第 59 卷 第 10 期 2010 年 10 月
1000-3290/2010/59(10)/7344-06
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol. 59, No. 10, October 2010

一维铁磁链中量子孤波的能级和磁矩*

李德俊† 米贤武 邓 科

(吉首大学物理科学与信息工程学院, 吉首 416000)

(2009 年 11 月 8 日收到;2010 年 2 月 2 日收到修改稿)

使用 Hartree 近似和一种简化的准离散多标度方法,研究了具有交换作用和经典磁矩相互作用的一维铁磁链中的量子孤波解. 这种一维铁磁链中不仅存在着运动的量子孤波,也存在着静态的量子孤波(即量子内禀局域模). 利用所获得的量子孤波解,进一步研究了量子孤波的能级和由量子孤波所携带的磁矩. 研究表明,量子孤波的能量和磁矩都是量子化的,这些结果为正确理解磁性材料中像磁滞回线的量子台阶等宏观量子特性提供了一条可能的途径.

关键词: 一维铁磁链, 量子孤波, 能级, 磁矩

PACC: 7510J, 7530D, 7220H, 0547

1. 引 言

在现代社会,磁性材料在科学技术的各个领域起着十分重要的作用. 特别是最近几十年来,随着科学和技术的进步,各种磁性材料的许多奇妙性质被揭示了出来,像巨磁电阻效应[1]、整数量子 Hall 效应和分数量子 Hall 效应[2,3]、磁滞回线的量子台阶效应[4,5]等. 这些奇妙的物理性质展现了十分广阔的实际应用前景,引起了研究者们的极大兴趣. 对各种各样磁性材料物理性质的研究,已经成为疑聚态物理领域十分热门的研究课题.

在磁性材料领域,考虑电子交换作用的 Heisenberg 模型,是研究者们重点探索的对象,对 Heisenberg 铁磁系统的物理性质,如系统的能量、量子相变、自旋波激发等进行了广泛的研究[6—15]. 特别是由于低维 Heisenberg 模型相对来讲比较简单,各种各样的物理特性比较容易被揭示,因而在过去的几十年中,人们从理论上和实验上对低维磁性材料进行了大量的研究,获得了许多重要的成果. 尤其是在近十多年来,对 Heisenberg 铁磁和反铁磁链的物理性质诸如量子纠缠、非线性性质等进行了广泛的考察[16—32],成为研究的热点领域. 在揭示低维磁性材料的非线性性质方面的重要发现是在一维铁磁或反铁磁链中存在着孤波激发和内禀局域模[24—32],这大大扩展了人们对铁磁材料的认识,为正确理解这些低维磁性材料的物理性质(如光学性质、电磁性质、热性质等)提供了可能的途径. 特别是由于纳米科学技术的发展,低维物理系统的实验室制备已成为可能,在这种情况下,对低维非线性物理系统的研究就显得更为重要. 尽管在这方面已经做了大量的工作,但对低维磁性材料非线性性性质,还有许多值得深入研究的问题. 例如,在研究低维磁性材料孤波的激发时,一般只考虑磁矩之间由于量子效应而存在的交换相互作用,而忽略了经典磁矩之间实际存在的电磁相互作用. 另外,有关孤波的量子特性方面的工作,像孤波的量子能级、量子孤波所携带的磁矩等,还未见到有文献报道.

2. 模型和 Hamilton 量的量子化

对于一般的铁磁材料,除了要考虑磁矩之间交换作用外,还要考虑两个磁矩之间实际存在的电磁相互作用. 设外磁场沿 z 方向,在这种情况下,体系的 Hamilton 量可写为

$$\hat{H} = -g\mu_{\mathrm{B}}B\sum_{i}S_i^z - 2\sum_{i<j}J_{ij}\boldsymbol{S}_i\cdot\boldsymbol{S}_j + \sum_{i<j}D_{ij}\left[\boldsymbol{S}_i\cdot\boldsymbol{S}_j - \frac{3}{r_{ij}^2}(\boldsymbol{S}_i\cdot\boldsymbol{r}_{ij})(\boldsymbol{S}_j\cdot\boldsymbol{r}_{ij})\right], \quad (1)$$

* 湖南省教育厅科研基金(批准号:09C825)资助的课题.

† E-mail: lidejun195658@126.com

这里 $D_{ij}=g^2\mu_B^2/r_{ij}^3$，$\boldsymbol{r}_{ij}$ 为两个磁矩之间的相对位矢；μ_B 为 Bohr 磁子. 方程(1)中的第一项代表磁矩在外磁场中的能量，第二项为电子之间交换能，J_{ij} 为交换常数；第三项表示两个磁矩之间电磁相互作用能. 对于一维铁磁链，设 z 方向沿铁磁链方向，在只考虑最近邻相互作用的情况下，我们有

$$\hat{H}=-g\mu_B B\sum_i S_i^z-J\sum_{i,\delta}\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{S}_{i+\delta}+\frac{1}{2}D\sum_{i,\delta}\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{S}_{i+\delta}-\frac{3}{2}D\sum_{i,\delta}S_i^zS_{i+\delta}^z,\quad(2)$$

这里 $\delta=\pm1$，$J=J_{i,i+\delta}$，$D=D_{i,i+\delta}$. 引进自旋上升和下降算符 $S_i^+=S_i^x+\mathrm{i}S_i^y$ 与 $S_i^-=S_i^x-\mathrm{i}S_i^y$，这样，Hamilton 量变为

$$\hat{H}=-g\mu_B B\sum_i S_i^z-(D+J)\sum_{i,\delta}S_i^zS_{i+\delta}^z+\frac{1}{2}\left(\frac{D}{2}-J\right)\sum_{i,\delta}(S_i^+S_i^-+S_i^-S_{i+\delta}^+).\quad(3)$$

为了把方程(3)写为二次量子化的形式，我们使用 Holstein-Primacoff 变换[33]，在低温情况下，只考虑与基态偏离不大的低激发态，这时平均值 $\langle a_i^+a_i\rangle$ 远小于 $2S$，因此，我们只准确到场算符的四次方项，略去高阶项，这样，Hamilton 量变为

$$\begin{aligned}\hat{H}=&-g\mu_B BSN-2(D+J)S^2N\\&+[g\mu_B B+4(D+J)S]\sum_i a_i^+a_i\\&+\left(\frac{D}{2}-J\right)S\sum_{i,\delta}(a_ia_{i+\delta}^++a_i^+a_{i+\delta})\\&-(D+J)\sum_{i,\delta}(a_i^+a_ia_{i+\delta}^+a_{i+\delta})\\&-\frac{1}{4}\left(\frac{D}{2}-J\right)\sum_{i,\delta}(a_ia_{i+\delta}^+a_{i+\delta}^+a_{i+\delta}\\&+a_i^+a_ia_ia_{i+\delta}^++a_i^+a_{i+\delta}^+a_{i+\delta}a_{i+\delta}\\&+a_i^+a_i^+a_ia_{i+\delta}),\end{aligned}\quad(4)$$

方程(4)就是 Hamilton 量的二次量子化形式，其中 a_i 和 a_i^+ 为 Bose 子湮灭与产生算符，满足 Bose 子对易式 $[a_i,a_j^+]=\delta_{ij}$. 上式有一个常数项，实际上就是铁磁体基态的能量，如果我们把基态能量作为能量的零点，则可把(4)式写为

$$\begin{aligned}\hat{H}_1=&\hat{H}-\hat{H}_0\\=&\omega_0\sum_i a_i^+a_i\\&+\left(\frac{D}{2}-J\right)S\sum_{i,\delta}(a_ia_{i+\delta}^++a_i^+a_{i+\delta})\\&-(D+J)\sum_{i,\delta}a_i^+a_ia_{i+\delta}^+a_{i+\delta}\\&+\frac{1}{4}\left(J-\frac{D}{2}\right)\sum_{i,\delta}(a_ia_{i+\delta}^+a_{i+\delta}^+a_{i+\delta}\\&+a_i^+a_ia_ia_{i+\delta}^++a_i^+a_{i+\delta}^+a_{i+\delta}a_{i+\delta}\\&+a_i^+a_i^+a_ia_{i+\delta}),\end{aligned}\quad(5)$$

这里 $\hat{H}_0=-g\mu_B BSN-2(D+J)S^2N$ 为一维铁磁链基态的能量，$\omega_0=g\mu_B B+4(D+J)S$. 方程(5)将作为下面各部分所讨论内容的出发点.

3. 量子波函数所满足的运动方程

方程(5)是 Bose 子的二次量子化 Hamilton 量，粒子数算符 $\hat{N}=\sum_i a_i^+a_i$，因此，我们所讨论的问题是一个在 Bose 子数态空间的量子力学问题. 根据量子理论，Bose 子的量子态函数满足下列含时 Schrödinger 方程：

$$\mathrm{i}\frac{\partial}{\partial t}|\Psi\rangle=\hat{H}|\Psi\rangle,\quad(6)$$

这里 Dirac 常量 $\hbar$ 被假定为 1，我们能容易地证明 $\hat{H}$ 与粒子数算符 $\hat{N}$ 可对易，因而 $\hat{H}$ 和 $\hat{N}$ 有共同本征函数，Bose 子的粒子数是一个守恒量. 在 Bose 子数态空间，n 个 Bose 子的量子态函数能被展开为

$$|\Psi\rangle=\frac{1}{\sqrt{n!}}\sum_{j_1=1}^{f}\sum_{j_2=1}^{f}\cdots\sum_{j_n=1}^{f}\theta_n(j_1,j_2\cdots j_n,t)\times a_{j_1}^+a_{j_2}^+\cdots a_{j_n}^+|0\rangle,\quad(7)$$

这里 $|0\rangle=|0\rangle_1|0\rangle_2\cdots|0\rangle_f$ 为真空态，$\theta_n(j_1,j_2\cdots j_n,t)$ 为数态空间的 n 个 Bose 子的波函数，满足下列的归一化条件

$$\sum_{j_1=1}^{f}\sum_{j_2=1}^{f}\cdots\sum_{j_n=1}^{f}|\theta_n(j_1,j_2\cdots j_n,t)|^2=1.\quad(8)$$

利用方程(5)—(7)，并注意到 Bose 子算符的对易关系 $[a_i,a_j^+]=\delta_{ij}$，经过复杂而仔细地推导，n 个 Bose 子的波函数 $\theta_n(j_1,j_2\cdots j_n,t)$ 满足下列 Schrödinger 方程

$$\begin{aligned}&\left(\mathrm{i}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}-n\omega_0\right)\theta_n(j_1,j_2,\ldots j_k\ldots j_n,t)\\&+2\left(J-\frac{D}{2}\right)S\sum_{k=1}^{n}\sum_{\delta}\theta_n(j_1,\cdots j_k-\delta,\cdots j_n,t)\\&+(D+J)\sum_{k=1}^{n}\sum_{\ell\neq k}\sum_{\delta}\delta_{j_k+\delta,j_\ell}\theta_n(j_1\cdots j_k\cdots j_\ell\cdots j_n,t)\\&-\frac{1}{4}\left(J-\frac{D}{2}\right)\sum_{k=1}^{n}\sum_{\ell\neq k}\sum_{\delta}[\delta_{j_k,j_\ell}\end{aligned}$$

$$\times\theta_n(j_1\cdots j_k-\delta,\cdots j_\ell\cdots j_n,t)$$
$$+\delta_{j_k-\delta,j_\ell}\theta_n(j_1,\cdots j_k-\delta,\cdots j_k\cdots j_n,t)$$
$$+\delta_{j_k+\delta,j_\ell}\theta_n(j_1,\cdots j_k+\delta,\cdots j_\ell\cdots j_n,t)$$
$$+\delta_{j_k+\delta,j_\ell+\delta}\theta_n(j_1\cdots j_k+\delta,\cdots j_\ell\cdots j_n,t)\big]=0. \quad (9)$$

为了求解方程(9),我们采用 Hartree 近似[34]. Hartree 近似实际上是一种平均场近似,正像我们处理多电子体系的量子力学问题时一样,把其他电子对某一单电子的作用用平均势场来代替,而多电子波函数用单电子波函数的直接乘积来表示. 基于这样的物理思想,我们把 n 个 Bose 子的量子波函数写成单个 Bose 子的量子波函数的直接乘积,即

$$\theta_n(j_1,j_2\cdots\cdots j_n,t)=\prod_{k=1}^{n}\phi_{n,j_k}(t), \quad (10)$$

这里 ϕ_{n,j_k}是单 Bose 子波函数. 应用变分原理[34],单 Bose 子波函数 ϕ_{n,j_k}满足下列非线性运动方程

$$\mathrm{i}\frac{\mathrm{d}\phi_{n,j}}{\mathrm{d}t}-\omega_0\phi_{n,j}+2\Big(J-\frac{D}{2}\Big)S\sum_\delta\phi_{n,j-\delta}$$
$$+(D+J)(n-1)\sum_\delta|\phi_{n,j+\delta}|^2\phi_{n,j}$$
$$-\frac{1}{4}\Big(J-\frac{D}{2}\Big)(n-1)\sum_\delta\big[2|\phi_{n,j}|^2\phi_{n,j-\delta}$$
$$+|\phi_{n,j-\delta}|^2\phi_{n,j-\delta}+|\phi_{n,j+\delta}|^2\phi_{n,j+\delta}$$
$$+2|\phi_{n,j}|^2\phi_{n,j+\delta}\big]=0, \quad (11)$$

在(11)式中,我们已把 ϕ_{n,j_k} 写作为 $\phi_{n,j}$.

4. 量子孤波解

方程(11)是一个十分复杂的非线性离散方程,要求出其精确解是不可能的,我们将采用一种简化的准离散多标度方法来求解方程(11)的近似解. 由于单 Bose 子波函数 $\phi_{n,j}$ 满足归一化条件,即 $\sum_{j=1}^{f}\phi_{n,j}=1$,因此,我们不难看出,当自由度 f 足够大时,$\phi_{n,j}$ 是一个一级小量,因而我们可以做下列的标度变换

$$\phi_j=\varepsilon\psi_j, \quad (12)$$

这里 ε 是一个一级小量,在(12)式中,为书写方便起见,我们忽略了下标 n. 把(12)式代入(11)式,并注意到在最近邻近似下,$\delta=\pm1$, 这样我们有

$$\mathrm{i}\frac{\mathrm{d}\psi_j}{\mathrm{d}t}-\omega_0\psi_j+2\Big(J-\frac{D}{2}\Big)S(\psi_{j+1}+\psi_{j-1})$$
$$+\varepsilon^2(D+J)(n-1)\big[|\psi_{j+1}|^2+|\psi_{j-1}|^2\big]\psi_j$$
$$-\varepsilon^2\frac{1}{2}\Big(J-\frac{D}{2}\Big)(n-1)\big[2(\psi_{j+1}+\psi_{j-1})|\psi_j|^2$$
$$+|\psi_{j+1}|^2\psi_{j+1}+|\psi_{j-1}|^2\psi_{j-1}\big]=0.$$

现在我们来寻找方程(13)的包络孤子解. 一般来讲,包络孤子的包络是时间和空间的慢变函数,而载波是时间和空间的快变函数,因此,我们引进下列多标度变量

$$t_1=\varepsilon t,\ t_2=\varepsilon^2 t,\ \xi_j=\varepsilon ja. \quad (14)$$

方程(13)的包络孤子解被假定为

$$\psi_j=\alpha_j(t_1,t_2,\xi_j)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kja-\omega t)}, \quad (15)$$

这里 k 和 ω 分别是快变载波的波数和频率,$\alpha_j(t_1,t_2,\xi_j)$ 是包络孤子的包络函数,且是时间和空间的缓变函数,a 是晶格常数. 利用以上各式, 我们可得到以下方程

$$\frac{\mathrm{d}\psi_j}{\mathrm{d}t}=\Big(-\mathrm{i}\omega\alpha_j+\varepsilon\frac{\partial\alpha_j}{\partial t_1}+\varepsilon^2\frac{\partial^2\alpha_j}{\partial t_2}\Big)$$
$$\times\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kja-\omega t)}, \quad (16)$$

$$\psi_{j+1}=\Big(\alpha_j+a\frac{\partial\alpha_j}{\partial x}+\frac{1}{2}a^2\frac{\partial^2\alpha_j}{\partial x^2}+\cdots\Big)$$
$$\times\mathrm{e}^{\mathrm{i}ka}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kja-\omega t)}, \quad (17)$$

$$\psi_{j-1}=\Big(\alpha_j-a\frac{\partial\alpha_j}{\partial x}+\frac{1}{2}a^2\frac{\partial^2\alpha_j}{\partial x^2}+\cdots\Big)$$
$$\times\mathrm{e}^{-\mathrm{i}ka}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kja-\omega t)}. \quad (18)$$

把(16)—(18)式代入方程(13),合并 ε 的同幂项,我们有

$$\Big[\omega-\omega_0+4\Big(J-\frac{D}{2}\Big)S\cos ka\Big]\alpha_j$$
$$+\varepsilon\Big[\mathrm{i}\frac{\partial\alpha_j}{\partial t_1}+\mathrm{i}4\Big(J-\frac{D}{2}\Big)Sa\sin ka\frac{\partial\alpha_j}{\partial\xi_j}\Big]$$
$$+\varepsilon^2\Big\{\mathrm{i}\frac{\partial\alpha_j}{\partial t_2}+2\Big(J-\frac{D}{2}\Big)Sa^2\cos ka\frac{\partial^2\alpha_j}{\partial\xi_j^2}$$
$$+(n-1)\Big[2(D+J)-3\Big(J-\frac{D}{2}\Big)\cos ka\Big]$$
$$\times|\alpha_j|^2\alpha_j\Big\}+0(\varepsilon^3)=0. \quad (19)$$

令 ε 的同幂项的系数为零,得到

$$\omega=\omega_0-4\Big(J-\frac{D}{2}\Big)S\cos ka, \quad (20)$$

$$\frac{\partial\alpha_j}{\partial t_1}+4\Big(J-\frac{D}{2}\Big)Sa\sin ka\frac{\partial\alpha_j}{\partial\xi_j}=0, \quad (21)$$

$$\mathrm{i}\frac{\partial\alpha_j}{\partial t_2}+2\Big(J-\frac{D}{2}\Big)Sa^2\cos ka\frac{\partial^2\alpha_j}{\partial\xi_j^2}$$
$$+(n-1)\Big[2(D+J)-3\Big(J-\frac{D}{2}\Big)\cos ka\Big]$$

$$\times |\alpha_j|^2\alpha_j = 0. \tag{22}$$

方程(20)是简谐载波的色散关系,从方程(21)和(22)我们可看出,包络函数 α_j 只是 t_2 和 ξ_j 的函数,若让 $\alpha_j = \alpha_j(t_2, z)$, 这里 $z = \xi_j - 4(J - D/2)Sat_1\sin ka$, 在这种情形下,我们有

$$\frac{\partial\alpha_j}{\partial t_1} = \frac{\partial\alpha_j}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t_1} = -4\left(J - \frac{D}{2}\right)Sa\sin ka\frac{\partial\alpha_j}{\partial z}, \tag{23}$$

$$\frac{\partial\alpha_j}{\partial\xi_j} = \frac{\partial\alpha_j}{\partial z}. \tag{24}$$

应用以上关系,我们可将方程(22)写为

$$\mathrm{i}\frac{\partial\alpha_j}{\partial t_2} + 2\left(J - \frac{D}{2}\right)Sa^2\cos ka\frac{\partial^2\alpha_j}{\partial z^2} + (n-1)\left[2(D+J) - 3\left(J - \frac{D}{2}\right) \times \cos ka\right]|\alpha_j|^2\alpha_j = 0. \tag{25}$$

令 $\alpha_j = u/\varepsilon, z_j = z/\varepsilon = \mathrm{j}a - 4(J - D/2)Sat\sin ka$, 这样方程(25)成为

$$\mathrm{i}\frac{\partial u}{\partial t} + P\frac{\partial^2 u}{\partial z_j^2} + Q|u|^2u = 0, \tag{26}$$

其中 $$P = 2\left(J - \frac{D}{2}\right)Sa^2\cos ka, \tag{27}$$

$$Q = (n-1)\left[2(D+J) - 3\left(J - \frac{D}{2}\right) \times \cos ka\right]. \tag{28}$$

方程(26)正是著名的非线性 Schrödinger 方程,可由逆散射方法求解,它的单孤子解为

$$u = \left[\frac{2P}{Q}\right]^{1/2}\kappa_0\mathrm{sech}\{\kappa_0[(j-j_0)a - v_g t]\}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\kappa_0^2Pt - \mathrm{i}\phi_0}, \tag{29}$$

这里 $v_g = 4(J - D/2)Sa\sin ka = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}k$ 为包络孤子的群速度,κ_0 和 ϕ_0 为积分常数,j_0 为一个任意的整数. 由方程(12),(15),(29),我们最终得到单 Bose 子的 Hartree 近似波函数为

$$\begin{aligned}\phi_j(t) &= \varepsilon\psi_j(t) = \varepsilon\alpha_j\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kja - \omega t)} \\ &= \varepsilon\frac{u}{\varepsilon}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kja - \omega t)} \\ &= \left[\frac{2P}{Q}\right]^{1/2}\kappa_0\mathrm{sech}\{\kappa_0[(j-j_0)a - v_g t]\} \\ &\quad\times \mathrm{e}^{-i(\omega - \kappa_0^2P)t - \mathrm{i}\varphi_0}\mathrm{e}^{\mathrm{i}kja}.\end{aligned} \tag{30}$$

方程(30)代表了一个单 Bose 子波函数的包络孤子解,这个包络孤子以群速度 v_g 在一维铁磁链中传播. 但在 Brillouin 区边界,即在 $k = \pm\pi/a$, $v_g = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}k|_{k=\pm\pi/a} = 0$, 这时,运动的量子孤波成为静态的量子孤波,即量子内禀局域模. 通过以上的内容我们可看出,即使考虑经典磁矩之间的相互作用,量子孤波也能在一维铁磁链中存在,这是本文的一个主要的结论.

5. 量子孤波的能量和磁矩

在前面的内容中,我们已经求得具有交换相互作用和经典磁矩相互作用的一维铁磁链中的量子孤波解,量子孤波具有一定的群速度,而且在 Brillouin 区边界,群速度为零,成为量子内禀局域模. 但是量子孤波的这些特征是很难从实验上加以测定的. 为了和实验测量相联系,我们有必要求出量子孤波的能级和磁矩. 根据我们所求得的量子孤波解,n 个 Bose 子的 Hartree 近似波函数为

$$|\psi_n(t)\rangle^{\mathrm{H}} = \frac{1}{\sqrt{n!}}\left(\sum_{j=1}^{f}\phi_{n,j}(t)a_j^+\right)^n|0\rangle. \tag{31}$$

这样量子孤波所具有的能量为

$$E_n = {}^{\mathrm{H}}\langle\psi_n(t)|\hat{H}|\Psi_n(t)\rangle^{\mathrm{H}} = {}^{\mathrm{H}}\langle\psi_n(t)|\mathrm{i}\frac{\partial}{\partial t}|\psi_n(t)\rangle^{\mathrm{H}}. \tag{32}$$

应用(30),(31)和(32)式,我们可求得

$$E_n = n(\omega - \kappa_0^2P)^{\mathrm{H}}\langle\psi_n(t)|\psi_n(t)\rangle^{\mathrm{H}} = n(\omega - \kappa_0^2P). \tag{33}$$

现在我们来确定积分常数 κ_0,单 Bose 子波函数 $\phi_{n,j}$ 满足归一化条件 $\sum_{j=1}^{f}|\phi_{n,j}|^2 = 1$, 如果把离散求和变为连续积分,我们有

$$\sum_{j=1}^{f}|\phi_{n,j}|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty}|\phi_j|^2\mathrm{d}j = \frac{2P}{a}\kappa_0^2\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{sech}^2\{\kappa_0 ja\}\mathrm{d}j = 1. \tag{34}$$

由上式可求得积分常数为

$$\kappa_0 = \frac{Qa}{4P}. \tag{35}$$

把(35)式代入(33)式,并利用(27)式和(28)式,我们得到量子孤波的能级为

$$E_n = n\left\{\omega_0 - 4\left(J - \frac{D}{2}\right)S\cos ka - \frac{(n-1)^2\left[2(D+J) - 3\left(J - \frac{D}{2}\right)\cos ka\right]^2}{32\left(J - \frac{D}{2}\right)S\cos ka}\right\}, \tag{36}$$

n 表示 Bose 子数,(36)式代表量子孤波的量子能级,这些能级都是量子化的,清楚地呈现了量子孤波的量子特征,很容易通过光学方法从实验上加以检测.下面我们进一步来求解量子孤波所携带的磁矩,磁矩的 z 分量为

$$\begin{aligned} m_z &= g\mu_B {}^{H}\langle \psi_n(t) \mid \sum_i S_i^z \mid \psi_n(t)\rangle^{H} \\ &= g\mu_B {}^{H}\langle \psi_n(t) \mid \sum_i (S - a_i^+ a_i) \mid \psi_n(t)\rangle^{H} \\ &= gH_B(NS - n). \end{aligned} \tag{37}$$

如果我们减去基态的磁矩,则量子孤波所携带的净磁矩为

$$m_z = -ng\mu_B. \tag{38}$$

从以上内容我们可得出结论,量子孤波不仅能量是量子化的,而且所携带的磁矩也是量子化的.这是我们在本文中所获得的十分令人感兴趣的结果,以往的文献中未见报道.

6. 结 论

通过使用一种简化的准离散多标度方法和 Hartree 近似,表明量子孤波的确能在具有交换相互作用和经典磁矩相互作用的铁磁链中存在.在一般情况下,量子孤波以一定的群速度在一维铁磁链中传播,但在 Brillouin 区边界,量子孤波的群速度为零,成为量子内禀局域模, n 个 Bose 子被钉扎在某一格点附近.特别令人感兴趣的是,量子孤波的能量和由量子孤波所携带的磁矩都是量子化的,清晰地呈现了一般量子体系所具有的量子力学特征.这些结果对于正确地理解铁磁材料中的量子力学现象具有一定的指导意义.

实际上,在铁磁和反铁磁材料中的一些奇特的物理现象已经从实验上观察到.20 世纪 90 年代末,利用微波技术,Schwarz 等就在准一维反铁磁材料 $(C_2H_3NH_3)_2CuCl_4$ 中观察到自旋波的内禀局域模[35].20 世纪 90 年代中期,Friedman 等在高自旋分子 $Mn_{12}O_{12}(CH_3COO)_{16}(H_2O)_4$ 中观察到磁滞回线的量子台阶[4,5],这是除了 Josephson 效应和量子 Hall 效应之外所观察到的为数不多的宏观量子力学效应之一,这些效应与体系的量子特征紧密相关.根据本文所得到的结果,一维铁磁链中量子孤波的能量和磁矩都是量子化的,因而我们可以预期,在一维铁磁材料中,很可能会观察到像磁滞回线的量子台阶等奇特的宏观量子现象.

[1] Baibich M N, Broto J M 1988 *Phys. Rev. Lett.* **67** 2472

[2] Klitzing K V, Dorda G, Pepper M 1980 *Phys. Rev. Lett.* **45** 494

[3] Tsui D C, Stomer H L, Gossard A C 1982 *Phys. Rev. Lett.* **48** 1559

[4] Friedman J R, Sarachik M P, Tejada J 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 3830

[5] Friedman J R, Sarachik M P, Tejada J 1996 *J. Appl. Phys.* **79** 6031

[6] Zhong J 1990 *Acta Phys. Sin.* **39** 486 (in Chinese)[钟 健 1990 物理学报 **39** 486]

[7] Ying H P, Ji D R 1993 *Acta Phys. Sin.* **42** 1845 (in Chinese)[应和平、季达人 1993 物理学报 **42** 1845]

[8] Lin N, Yu Z R 1993 *Acta Phys. Sin.* **42** 1990 (in Chinese)[林 念、于祖荣 1993 物理学报 **42** 1990]

[9] Cheng T M, Xian Y Z 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4828 (in Chinese)[成泰民、鲜于泽 2006 物理学报 **55** 4828]

[10] Cheng T M 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1066 (in Chinese)[成泰民 2007 物理学报 **56** 1066]

[11] Wang H Y, Xia Q 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5466 (in Chinese)[王怀玉、夏 青 2007 物理学报 **56** 5466]

[12] Zhang S J, Jiang J J, Liu Y J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 531 (in Chinese)[张松俊、蒋建军、刘拥军 2008 物理学报 **57** 531]

[13] He B, Ying H P, Ji D R 1996 *Acta Phys. Sin.* **45** 522 (in Chinese)[何 兵、应和平、季达人 1996 物理学报 **45** 522]

[14] Bao S Q, Zhao H, Shen J L, Yang G Z 1996 *Phys. Rev.* B **53** 735

[15] Gao Y, Zhang Y M, Chen H 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1586 (in Chinese)[高 阳、章豫梅、陈 鸿 2000 物理学报 **49** 1586]

[16] Xi X Q, Chen W X, Liu Q, Yue R H 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3026 (in Chinese)[惠小强、陈文学、刘 起、岳瑞宏 2006 物理学报 **55** 3026]

[17] Zheng Q, Zhang X P, Zhi Q J, Ren Z Z 2009 *Chin. Phys.* B **18**

3210

[18] Huang L Y, Fang M F 2008 *Chin. Phys.* B **17** 2339

[19] Zhang T, Xi X Q, Yue R H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2755 (in Chinese)[张 涛、惠小强、岳瑞宏 2004 物理学报 **53** 2755]

[20] Cai Z, Lu W B, Liu Y J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7267 (in Chinese)[蔡 卓、陆文彬、刘拥军 2008 物理学报 **57** 7267]

[21] Qin M, Tian D P, Tao Y J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5395 (in Chinese)[秦 猛、田东平、陶应娟 2008 物理学报 **57** 5395]

[22] Qin M, Xu S L, Tao Y J, Tian D P 2008 *Chin. Phys.* B **17** 2800

[23] Zhu Y, Zhu S Q, Hao X 2007 *Chin. Phys.* **16** 2229

[24] Wallis R F, Mills D L, Boardman A D 1995 *Phys. Rev.* B **52** 3828

[25] Takeno S, Kawasaki K 1992 *Phys. Rev.* B **45** 5083

[26] Lai R, Kiselev S A, Sievers A J 1996 *Phys. Rev.* B **54** 12655

[27] Lai R, Sievers A J 1997 *J. Appl. Phys.* **81** 3972

[28] Lai R, Kiselev S A, Sievers A J 1997 *Phys. Rev.* B **56** 5345

[29] English L Q, Sato M, Sievers A J 2001 *J. Appl. Phys.* **89** 6707

[30] Sato M, English L Q, Hubbard B E, Sievers A J 2002 *J. Appl. Phys.* **91** 8676

[31] Li D J, Mi X W, Deng K, Tang Y 2006 *Chin. Phys.* **15** 39

[32] Li D J, Wang X Y, Mi X W, Xue J 2008 *Commun. Theor. Phys.* **50** 1177

[33] Holstein T, Primakoff H 1940 *Phys. Rev.* **58** 1098

[34] Wright E, Eilbeck J C, Hays M H 1993 *Physica* D **69** 18

[35] Schwarz U T, English L Q, Sievers A J 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 223

Energy levels and magnetic moments of the quantum solitary wave in a one-dimensional ferromagnetic chain*

Li De-Jun† Mi Xian-Wu Deng Ke

(*College of Physics Science and Information Engineering, Jishou University, Jishou* 416000, *China*)

(Received 8 November 2009; revised manuscript received 2 February 2010)

Abstract

By using the Hartree approximation and the simplified method of quasidiscreteness multiple scales, we have studied quantum solitary wave solutions for a one-dimensional ferromagnetic chain with exchange interaction and classical magnetic moment interaction. In this chain there are both traveling and stationary quantum solilary waves. With the help of the obtained quantum solitary wave solution, the energy levels and magnetic moments of the quantum solitary wave have been investigated further. It is shown that the energy and magnetic moments of the quantum solitary wave are quantized. These novel results provide a possible way for understanding macroscopic quantum effects such as quantum steps of the hysteresis loop in magnetic materials.

Keywords: one-dimensional ferromagnetic chain, quantum solitary wave, energy level, magnetic moment

PACC: 7510J, 7530D, 7220H, 0547

* Project supported by the Scientific Research Foundation of Hunan Provincial Education Department, China (Grant No. 09C825).

† E-mail: lidejun195658@126.com