

# 基于双谱估计的 BL Lac 天体 S5 0716 + 714 光变周期<sup>\*</sup>

唐 洁<sup>1)</sup> 张 雄<sup>2)†</sup>

1) (陕西理工学院物理系, 汉中 723001)

2) (云南师范大学物理与电子信息学院, 昆明 650092)

(2010 年 1 月 27 日收到; 2010 年 4 月 3 日收到修改稿)

大幅度、快速光变是 BL Lac 天体的重要特征之一, 光变研究对探索 BL Lac 天体内部的物理过程和机理具有特殊的意义. 从大量文献中收集了 BL Lac 天体 S5 0716 + 714 光学 V, R, I 3 个波段从 1994 年到 2008 年的有效观测数据, 并将这些数据 30 天平均后进行自回归模型 (AR) 的双谱估计. 双谱的等高线图和对角切片图表明, 双谱估计能消除噪声的干扰来提取有用信息, 抑制了噪声、提高了信噪比, 有很高的分辨率, 避免了伪峰的出现, 能准确地认证 BL Lac 天体的光变周期值. 由 V, R, I 3 个波段的双谱等高线图和对称切片图发现 BL Lac 天体 S5 0716 + 714 具有 3.33 年和 3.47 年的光变周期, 这个结论和 Raiteri 等发现的 3.3 年周期是一致的, 其在 2007 年爆发了一次, 预测下次将在 2011—2012 年爆发.

**关键词:** S5 0716 + 714, 光变周期, 自回归, 双谱估计

**PACC:** 9870J

## 1. 引 言

BL Lac 天体是活动星系核中性质较为奇特的一个子类, Stein 等<sup>[1]</sup>认为若一个活动星系核具有非热辐射特征、快速光变、高偏振、无发射线这四个特征即是 BL Lac 天体. BL Lac 天体表现出来的特殊性使它们成为研究河外天体内部物理过程很重要的对象. 大幅、快速光变是其主要特性之一, 因此对光变的研究对 BL Lac 天体来说具有更特殊的意义. 在相同的观测条件下, BL Lac 天体的光变更容易被观测到, 从而更容易通过光变现象推知辐射区域内部物理条件和结构的变化, 还可能推知辐射过程的变化和辐射区域外物理环境的变化.

长期跟踪观测结果表明, 活动星系核光变显示出周期性. 很多有较长观测历史的 BL Lac 天体的长时标光变具有周期性, 很可能周期性是长时标光变的普遍现象<sup>[2]</sup>. 随着观测技术的发展, 观测数据的积累, 活动星系核光变的周期性受到越来越多的关注. 由于天文观测受到很多条件限制, 采样很不均

匀, 这就对周期分析方法提出了更高的要求. 近年来, 多种方法用来分析光变资料的周期, 常见的有 Jurkevich 方法、离散相关分析法、clean 算法、功率谱分析方法、小波分析方法等. 这些方法在计算和应用上都有其独有的优点, 但各自也有局限性, 进一步研究和完善这些方法是十分重要的, 尤其是功率谱分析方法. 我们对功率谱分析方法进行的相关研究证实无论是经典谱估计法中的周期图谱分析法还是现代谱估计法中的自回归模型法都能较准确地得到分析对象的长周期光变<sup>[3-5]</sup>; 不论采用哪种谱估计方法, 其前提要求观测资料满足线性, 噪声为白噪声, 且为平稳的最小相位系统<sup>[6]</sup>. 然而在实际的天文观测资料中存在着大量的非 Gauss 型、非平稳、非线性, 背景可能为有色噪声的信号. 如 Hakala 等用自回归方法分析 YZ Cnc 的 X 射线功率谱, 他们发现有色噪声在很大程度上影响了周期性的推断, 并用 Monte Carlo 方法证实了这一点<sup>[7]</sup>, 对于这些观测资料, 传统的功率谱方法就显得无能为力了. 因此本文引入高阶谱分析方法, 包含了功率谱没有的大量丰富信息, 它具有抑制加性 Gauss 型

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金 (批准号: 10363002, 10663002) 和陕西理工学院引进人才科研启动基金 (批准号: SLGQD0721) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail: ynzx@yeah.net

有色噪声的影响, 辨识非因果、非最小相位系统或重构非最小相位信号等强大功能<sup>[6]</sup>. 在高阶谱分析方法中, 双谱的运用最为广泛且最为简单.

人们对 BL Lac 天体 S5 0716 + 714 光变曲线历史资料中的周期特征的研究具有浓厚的兴趣, 应用不同的方法分析不同子样本都得出了大致相同的周期特性<sup>[8-11]</sup>. 本文在简要阐述双谱理论的基础上, 首先将低信噪比的模拟信号用 AR 模型双谱及对角切片进行检验, 再将该方法用在 BL Lac 天体 S5 0716 + 714 光学 V, R, I 3 个波段的历史光变资料中, 寻找可能存在的周期, 并与 AR 模型功率谱估计方法计算结果进行比较.

## 2. 双谱分析理论

### 2.1. 高阶累积量

高阶统计量通常指高于 2 阶的统计量, 一般包括高阶矩、高阶累积量及其谱、倒谱和循环累积量. 由于高阶累积量可以自动地抑制 Gauss 型背景噪声的影响, 高阶矩却不具备这一特性, 因此通常用高阶累积量及其谱作为高阶统计量的主要分析工具<sup>[6]</sup>.

设观测序列  $\{x(n)\}$  是  $k$  阶平稳的,  $\{x(n)\}$  的  $k$  阶累积量仅是时延  $m_1, m_2, \dots, m_{k-1}$  的函数, 与时刻  $n$  无关, 其 2 阶和 3 阶累积量分别为:

$$\begin{aligned} c_{2,x}(m) &= E[x(n)x(n+m)], \\ c_{3,x}(m_1, m_2) &= E[x(n)x(n+m_1) \\ &\quad \times x(n+m_2)], \end{aligned} \quad (1)$$

$k$  阶累积量  $c_{k,x}(m_1, m_2, \dots, m_{k-1})$  的  $k$  阶谱为

$$\begin{aligned} S_{k,x}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{k-1}) \\ = \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} \dots \sum_{m_{k-1}=-\infty}^{\infty} c_{k,x}(m_1, m_2, \dots, m_{k-1}) \\ \times \exp\left[-j \sum_{i=1}^{k-1} \omega_i m_i\right]. \end{aligned} \quad (2)$$

通常  $k$  阶谱对应于  $(k-1)$  谱, 3 阶谱对应双谱, 取  $k=3$  时, (2) 式简化为双谱公式, 即

$$\begin{aligned} B(\omega_1, \omega_2) &= S_{3,x}(\omega_1, \omega_2) \\ &= \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} \sum_{m_2=-\infty}^{\infty} c_{3,x}(m_1, m_2) \\ &\quad \times \exp[-j(\omega_1 m_1 + \omega_2 m_2)]. \end{aligned} \quad (3)$$

$B(\omega_1, \omega_2)$  具有如下对称性<sup>[6]</sup>:

$$B(\omega_1, \omega_2) = B(\omega_2, \omega_1) = B^*(-\omega_2, -\omega_1)$$

$$\begin{aligned} &= B^*(-\omega_1, -\omega_2) = B(-\omega_1 - \omega_2, \omega_2) \\ &= B(\omega_1, -\omega_1 - \omega_2) = B(-\omega_1 - \omega_2, \omega_1) \\ &= B(\omega_2, -\omega_1 - \omega_2). \end{aligned} \quad (4)$$

### 2.2. AR 模型双谱估计

双谱估计存在着经典法和参数模型法, 经典法估计的方差和分辨率不如参数模型法理想. 参数模型分为 3 种类型: AR 模型, MA 模型, ARMA 模型. 由于实际的物理系统大部分是全极点类型, 任何有限方差的 ARMA 或 MA 过程可以用较高阶 AR 模型来表达<sup>[6]</sup>. 因此, 为了表示一般性, 本文采用的是 AR 模型双谱估计.

对于一个离散有噪观测序列  $x_1, x_2, \dots, x_n$  建立一个自回归参数模型

$$x(n) = - \sum_{i=1}^p a_i x(n-i) + w(n), \quad (5)$$

式中  $a_i, p$  为模型的参数和阶数,  $w(n)$  是非 Gauss 型白噪声  $\{w(n)\}$ , 且  $E[w(n)] = 0, E[w^2(n)] = \sigma_w^2, E[w^3(n)] = \gamma_{3w}$ , 由此可得模型的 3 阶累积量关系式为

$$\begin{aligned} c_{3,x}(-m, -n) \\ = \sum_{i=1}^p a_i c_{3,x}(i-m, i-n) + \gamma_{3w} \delta(m, n), \end{aligned} \quad (6)$$

令

$$\begin{aligned} H(\omega) &= |H(\omega)| \exp[j\varphi(\omega)] \\ &= \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^p a_i e^{-j\omega k}}, \\ B(\omega_1, \omega_2) &= |B(\omega_1, \omega_2)| \exp[j\varphi_B(\omega_1 + \omega_2)], \\ |B(\omega_1, \omega_2)| &= |\gamma_{3w}| \cdot |H(\omega_1)| \\ &\quad \times |H(\omega_2)| |H(\omega_1 + \omega_2)|. \end{aligned} \quad (7)$$

则观测序列  $\{x(n)\}$  的双谱和双谱对角切片分别为<sup>[6]</sup>

$$\begin{aligned} B(\omega_1, \omega_2) &= \gamma_{3w} H(\omega_1) H(\omega_2) H^*(\omega_1 + \omega_2), \\ B(\omega_1, \omega_1) &= \gamma_{3w} H(\omega_1) H(\omega_1) H^*(2\omega_1). \end{aligned} \quad (8)$$

在 AR 模型双谱分析中必须考虑模型阶次的选择, 从理论上说, 增加建模阶次可以更好地逼近信号的统计特征, 但阶次取得太高会增加计算量, 而且还会使谱出现虚假的细节. 阶次的确定已有许多成熟的方法, 我们采用双谱互相关法. 模型的参数确定采取奇异值分解总体最小二乘法, 该算法具有很好的数值鲁棒性<sup>[12]</sup>.

### 3. 天文观测周期信号的模拟检验

为检验双谱分析方法的可靠性,用一个模拟信号来检验. 由于实际天文观测的信号总存在着噪声,模拟信号由 3 个正弦分量和一噪声组成,即

$$x(t) = \sum_{i=1}^3 A_i \sin 2\pi f_i t + \varepsilon_i, \quad (9)$$

其中  $A_1 = A_2 = A_3 = 2$ ,  $f_1 = 0.1$  Hz,  $f_2 = 0.2$  Hz,  $f_3 = 0.4$  Hz. 为了更具代表性,取频率  $f_1$  和  $f_2$  相差不多,和  $f_3$  相差较大. 为了验证双谱分析方法能抑制加性 Gauss 型噪声,加入的噪声  $\varepsilon_i$  是加性 Gauss 型噪声,信噪比为 6 dB.

对模拟信号数据采样 512 点后,取其前 200 点得到时域原始波形如图 1(a). 图 1(b) 为模拟信号的双谱等高线图,图 1(b) 中的  $x$  轴的  $f_1$  和  $y$  轴的  $f_2$  为二维频率. 由图 1(b) 可见峰值坐标在第一象限分别为  $(0.1, 0.1)$ ,  $(0.2, 0.2)$ ,  $(0.4, 0.4)$ ,  $(0.2, 0.4)$ ,  $(0.4, 0.2)$ , 其他象限的峰值为这些值关于  $x$ ,  $y$  轴及原点的对称值,当逐步降低信噪比时,该图像基本不变,但当降到  $-10$  dB 时图像凝聚性变差. 从图中可以看出,AR 模型双谱估计具有较高的谱分辨率,在双谱频域中具有非常明显的谱峰. 图 1(c) 为双谱对角切片图,通过该图可以看出当信号含有较多频率时,我们观察双谱切片图就能直接得到信号的所有频率. 在信号表现能力方面有了很大的提高,且谱峰更尖锐,主瓣宽度窄,比双谱的分辨率更高.

从模拟信号仿真可知,双谱等高线图和对角切片图都能够从其频域峰值找到对应的频率,频率的倒数就是信号的周期. 在低信噪比的情况下,也能将微弱信号准确检测出来,抑制噪声信号,准确地保留了与低噪时一样的目标特性. 同时,双谱分析不受加性 Gauss 型噪声和非 Gauss 型噪声的干扰,提高微弱信号的信噪比效果明显. 而在天文观测过程中,由于多方面的影响,观测资料受到背景噪声干扰较多,传统的功率谱分析方法有可能得到虚假周期,无法准确识别出目标频域特性,而双谱仍能在低信噪比情况下准确的检测出信号周期.

### 4. 计算和分析 BL Lac 天体 S5 0716 + 714 的光变周期

BL Lac 天体 S5 0716 + 714 作为平谱射电源在

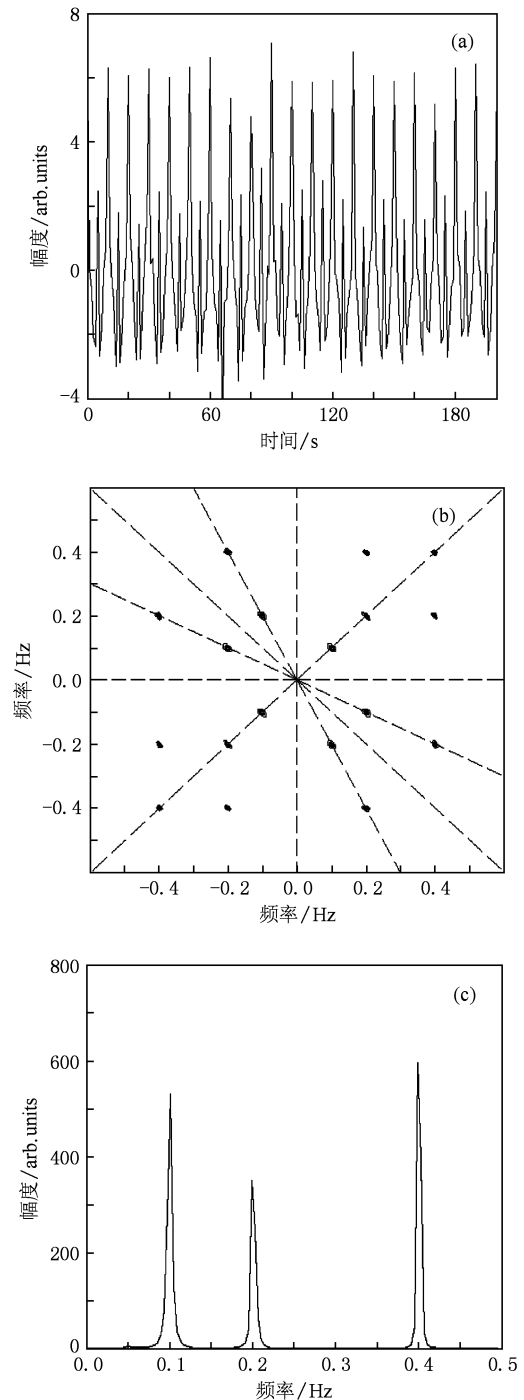


图 1 模拟信号 (a) 原始波形图, (b) 双谱等高线图, (c) 双谱对角切片图

射电巡天中被 Biermann 等<sup>[13]</sup> 发现并被认证为 BL Lac 天体,各方面的特性已被很多人研究过,其一些特性还没有定论,因此 S5 0716 + 714 得到了许多科学家广泛的关注. 我们从大量文献<sup>[9,10,14-27]</sup> 收集了 S5 0716 + 714 在光学 V, R, I 3 个波段的历史光变资料的数据,数据覆盖了 1994—2008 年长达 15 年的

观测结果,用双谱分析方法对其长周期性光变进行研究. 我们未分析光学 B 波段数据是因为在该波段所积累的观测数据还较少,得不到分析长周期光变所要的一条完整的长时标光变曲线.

#### 4.1. BL Lac 天体 S5 0716 + 714 光学 V 波段周期分析和结果

将收集的 V 波段历史光变观测数据进行了 30 天也就是一个月的算术平均处理,将间隙无观测数据的点用内插法求得的数据代替后得到等间隔的时间序列,对该时间序列进行 Gauss 型和线性检验, Gauss 型统计检验值为 291.1204,  $Pfa = 0$ . 线性检验  $R(\text{估计}) = 8.0253$ ,  $\lambda = 9.6599$ ,  $R(\text{理论}) = 8.5535$ ,  $N = 14$ .  $Pfa$  接近于零,因此接受数据是非 Gauss 型的,理论和估计的四分位范围非常接近,因此接受线性假设,由于时间序列存在单位根说明时间序列为非平稳的. 将这些时间序列建立一个自回归参数模型,确定模型的参数和阶次后就可以利用 Matlab 软件编程得到观测数据的双谱估计.

用双谱分析得到光学 V 波段的长周期光变如图 2(a) 和 (b) 所示,分别表示双谱的等高线图、双谱的对角切片图. 从双谱的等高线图上显示峰值范围较小,主要集中在  $(0.025, 0.025) \text{ month}^{-1}$  附近,其他峰值坐标分别为  $(-0.025, 0.05)$ ,  $(-0.05, 0.025)$ ,  $(-0.025, -0.025)$ ,  $(0.025, -0.05)$ ,  $(0.05, -0.025)$  与  $(0.025, 0.025)$ , 具有对称性,其峰值频率为  $0.025 \text{ month}^{-1}$ , 频率的倒数为周期,因此从双谱的等高线图上得到 V 波段的长光变周期为 3.33 年. 双谱的对角切片图更有效,没有其他由于对称性而产生的峰,仅存在一个主峰,而且这个主峰非常尖锐,对应的频率为  $(0.025 \pm 0.0056) \text{ month}^{-1}$ , 换算成周期为  $(3.33 \pm 0.63) \text{ 年}$ . 用 AR 模型功率谱估计方法计算的长周期光变如图 2(c) 所示,从图可以明显看出有一峰值频率为  $0.025 \text{ month}^{-1}$ , 和双谱得到的结果一致,但存在许多伪峰.

#### 4.2. BL Lac 天体 S5 0716 + 714 光学 R, I 波段周期分析和结果

用 V 波段同样的分析方法,计算了光学 R, I 波段的历史光变观测数据,进行 Gauss 型、线性和平稳性检验得知: R, I 波段都为平稳非 Gauss 型非线性时间序列. 图 3(a) 和 (b) 分别表示 R 波段双谱的等高线图,对角切片图. 从双谱的等高线图可以看出

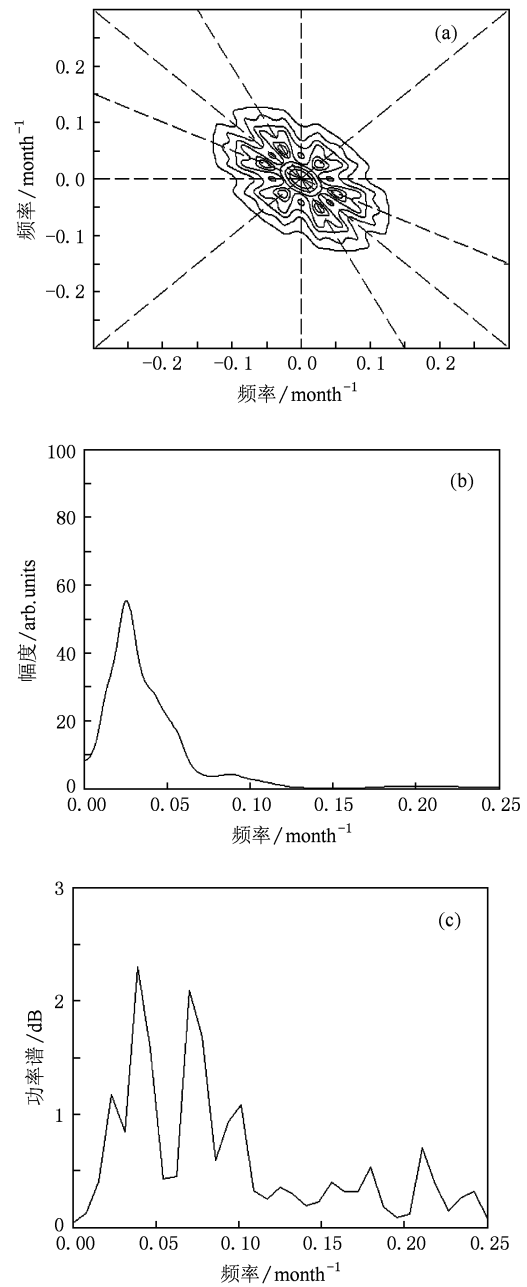


图 2 S5 0716 + 714 V 波段谱估计图 (a) 双谱等高线图, (b) 双谱对角切片图, (c) AR 模型功率谱估计图

频域峰值坐标分别为  $(-0.024, 0.048)$ ,  $(-0.048, 0.024)$ ,  $(-0.024, -0.024)$ ,  $(0.024, -0.048)$ ,  $(0.048, -0.024)$ , 根据双谱的对称性可知频率应为  $0.024 \text{ month}^{-1}$ , 对应周期为 3.47 年. 从图 3(b) 对角切片图能明显地得到其主峰的频率为  $(0.024 \pm 0.0061) \text{ month}^{-1}$ , 周期为  $(3.47 \pm 0.71) \text{ 年}$ . AR 模型功率谱估计方法计算的长周期光变如图 3(c) 所示, 图中主峰值频率为  $0.024 \text{ month}^{-1}$ , 和双谱得到的结论完全一致.

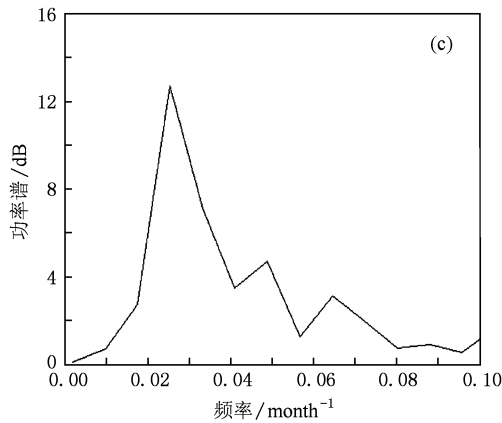
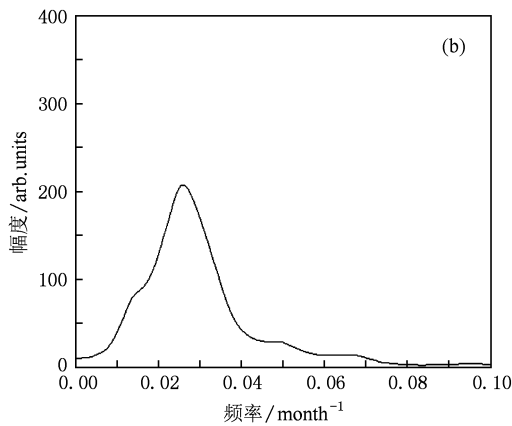
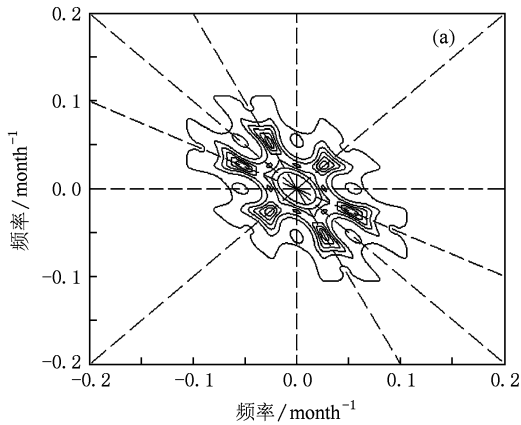


图3 S5 0716 + 714 R 波段谱估计图 (a) 双谱等高线图, (b) 双谱对角切片图, (c) AR 模型功率谱估计图

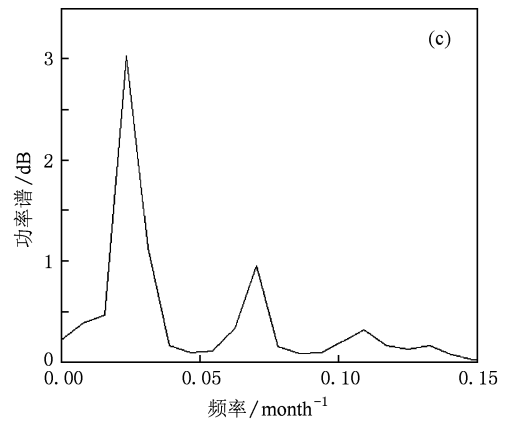
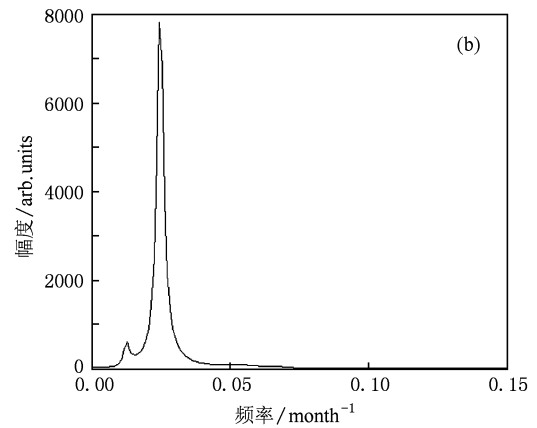
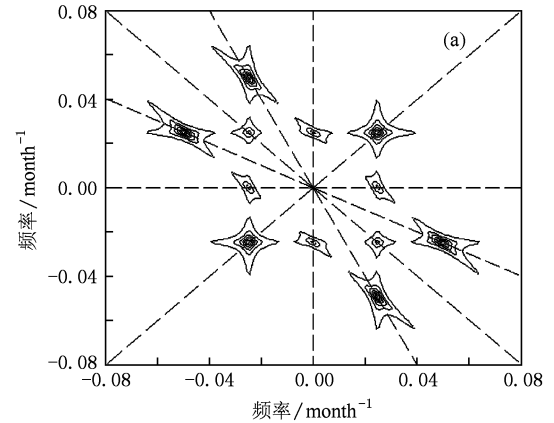


图4 S5 0716 + 714 I 波段谱估计图 (a) 双谱等高线图, (b) 双谱对角切片图, (c) AR 模型功率谱估计图

图4(a)和(b)分别表示I波段双谱的等高线图、对角切片图.从双谱的等高线图可以看出I波段双谱谱线跟V和R波段不同,双谱谱线除部分集中在低频部分外,在其外围高频区也分布了一圈,谱线较为分散,应该有两个周期,频域峰值坐标分别为 $(0, 0.025)$ ,  $(-0.025, 0.025)$ ,  $(-0.025, 0)$ ,  $(0, -0.025)$ ,  $(0.025, -0.025)$ ,  $(0.025, 0)$ ,  $(0.025, 0.025)$ ,  $(-0.025, 0.05)$ ,  $(-0.05, 0.025)$ ,  $(-0.025,$

$-0.025)$ ,  $(0.025, -0.05)$ ,  $(0.05, -0.025)$ ,主峰频率为 $0.025 \text{ month}^{-1}$ ,对应的周期为3.33年,次峰频率为 $0.0125 \text{ month}^{-1}$ ,周期6.66年应该是3.33年的叠合.从图4(b)对角切片图印证了前面的推断,主峰的频率为 $(0.025 \pm 0.0044) \text{ month}^{-1}$ ,对应的周期为 $(3.33 \pm 0.50)$ 年,次峰为 $0.0125 \text{ month}^{-1}$ 极不明显. AR模型功率谱估计方法计算的长周期光变如图4(c)所示,其中主峰值频率为 $0.025 \text{ month}^{-1}$ ,还

有一个次峰频率为  $0.070 \text{ month}^{-1}$ .

## 5. 结 论

S5 0716 + 714 是几个最受关注的 BL Lac 天体之一,其周期性光变行为得到了许多科学家广泛深入的研究. Heit 和 Wagner 发现 S5 0716 + 714 光学波段的周期为 4 天<sup>[20]</sup>. Wu 等<sup>[21]</sup>分析光学波段的周期为 0.17, 0.11, 0.23 天. Qian 等<sup>[16]</sup>计算得到的周期为 10 天. Quirrenbach 等<sup>[28]</sup>发现它的拟周期从 1 天变化到 7 天. Sagar 等<sup>[22]</sup>监测到的周期约为 30 天. Kartagainen<sup>[23]</sup>分析出在光变曲线上两个最大值的间隔时间为 60 至 70 天.

长时标周期的分析一方面需要大量观测数据的积累,另一方面对于观测数据的分布也采用多种方法综合分析,才能更准确地揭示光变的周期值. 我们将 AR 模型双谱估计及对角切片用在 BL Lac 天体 S5 0716 + 714 光学 V, R, I 3 个波段的历史光变资料中,为了和传统的功率谱分析方法对比,还用 AR 模型功率谱分析方法计算过这些光变资料的周期,得到它们的周期分别为 3.33, 3.47, 6.66 年. 这个结论和 Raiteri 等利用离散 Fourier 变换、离散相关分析法、结构函数法发现其在光学波段光变周期为 3.3 年,在射电波段有 5.5—6 年的周期<sup>[8]</sup>的结论是一致的,6.66 年是 3.33 年的两倍,是同一周期. 也支持了张皓晶等<sup>[9]</sup>利用功率谱方法得到的周期 1.1 年,利用小波分析方法得到的周期 1160 天<sup>[10]</sup>.

我们将广泛用于求长周期光变的 AR 模型功率谱分析法与双谱分析法进行了对比分析. 通过比较发现,在分析 S5 0716 + 714 光学 R, I 波段的长周期

光变时,功率谱估计法出现了不可避免的伪峰,严重干扰了周期峰的判断. 在分析光学 V 波段的长周期光变时由于噪声成分较大,周期峰值被虚假峰值所淹没,具有明显的局限性和不足. 而采用双谱分析的方法能提取出隐藏在噪声中的信号,大大抑制了背景噪声的影响,准确地保留了当背景噪声强,功率谱分析方法已经无法准确识别出隐藏在数据中的周期,而双谱分析在低信噪比情况下仍准确地检测出周期信号,所以双谱分析比传统的功率谱分析方法更有效. 特别是双谱对加性 Gauss 型噪声具有相当好的抑制作用,即便信号受 Gauss 型噪声严重污染,双谱的主峰值基本不受影响,而在天文观测中存在着大量的非 Gauss 型、非平稳、非线性、背景可能为有色噪声的信号,在这时功率谱分析方法就会失效.

双谱分析比功率谱分析方法适用范围更广. 由于天文观测往往受到强噪声的干扰,直接进行频谱分析很难得到准确可靠的结论. Asantha 等<sup>[29]</sup>研究了如何利用高阶谱特性成功提取了宇宙微波背景中的微弱信号. 谢振华等<sup>[30]</sup>发现为提高脉冲星辐射脉冲到达时间的测量精度,提出了基于双谱的脉冲星累积脉冲轮廓时间延迟测量算法,其算法测量精度也优于功率谱算法. 本文应用模拟信号及天文实测数据表明,含噪声观测数据的双谱等高线图及对角切片图能够从谱线峰值处准确找到天体的长光变周期.

感谢审稿专家对本文提出的宝贵意见和建议,感谢第四军医大学的周晓华的热心讨论.

- 
- [1] Stein W A, O'Dell S L, Strittmatter P A 1976 *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **14** 173
- [2] Begelman M C, Blandford R D, Rees M J 1980 *Nature* **287** 307
- [3] Tang J, Zhang X, Wu L 2008 *Acta Astron. Sin.* **48** 488 (in Chinese) [唐 洁、张 雄、伍 林 2007 天文学报 **48** 488]
- [4] Tang J, Zhang X, Wu L 2008 *Chin. Astron. Astrophys.* **32** 151
- [5] Tang J, Zhang X J, Pang Q, Zhang H J, Zheng Y G, Zhang X 2009 *Acta Astron. Sin.* **50** 364 (in Chinese) [唐 洁、张晓娟、庞 桥、张皓晶、郑永刚、张 雄 2009 天文学报 **50** 364]
- [6] Zhang X D 1996 *Time-Series Analysis-Higher-Order Statistics Method* (Beijing: Tsinghua University Press) pp36—102 [张贤达 1996 时间序列分析——高阶统计量方法(北京:清华大学出版社)第 36—102 页]
- [7] Hakala P, Ramsay G, Wheatley P 2004 *Astron. Astrophys.* **420** 273
- [8] Raiteri C M, Villata M, Tosti G 2003 *Astron. Astrophys.* **402** 151
- [9] Zhang H J, Zhang X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4305 (in Chinese) [张皓晶、张 雄 2007 物理学报 **56** 4305]
- [10] Zhang H J, Zhang X, Dong F T 2009 *Acta Astron. Sin.* **50** 141 (in Chinese) [张皓晶、张 雄、董富通 2009 天文学报 **50** 141]
- [11] Qian B C, Tao J, Fan J H 2002 *Astron. J.* **123** 678
- [12] Gadzow J A 1982 *Proc. IEEE* **70** 707
- [13] Biermann P, Duerbeck H, Eckart A 1981 *Astrophys. J.* **247** L53
- [14] Ghisellini G, Villata M, Raiteri C M 1997 *Astron. Astrophys.* **327** 61

- [15] Impey C D, Bychkov V, Tapia S 2000 *Astron. J.* **119** 1542  
 [16] Qian B C, Tao J, Fan J H 2000 *Pub. Astron. Soc. Pacif.* **52** Q1075  
 [17] Nesci R, Massaro E, Rossi C 2005 *Astron. J.* **130** 1466  
 [18] Bai J M, Xie G Z, Li K H 1999 *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **136** 455  
 [19] Poon H, Fan J H, Fu J N 2009 *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **185** 511P  
 [20] Heidt J, Wagner S J 1996 *Astron. Astrophys.* **305** 42  
 [21] Wu J H, Peng B, Zhou X 2005 *Astron. J.* **129** 1818  
 [22] Sagar R, Gopal-Krishna 1999 *Astron. Astrophys. Suppl.* **134** 453  
 [23] Katajainen S, Takalo L O, Sillanpää A 2000 *Astron. Astrophys. Suppl.* **143** 357  
 [24] Dai B Z, Zhang B K, Zhang L 2006 *New Astron.* **11** 471  
 [25] Gupta A C, Cha S M, Lee S 2008 *Astron. J.* **136** 2359  
 [26] Gupta A C, Fan J H, Bai J M, Wagner S J 2008 *Astron. J.* **135** 1384  
 [27] Gupta A C, Srivastava A K, Wiita P J 2009 *Astrophys. J.* **690** 216  
 [28] Quirrenbach A 1991 *Astrophys. J.* **372** L71  
 [29] Asantha C, Michael K 2003 *New Astron.* **8** 231  
 [30] Xie Z H, Xu L P, Ni G R 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6683 (in Chinese) [谢振华、许录平、倪广仁 2008 物理学报 **57** 6683]

## Optical variability periodicity analysis of BL Lac object S5 0716 + 714 based on bispectrum estimation\*

Tang Jie<sup>1)</sup> Zhang Xiong<sup>2)†</sup>

1) (Department of Physics, Shaanxi University of Technology, Hanzhong 723001, China)

2) (Department of Physics, Yunnan Normal University, Kunming 650092, China)

(Received 27 January 2010; revised manuscript received 3 April 2010)

### Abstract

Large and rapid variability is one of the defining properties of BL Lac objects. Variability in BL Lac objects has always served as a powerful and important tool for inquiring into the physics of these unusual objects. From an extensive search in the literature we have collected a total of data points of effective observations of BL Lac object S5 0716 + 714 in V, R and I bands from 1994 to 2008. Then these data are processed on 30 days baseline by autoregressive bispectrum model. In order to eliminate noise interference to extract useful information in the background of Gaussian noise, we propose a method of signal analysis and processing, which analyzes the additive Gaussian noise signal based on autoregressive bispectrum model. Bispectrum is not sensitive to Gaussian noise, it not only suppresses the Gaussian noise in the signal and greatly improves the signal to noise ratio, but also can identify the periodical variations of BL Lac objects. Our results show that the long term periods of variation are 3.33 years and 3.47 years. The conclusion is consistent with 3.3 years period which was found by Raiteri *et al.* The brightness peak was observed in 2007, so we expect the next burst in 2011—2012.

**Keywords:** S5 0716 + 714, period, autoregressive, bispectrum estimation

**PACC:** 9870J

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10363002, 10663002) and the Special Research Foundation of Shaanxi University of Technology, China (Grant No. SLGQD0721).

† Corresponding author. E-mail: ynzx@yeah.net