲展宽,微通道板中运动的脉冲展宽等.

- [1] Hu X, Jiang S E, Cui Y L, Huang Y X, Ding Y K, Liu Z L, Yi R Q, Li C G, Zhang J H, Zhang H Q 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1447 (in Chinese) [胡 昕、江少恩、崔延莉、黄翼翔、丁永坤、刘忠礼、易荣清、李朝光、张景和、张华全 2007 物理学报 **56** 1447]
- [2] Eagleton R T, James S F 2003 *Rev. Sci. Instrum.* **74** 2215
- [3] Niu L H, Yang Q L, Niu H B, Liao H, Zhou J L, Ding Y K 2008 *Rev. Sci. Instrum.* **79** 023103
- [4] Tian J S, Zhao B S, Wu J J, Zhao W, Hou X, Liu Y Q, Zhang J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 123 (in Chinese) [田进寿、赵宝升、吴建军、赵 卫、侯 洵、刘运全、张 杰 2007 物理学报 **55** 123]
- [5] Niu H, Sibbett W 1981 *Rev. Sci. Instrum.* **52** 1830
- [6] Bonte C, Harmand M, Dorchie F, Magnan S, Pitre V, Kieffer J C, Audebert P, Geindre J P 2007 *Rev. Sci. Instrum.* **78** 043503
- [7] Mourou G, Williamson S 1982 *Appl. Phys. Lett.* **41** 44
- [8] Liu Y Q, Liang W X, Zhang J, Wu J J, Tian J S, Wang J F, Zhao B S 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 6500 (in Chinese) [刘运全、梁文锡、张 杰、吴建军、田进寿、王俊峰、赵宝升 2006 物理学报 **55** 6500]
- [9] Xie X D, Wang X, Zhu Q H, Zeng X M, Wang F R, Huang X J, Zhou K N, Wang F, Jiang D B, Huang Z, Sun L, Liu H, Wang X D, Deng W, Guo Y, Zhang X M 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6463 (in Chinese) [谢旭东、王 道、朱启华、曾小明、王凤蕊、黄小军、周凯南、王 方、蒋东镔、黄 征、孙 立、刘 华、王晓东、邓 武、郭 仪、张小民 2007 物理学报 **56** 6463]
- [10] Bao L Q, Hani E E 2002 *J. Appl. Phys.* **91** 462

## Dynamic range of x ray streak camera affected by space charge effect \*

Yuan Yong-Teng Hao Yi-Dan Zhao Zong-Qing Hou Li-Fei Miao Wen-Yong<sup>†</sup>  
(Research Center of Laser Fusion, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, China)

(Received 23 October 2009; revised manuscript received 12 January 2010)

### Abstract

x ray streak camera is an important equipment for time resolved measurement in the field of inertial confinement fusion. Its dynamic range indicates the ability that effectively measuring the intensity of incidence x ray. The photoelectron pulse will be broaden in passing through the photocathode-to-mesh region because of space charge effect. This limits the dynamic range of the streak camera. This paper adopts a fluid model, making use of particle conservation, momentum conservation, and Poisson equations to deduce the widening of the electron pulse and derive the change in the electron density distribution. The results can be used to evaluate the dynamic range of the streak camera.

**Keywords:** dynamic range, streak camera, space charge effect

**PACC:** 4110D, 4170

\* Project supported by the Foundation of Science and Technology on Plasma Physics Laboratory (Grant No. 9140C6801) and the Natural Science Foundation of China (Grant No 10905051).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: miaowenyong@sina.com