

# 含单负特异材料一维无序扰动周期结构中的光子局域特性研究\*

刘冬梅 韩 鹏<sup>†</sup>

(华南师范大学量子信息技术重点实验室, 广州 510006)

(2009 年 12 月 14 日收到; 2010 年 1 月 12 日收到修改稿)

采用传输矩阵法研究了电磁波在由单负特异材料组成的一维无序扰动周期结构中的 Anderson 局域 (Anderson Localization) 行为, 分别讨论了色散和非色散两种模型. 结果发现, 在对应周期结构的通带位置, 无序的引入对局域长度的影响较大, 而在带隙位置, 影响较小, 几乎可以忽略. 该性质与我们曾讨论的随机结构有较明显不同. 导致这种局域性质的主要原因应为, 光在单负材料组成的系统中的传输主要依赖于两种单负材料间的界面. 在无序扰动结构中, 该界面数相对于周期结构并没有减少, 因此对光的传输性质影响较小; 而随机结构中, 界面数显著减少, 导致该结构中光被强烈局域, 表现出相对较小的局域长度. 在色散模型中, 研究发现无序对于带隙中心的光的传输性质没有影响. 特殊的, 当两层的有效光程厚度比为 1 时, 该处是一退局域点. 这些结果有利于了解由特异材料组成的结构系统中光的传输机理.

**关键词:** 单负特异材料, 局域长度, 传输矩阵法, 退局域

**PACC:** 4270Q, 7155J, 3120, 4225B

## 1. 引 言

特异材料 (Metamaterials) 是一种介电常数和/或磁导率为负值的材料. 电磁波在这种材料中的传播与传统的电介质材料有很大不同. 例如, 当介电常数和磁导率同时为负值时, 材料呈现负折射率, 电磁波在该种材料中的传播满足左手规则, 因此它也通常被人们称为异向材料、左手材料等. 虽然这种材料最初由前苏联科学家 Veselago 于 1968 年进行过理论研究, 但还是在 2000 年左右被实际制备出来后, 才真正引起人们特别的关注, 发现了一大批具有重要意义的新物理现象和性质, 例如异向折射<sup>[1-3]</sup>、超透镜<sup>[4]</sup>、电磁隐身<sup>[5,6]</sup>等. 在实际中, 负的介电常数和磁导率通常利用分裂金属环和细导线为基本单元组成的系统分别构成<sup>[1-3]</sup>, 因此人们可以构造出介电常数和磁导率同时为负的特异材料, 通常称为双负材料, 也可以构造出介电常数与磁导率只有一种为负的特异材料, 通常称为单负材料.

将这些特异材料按一定的空间结构进行排列,

得到的系统具有更多奇异的性质. 例如, 将双负特异材料与传统材料交替周期排列构成的光子晶体结构<sup>[7,8]</sup>存在物理机制上完全与传统 Bragg 带隙不同的 zero-n 带隙<sup>[9,10]</sup>, 由双负特异材料组成的一维光子晶体存在三维完全带隙<sup>[11]</sup>, 由两种单负材料交替构成的一维光子晶体存在零相位 (zero-phase) 带隙<sup>[12]</sup>, 单负材料组成的一维含缺陷光子晶体中的孪生缺陷态等<sup>[13]</sup>. 目前, 含特异材料的光子晶体特性研究已引起了人们广泛的重视.

实际中制作的结构不可能是完美有序的, 总是会一定程度上或多或少存在无序扰动. 这种无序性会在一定程度上影响原有序结构的光学性质, 其中, 光子局域现象是一种典型的物理现象. 这是一种由于结构的无序性导致波不能在结构内传播的现象, 最早由 Anderson 在研究电子在无序结构系统中的传输性质时发现<sup>[14]</sup>, 所以也称为 Anderson 局域 (Anderson Localization), Anderson 也因此获得了诺贝尔物理学奖. 因为 Anderson 局域的本质是波的多重相干效应, 所以对于波动过程是一种普遍现象, 有关的研究也从电子逐渐过渡到光子<sup>[15,16]</sup>、声

\* 国家自然科学基金 (批准号: 10504008)、教育部科学技术研究基金重点项目 (批准号: 209091) 资助的课题.

<sup>†</sup> 联系通讯人. E-mail: hanp@senu.edu.cn

子<sup>[17]</sup>,甚至一些基本粒子的领域,例如非周期晶格中的原子 Bose-Einstein 凝聚<sup>[18,19]</sup>. 另外还有一些新的系统,例如有团聚的复杂网络<sup>[20]</sup>发现了一大批新的物理现象<sup>[21]</sup>. Anderson 局域由于其深刻的物理内涵,一直是人们关注的热点<sup>[22-27]</sup>.

由于特异材料具有负的介电常数和磁导率,光在其界面及内部的传输特性与传统材料有很大的不同,因此可以预见,在含有特异材料的无序结构中的 Anderson 局域将具有一些特有的性质. 然而,相关的研究还较少开展,现有的文献报导仅讨论了由双负材料和正折射率材料交替构成的无序系统中的光子局域特性<sup>[28-30]</sup>,以及本课题组曾讨论的由两种单负材料随机排列而成的无序系统<sup>[31]</sup>.

虽然随机结构有利于纯粹的光子局域性质研究,但实际中制作的无序结构更多的是周期结构基础上的无序扰动结构. 本文详细讨论了由两种单负材料构成的周期结构中,每层材料的厚度存在一定程度的无序扰动时,光在其内部传输时的局域特性,并与我们之前讨论的随机结构进行了比较. 我们分别讨论了色散与非色散两种情况,发现这种无序扰动对通带内的影响较明显,且局域长度随无序度的增加而减小,而对于禁带,无序的影响几乎可以忽略,这与随机结构的性质有很大不同. 我们认为这主要是由于单负材料中光传输能力对界面的依赖. 相对于周期结构,无序扰动结构并没有减少界面数,而随机结构中界面数则大大减少. 在色散模型中,我们还发现,在带隙中心处光的传输性质不受无序的影响,特别的,当两种单负材料的平均有效光程厚度相等时,该处为一退局域点.

## 2. 结构描述

电磁波在由两种单负材料组成的一维周期结构中的传输性质已被人们广泛研究,其能带结构可以由 Bloch-Floquet 定理得到

$$\begin{aligned} \cos K\Lambda &= \cos(k_A d_A) \cos(k_B d_B) \\ &- \frac{1}{2} \left( \frac{q_B}{q_A} + \frac{q_A}{q_B} \right) \sin(k_A d_A) \sin(k_B d_B), \quad (1) \end{aligned}$$

其中下标 A 和 B 分别表示两种单负材料,  $K$  是 Bloch 波数,  $\Lambda = d_A + d_B$  是周期. 对于 TE 波,  $q_i = \sqrt{\varepsilon_i} / \sqrt{\mu_i}$  ( $i = A, B$ ), 而对于 TM 波,  $q_i = \sqrt{\mu_i} / \sqrt{\varepsilon_i}$ .  $k_i = k \sqrt{\varepsilon_i} / \sqrt{\mu_i}$ ,  $k$  是真空中波矢,  $\varepsilon_i$  和  $\mu_i$  分别是第  $i$  层的介电常数和磁导率. 由于本文讨论电磁波正

入射的情况,所以 TE 和 TM 波计算的结果一样,在本文中我们选用了 TM 波来计算. 对于单负材料,  $\varepsilon_i$  和  $\mu_i$  只有一个为负,因此  $k_i$  和  $q_i$  都是纯虚数,于是方程(1)可以写成

$$\begin{aligned} \cos K\Lambda &= \cosh(|k_A| d_A) \cosh(|k_B| d_B) \\ &- \frac{1}{2} \left( \frac{|q_B|}{|q_A|} + \frac{|q_A|}{|q_B|} \right) \sinh(|k_A| d_A) \\ &\times \sinh(|k_B| d_B). \quad (2) \end{aligned}$$

当(2)式的右边绝对值小于 1 时,对应实数  $K$ , 相当于传播的是 Bloch 波,对应的频率范围是通带; 当(2)式右边绝对值大于 1 时,  $K$  为复数, Bloch 波是倏逝波,对应的频率是周期结构的禁带.

无序扰动周期结构是指在周期结构的基础上,各周期单元的尺寸大小或组成材料的特性参数(例如介电常数、磁导率等)相对某平均值有一定的随机偏移,而整个结构的统计平均仍然是周期分布的一种无序结构. 这种结构在实际中非常普遍,特别是在周期结构的制作过程中,或多或少地都存在一定程度的无序扰动. 因此,这种结构的性质研究一直为人们所关注. 这里考虑当上述一维单负材料周期结构各单元的厚度存在一定程度的无序扰动时电磁波传输的局域性质. 这种无序扰动周期结构各单元的厚度可由下式进行数学描述:

$$d_A(i) = \langle d_A \rangle [1 + \delta_A \zeta_A(i)], \quad (3a)$$

$$d_B(i) = \langle d_B \rangle [1 + \delta_B \zeta_B(i)], \quad (3b)$$

其中,  $i$  表示第  $i$  个单元,  $\zeta_A$  和  $\zeta_B \in [-1, 1]$ , 为两个相互独立的随机数,  $0 \leq \delta_{A(B)} < 1$  表示无序度. 所以这个结构统计平均的空间周期是  $\Lambda = \langle d_A \rangle + \langle d_B \rangle$ , 无序部分是  $\Delta d_A(i) = \langle d_A \rangle \delta_A \zeta_A(i)$  和  $\Delta d_B(i) = \langle d_B \rangle \delta_B \zeta_B(i)$ , 如图 1 所示. 整个系统的厚度是  $L = N(\langle d_A \rangle + \langle d_B \rangle)$ , 其中  $N$  是 A, B 的层数.

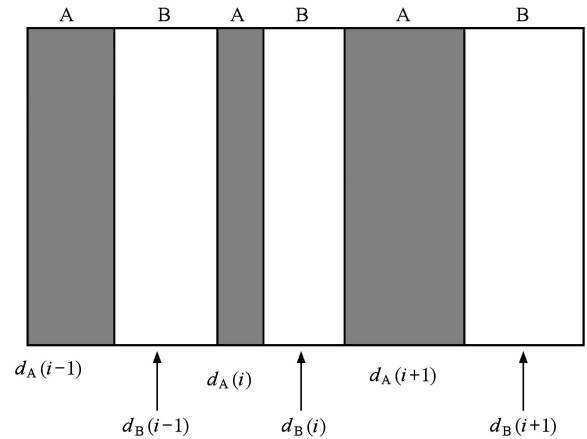


图 1 一维无序扰动周期结构示意图

按照波的局域理论,电磁波在任何无序度下的一维结构中都是局域的,描述局域强度的物理量是局域长度,定义为

$$\xi^{-1} = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{-\ln T(L)}{L}, \quad (4)$$

其中,  $L$  为系统的厚度,  $T(L)$  为系统的透射率,可通过标准的传输矩阵法求得.但在实际计算中,无法使  $L$  取无穷大.通常的做法是,对足够多个有限厚度序列的透射率  $T(L)$  进行平均后再求局域长度,可以得到较精确的值,即  $\xi^{-1} = -\langle \ln T(L) \rangle / L$ . 在本文中,计算得到的每个局域长度值都是 500 个序列的平均值,且每个序列的厚度都大于所计算得到的局域长度的 2 倍,以确保计算结果的准确性.

### 3. 非色散材料的局域特性

为了简单起见,我们先考虑特异材料为非色散的情况,即  $\varepsilon_{A(B)}$  和  $\mu_{A(B)}$  都与频率无关.其周期结构的能带可按其在长波极限下的等效介电常数  $\varepsilon_{\text{eff}} = \frac{\varepsilon_A \langle d_A \rangle + \varepsilon_B \langle d_B \rangle}{\langle d_A \rangle + \langle d_B \rangle}$  和等效磁导率  $\mu_{\text{eff}} = \frac{\mu_A \langle d_A \rangle + \mu_B \langle d_B \rangle}{\langle d_A \rangle + \langle d_B \rangle}$  的符号分为两类:第一类两者都为负值,从而等效为双负(负折射率)材料;另一类只有其中一个量为负值,等效为单负材料.图 2(a) 和 3(a) 给出了两类结构在不同频率下  $\cos(KA)$  的值.当  $|\cos(KA)| \leq 1$  时,对应通带,反之则对应禁带.所选参数分别为  $\varepsilon_A = -9, \mu_A = 1, \varepsilon_B = 1, \mu_B = -9$ , 以及  $\varepsilon_A = -3, \mu_A = 1, \varepsilon_B = 5, \mu_B = -9$ , 两结构都有  $\langle d_A \rangle = \langle d_B \rangle$ . 这两类能带结构最大的不同点在于长波极限下(即低频端),第一类能带结构是通带,而第二类能带结构是禁带.对于第一种类型,如图 2(a) 所示,  $\varepsilon_{\text{eff}} = -4, \mu_{\text{eff}} = -4$ , 即在长波极限下等效于一双负材料,对应通带;而第二种类型如图 3(a) 所示,  $\varepsilon_{\text{eff}} = 1, \mu_{\text{eff}} = -4$ , 即在长波极限下等效于一单负材料,对应禁带.

当对上述系统中引入厚度无序扰动时,计算了电磁波在结构内的传输性质.发现其与传统材料一致,各频率下的电磁波都是局域的,即其透射率随电磁波传输距离的增加而呈指数衰减.按(4)式可计算出各态的局域长度.图 2(b) 和 3(b) 分别显示了两种类型的单负结构在三种无序度下局域长度随频率的变化.图中,无序度  $\delta_A = 0, \delta_B$  在  $[0, 1)$  之间取值,即仅对材料 B 的厚度引入无序,而保持材

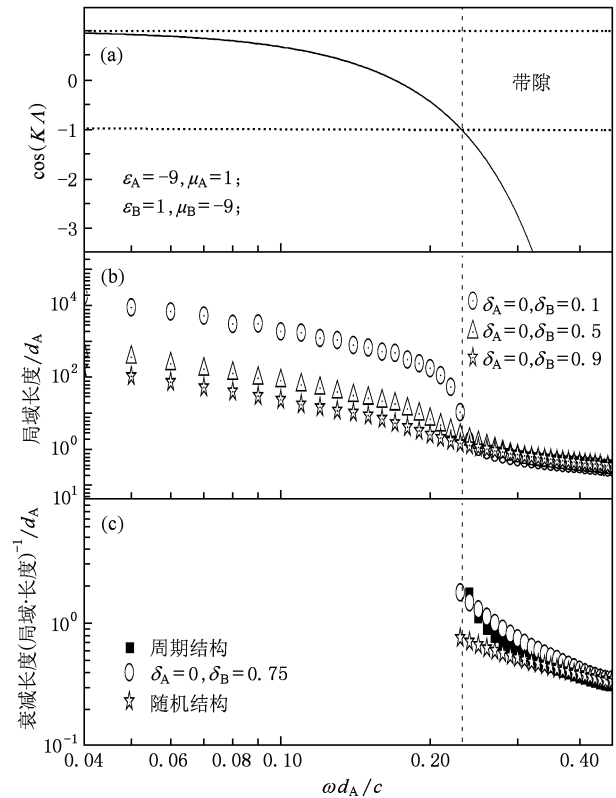


图 2 第一类非色散模型 (a) 能带结构图, (b) 不同无序度下的局域长度随频率的变化, (c) 周期结构、无序扰动周期结构和随机结构在带隙中的比较(其中  $c$  为真空中光速)

料 A 的厚度不变.我们也计算了当两个材料的厚度同时作无序扰动时的情况,发现除局域长度的值有所不同外,其他都具有类似的性质,因此本文中仅讨论一种材料的厚度无序变化时的情况.

由图 2(b) 和 3(b) 可见,无序的引入对通带内电磁波的传输影响较大.随着无序度的增加,局域长度有明显下降,即入射的电磁波在无序度较大的结构中衰减得较快.我们还计算了通带中的某一频率处的局域长度随无序度的变化情况,并与对应的正折射率材料构成的系统进行了比较,如图 4 所示.由图可见,三种结构表现出的性质几乎一致.这说明电磁波在由单负材料组成的周期结构中可以传输的物理机理与由传统材料组成的周期结构的类似,都是结构周期性排列的结果.一旦这种周期性排列被破坏,其传输能力则显著降低,表现为局域长度的减小.实际上,这一点在文献中也有讨论:通过研究单负材料周期结构内电磁波场的空间分布特性,发现其与传统材料组成的周期结构中的场的分布极为类似,也预示着两者的物理机理相近.

对于禁带,由图 2(b) 和 3(b) 可见,无序的引入

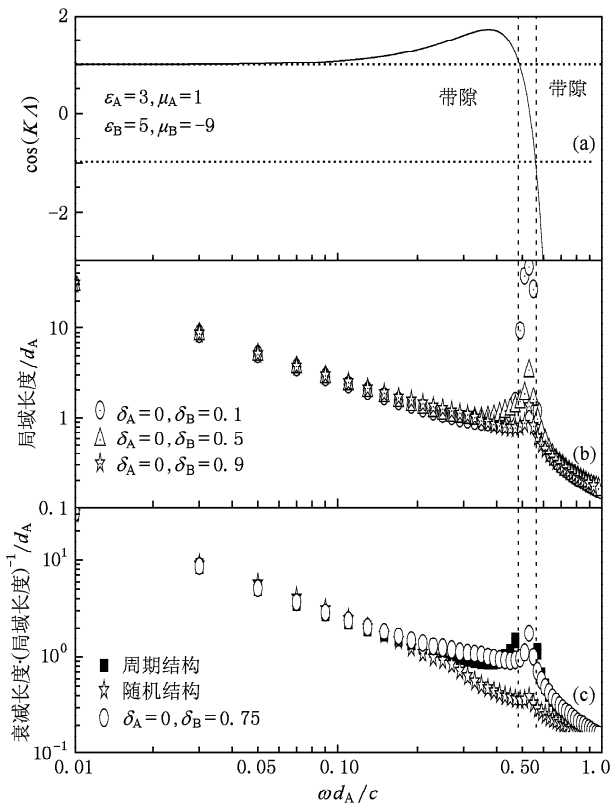


图3 第二类非色散模型 (a)能带结构图,(b)不同无序度下的局域长度随频率的变化,(c)周期结构、无序扰动周期结构和随机结构在带隙中的比较

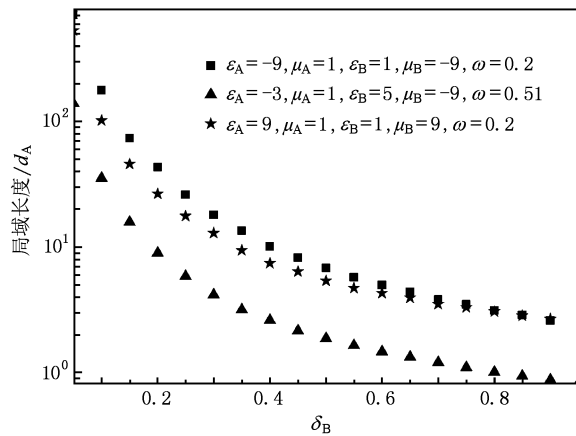


图4 非色散模型通带中某一频率处的局域长度随无序度的变化

导致的影响很小. 由于周期结构禁带内的态也是指数衰减的,我们也可以类似局域长度的定义,定义一衰减长度  $\xi_d = -L/\ln T$ ,并在图 2(c)和 3(c)中用实方形表示. 由图 2(c)和图 3(c)可见,无序的引入并未对禁带内的态有显著影响. 这与传统材料构成的无序系统有较明显区别,也不同于我们曾探讨过的单

负材料组成的随机结构. 在传统材料构成的无序系统中,局域长度明显大于相应频率位置的衰减长度. 图 2(c)和 3(c)中还给出了由单负材料构成的随机结构的局域特性(图中五角星标识),可见其局域长度明显小于周期结构的衰减长度,而无序扰动结构则正好相反,略大于周期结构的衰减长度. 我们曾在文献中讨论过,导致随机结构中局域长度小于衰减长度的原因是由于随机结构相对周期结构而言,两种材料间的界面数减少. 在单负材料构成的系统中,界面是波传输的重要因素,界面数的减少将导致其传输能力的降低,从而波的衰减长度也减少;然而在无序扰动结构中,无序的引入仅改变了各层的厚度,两材料间的界面数并未减少,因此其局域长度并未与衰减长度有明显变化,仅表现为略有增加. 这与传统的局域理论一致,也再次体现了界面在单负材料构成的系统中对波传输能力的影响.

#### 4. 色散材料的局域特性

如上所述,实际中的特异材料是色散的,即其介电常数和磁导率随频率的变化而变化. 应该指出的是,特异材料通常也是吸收的. 但由于吸收会导致电磁波的指数衰减,为了避免混淆不同的物理机理导致的指数衰减,弄清纯粹由无序导致的局域性质,本文不考虑特异材料的吸收. 因此,我们选用下面的色散模型来描述单负材料:

$$\begin{aligned} \epsilon_A &= a, \\ \mu_A &= 1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}, \end{aligned} \tag{5a}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_B &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \\ \mu_B &= b, \end{aligned} \tag{5b}$$

其中,  $a$  和  $b$  都是正的常数,  $\omega_p$  和  $\omega_c$  分别表示电场和磁场的共振频率. 可见,当频率  $\omega$  小于  $\omega_p$  和  $\omega_c$  时,材料 A 的磁导率  $\mu_A$  为负,同时,材料 B 的介电常数  $\epsilon_B$  为负,两种材料都是单负材料.

由上述两种材料交替组成的周期结构的性质已有许多文献报道,这里不再详述. 其最特殊的性质为存在一单负带隙(SNG Gap),该带隙的中心位置满足  $q_A + q_B = 0$ . 图 5(a)给出了  $\cos(KL)$  随频率的变化. 各参数的选择为:  $a = 3, b = 1, \omega_p^2 = 0.16(c/d_0)^2, \omega_c^2 = 0.08(c/d_0)^2$ , 其中  $d_0$  表示特异材料的特征长度,  $\langle d_B \rangle = 1.2d_0, \langle d_A \rangle = d_0, c$  为真

空中光速. 由图可见, 在  $\hat{\omega} = \omega d_0/c = 0.2$  附近有一带隙, 且该区域内, 两材料为单负材料, 即  $\mu_A$  与  $\varepsilon_B$  同时为负.

当在上述周期结构中引入厚度无序, 仍然发现其所有的态都是局域的. 我们计算了其在不同无序度下的局域长度, 同时为了比较, 也给出了周期结构对应带隙内的衰减长度. 如图 5(c) 所示, 其表现出与非色散结构相似的性质, 即对通带内的影响较大, 而对带隙内的影响几乎可以忽略.

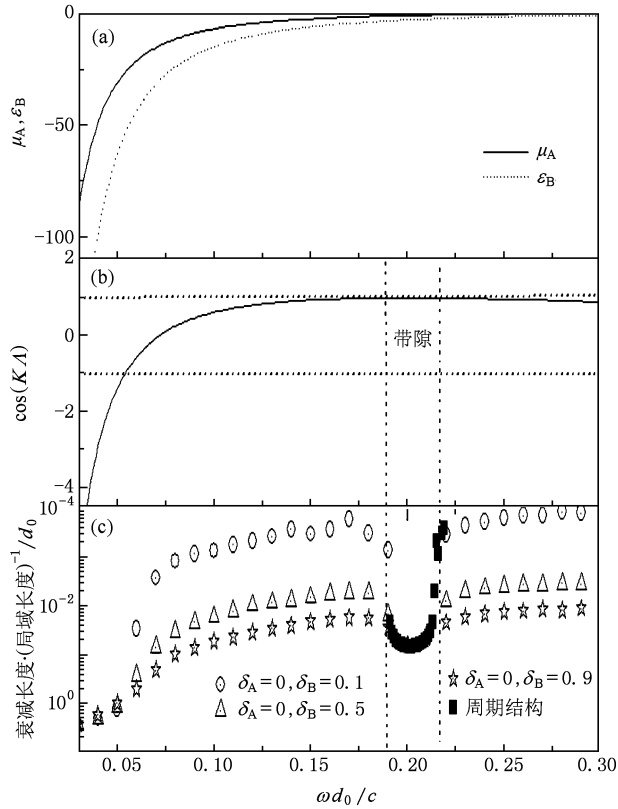


图 5 色散模型 (a) 介电函数和磁导率的色散关系, (b) 能带结构, (c) 不同无序度下局域长度与周期结构的比较

这里需要特别指出的是, 带隙中心  $\hat{\omega} = \omega d_0/c = 0.2$  处的局域长度不随无序度的变化而变化, 其与没有引入无序时周期结构在此处的衰减长度相等. 我们可以采用传输矩阵进行证明. 电磁波在层状结构系统中传输时, 其在某一层两边的场的关系可以由下列矩阵描述:

$$M_i = \begin{bmatrix} \cos k_i d_i & j/q_i \sin k_i d_i \\ j q_i \sin k_i d_i & \cos k_i d_i \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中,  $i$  表示第  $i$  层, 其余参数与 (1) 式中参数一致. 在单负材料中, 由于  $k_i$  和  $q_i$  都是纯虚数, 上式可进一步写为

$$M_i = \begin{bmatrix} \cosh |k_i| d_i & -1/q_i \sinh |k_i| d_i \\ -q_i \sinh |k_i| d_i & \cosh |k_i| d_i \end{bmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ q_i & -q_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-|k_i| d_i} & 0 \\ 0 & e^{|k_i| d_i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ q_i & -q_i \end{pmatrix}^{-1}, \quad (7)$$

对于这里讨论的由 A 和 B 两种单负材料交替组成的无序扰动周期结构, 每个单元的传输矩阵为

$$M_A M_B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ q_A & -q_A \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} e^{-|k_A|(\langle d_A \rangle + \Delta d_A)} & 0 \\ 0 & e^{|k_A|(\langle d_A \rangle + \Delta d_A)} \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ q_A & -q_A \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ q_B & -q_B \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} e^{-|k_B|(\langle d_B \rangle + \Delta d_B)} & 0 \\ 0 & e^{|k_B|(\langle d_B \rangle + \Delta d_B)} \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ q_B & -q_B \end{pmatrix}^{-1}. \quad (8)$$

对于带隙中心  $\hat{\omega} = \omega d_0/c = 0.2$  处, 由于  $q_A + q_B = 0$ , 上式可写为

$$M_A M_B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ q_A & -q_A \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} e^{-(|k_A| \langle d_A \rangle - |k_B| \langle d_B \rangle)} & 0 \\ 0 & e^{|k_A| \langle d_A \rangle - |k_B| \langle d_B \rangle} \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} e^{|k_A| \Delta d_A - |k_B| \Delta d_B} & 0 \\ 0 & e^{-|k_A| \Delta d_A + |k_B| \Delta d_B} \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ q_B & -q_B \end{pmatrix}^{-1}. \quad (9)$$

则整个系统的传输矩阵为

$$(M_A M_B)^N = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ q_A & -q_A \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} e^{-N(|k_A| \langle d_A \rangle - |k_B| \langle d_B \rangle)} & 0 \\ 0 & e^{N(|k_A| \langle d_A \rangle - |k_B| \langle d_B \rangle)} \end{pmatrix} \\ \times E \begin{pmatrix} e^{|k_A| N \Delta d_A - |k_B| N \Delta d_B} & 0 \\ 0 & e^{-|k_A| N \Delta d_A + |k_B| N \Delta d_B} \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ q_B & -q_B \end{pmatrix}^{-1}, \quad (10)$$

其中, 当  $N$  为偶数时,  $E$  为单位阵; 当  $N$  为奇数时,  $E$  为负对角线单位阵. 无论  $N$  为奇数或偶数,  $E$  并不影响最后的透射率. A 层厚度无序部分是  $N \Delta d_A = \Delta d_{A_1}$

$+ \Delta d_{A_2} + \Delta d_{A_3} + \cdots + \Delta d_{A_N}$ , B 层厚度无序部分是  $N\Delta d_B = \Delta d_{B_1} + \Delta d_{B_2} + \Delta d_{B_3} + \cdots + \Delta d_{B_N}$ . 当  $N \rightarrow \infty$  时, 按方程(3)的定义, 这两个无序部分的值趋近于零. 因此, 在带隙中心  $\hat{\omega} = \omega d_0/c = 0.2$  处, 这种无序结构的透射率和周期结构的一样, 从而使得  $\xi = \xi_d$ .

特别的, 当  $k_A \langle d_A \rangle : k_B \langle d_B \rangle = 1 : 1$  时, 即两者的有效光程厚度相等时, 由方程(10), 其透射率为 1, 即在  $\hat{\omega}_0 = 0.2$  这一点是一个退局域点. 图 6 给出

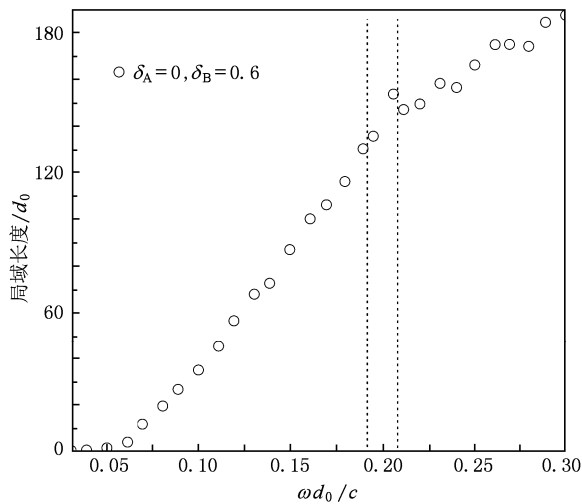


图 6 退局域现象图

的是当  $\delta_A = 0, \delta_B = 0.6$  时计算得到的局域长度随频率的变化, 发现其在带隙中心位置确实是退局域的.

## 5. 结 论

我们研究了电磁波在由单负材料组成的一维无序扰动周期结构中的 Anderson 局域行为, 分别讨论了非色散和色散两种模型. 发现在对应周期结构的通带位置, 无序导致的影响较大; 而在带隙位置, 影响则很小. 通过与随机结构中局域性质的比较, 在单负材料组成的系统中, 光的传输主要是通过界面的耦合. 无序扰动结构中并没有减少界面数, 因此其对光的传输影响较小; 而随机结构中界面数显著减少, 表现出不论在通带还是禁带, 光传输能力都受到了较大影响. 对于色散模型, 我们发现在单负带隙中心位置, 无序对光的传输没有影响, 并用传输矩阵法进行了证明. 特殊的, 当两层的有效光程厚度相等时, 该位置对应一退局域点.

- [1] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J, Stewart W J 1999 *IEEE T. Microw. Theory* **47** 2075
- [2] Smith D R, Padilla W J, Vier D C, Nemat-Nasser S C, Schultz S 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 4184
- [3] Shelby R A, Smith D R, Schultz S 2001 *Science* **292** 77
- [4] Pendry J B 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966
- [5] Pendry J B 2006 *Science* **312** 1780
- [6] Chen H, Wu B I, Zhang B, Kong J A 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 063903
- [7] Yablonovitch E 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2059
- [8] John S 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2486
- [9] Li J, Zhou L, Chan C T, Sheng P 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 083901
- [10] Wang Z D, Liu N H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 0559 (in Chinese) [王振德、刘念华 2009 物理学报 **58** 0559]
- [11] Shadrivov I V, Sukhorukov A A, Kivshar Y S 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 193903
- [12] Jiang H, Chen H, Li H, Zhang Y, Zi J 2004 *Phys. Rev. E* **69** 066607
- [13] Chen Y H, Dong J W, Wang H Z 2006 *Appl. Phys. Lett.* **89** 141101
- [14] Anderson P W 1958 *Phys. Rev.* **109** 1492
- [15] Wiersma D S 1997 *Nature* **390** 671
- [16] Storzer M, Gross P, Aegerter C M, Maret G 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 063904
- [17] Foret M, Courtens E, Vacher R, Suck J B 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 3831
- [18] Billy J 2008 *Nature* **453** 891
- [19] Roati G 2008 *Nature* **453** 895
- [20] Jahnke L, Kantelhardt J W, Berkovits R 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 175702
- [21] Sheng P 1990 *Scattering and Localization of Classical Waves in Random Media* (Singapore: World Scientific)
- [22] Ghulinyan M 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 063905
- [23] Sebbah P, Hu B, Klosner J M, Genack A Z 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 183902
- [24] Han P, Zheng C J 2008 *Phys. Rev. E* **77** 041111
- [25] Han P, Wang H Z 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 338 (in Chinese) [韩 鹏、汪河洲 2005 物理学报 **54** 338]
- [26] Han P, Wang H Z 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 1520
- [27] Hu D S, Lu X J, Zhang Y M, Zhu C P 2009 *Chin. Phys. B* **18** 2498
- [28] Dong Y, Zhang X 2006 *Phys. Lett. A* **359** 542

- [29] Asatryan H A, Botten L C, Byrne M A, Freilikher V D, Gredeksul S A 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 193902 *Express* **16** 6860
- [30] Nascimento E M, Moura F A B F de, Lyra M L 2008 *Opt.*
- [31] Han P, Chan C T, Zhang Z Q 2008 *Phys. Rev. B* **77** 115332

## Wave localization in one-dimensional periodic-on-average disordered system composed of single-negative metamaterials \*

Liu Dong-Mei Han Peng<sup>†</sup>

(Laboratory of Quantum Information Technology, South China Normal University, Guangzhou 510006, China)

(Received 14 December 2009; revised manuscript received 12 January 2010)

### Abstract

By using the transfer-matrix method, we study the Anderson localization behavior in one-dimensional periodic-on-average disordered system composed of two different single-negative (SNG) metamaterials. Non-dispersive and dispersive models have been studied respectively. It was found that the disorder has great effect on waves with frequency in the pass band of the corresponding periodic structure. However, inside the gap, the effect can be almost ignored. These features are different from those we ever found in the random single-negative system. The main reason of the difference should be the number of the interfaces between two kinds of single negative metamaterials, which should be the basic mechanism of the wave propagation in systems made of single negative metamaterials. In periodic-on-average disordered systems, the number of the interface is the same as that in periodic one. However, there is an obvious decrease in random systems, which will have a great effect on the ability of wave transport, leading to small localization length. In the case of a dispersive model, it has been proved that the randomness has no effect on the wave propagation with frequency at the center of the gap. Especially, this special point becomes a delocalization point when the ratio of effective optical thickness of two single negative materials equals one. The results facilitate further understanding of the wave transport mechanism in systems composed of metamaterials.

**Keywords:** single-negative metamaterial, localization length, transfer-matrix method, delocalization

**PACC:** 4270Q, 7155J, 3120, 4225B

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10504008) and the Key Project of Science and Technology Research Foundation of Ministry of Education, China (Grant No. 209091).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: hanp@scnu.edu.cn