

具有非均匀传输和抗攻击差异的网络病毒传播模型*

宋玉蓉[†] 蒋国平

(南京邮电大学 自动化学院, 南京 210003)

(2010 年 1 月 2 日收到; 2010 年 2 月 6 日收到修改稿)

针对实际网络中节点存在抗攻击差异以及边的非均匀传输等情况, 基于平均场理论, 提出具有抗攻击差异和非均匀传输特性的网络病毒传播平均场 SIR 模型. 该模型中, 通过引入脆弱性函数和传输函数, 分别描述节点的抗攻击差异以及边的非均匀传输能力. 通过对所提模型的分析, 得到传播阈值的理论结果. 理论分析和仿真表明, 节点的抗攻击差异以及边的非均匀传输, 都可导致出现正的传播阈值, 使得病毒传播风险有效降低.

关键词: 复杂网络, 病毒传播, 抗攻击能力, 非均匀传输

PACC: 0250, 0565, 0570J

1. 引 言

复杂网络病毒传播问题已得到许多研究者的关注, 近年来, 取得了许多重要成果^[1-5]. 其中, Pastor-Satorras 等^[1, 2, 6-8] 研究发现无标度网络中传播阈值趋于 0, 由此揭示了无标度网络对抗病毒传播的脆弱性, 而在 Pastor-Satorras 等关于无尺度网络中传播阈值的研究中隐含了两个重要假设: 1) 节点传染能力等同于节点的度; 2) 节点抗攻击能力一致.

第一个假设是从边的传输能力考虑, 网络中每条边都具有均匀的传输能力. 无标度网络中, 节点度越大, 则与该节点相连的边越多, 那么其传染力越强, 即每个节点其潜在的传染力是和其度分布有关的. 然而, 该假设在以下情况并不成立, 如 Gnutella P2P 网络^[9]、性接触网络^[10] 和那些通过接触传染的传染病等, 每个个体在有限时间步里只能接触有限的个体, 即很多潜在的边是不起作用的, 亦即这些边无传输能力, 网络中边的传输能力分布是非均匀的, 那么度大的节点尽管有很多边, 但在传播中并不占据明显优势. 另外一些网络, 节点所拥有的带宽是受限的, 如果与此节点相连的边越多, 平均每条边获得的带宽资源就越少, 而与度小

的节点相连的边获得的带宽资源相对较大, 传输能力也相对要强, 那么, 这种情形下网络中边的传输能力是非均匀的, 会因对应节点度的不同而不同.

第二个假设是从节点受到感染方面考虑. 该假设认为, 任何一个健康节点不论度大小都具有相同的抗攻击能力. 由于度大的节点有更多的机会和被感染节点接触, 而使得受到感染的概率会大大增加. 这个假设在一些网络中往往也不能成立, 例如, 很多实际网络中, 节点度越大的节点, 往往成为网络中的重要节点, 具有更高的安全意识, 抵抗病毒入侵能力也会越强, 受到感染的概率随着其强的安全防范意识和措施而迅速降低. 亦即, 尽管度大的节点可能和感染者接触的机会多, 但由于其自身具有强的抗感染能力, 最终被感染的概率会低于甚至远低于系统平均感染率.

最近, 针对上述情形的相关研究已经开始. 首先, 针对节点传播能力方面, Zhou 等^[11] 分析诸如 Gnutella P2P 网络、性接触网络和 Gmail 邮件系统等, 在每个时间步内, 度大的节点只能接触有限的几个邻居, 并不能成为网络中的超级传播者, 提出了节点传染能力一致的 SIR (Susceptible-Infected-Removed) 模型. Zhang 等^[12] 在文献[11] 的研究基础上, 研究节点非线性传染能力对行为的影响. Joo 等^[13] 考虑节点间的传输特性依赖于它们的连接, 引

* 国家教育部新世纪优秀人才支持计划 (批准号: NCET-06-0510), 国家自然科学基金 (批准号: 60874091), 江苏省“六大人才高峰”高层次人才项目 (批准号: SJ209006), 南京邮电大学引进人才科研基金 (批准号: NY209021) 资助的课题.

[†] E-mail: songyr@njupt.edu.cn

入饱和函数 $C(k)$, 来降低与大度节点相连边的传输概率, 这等同于降低了网络中大度节点的有效连接, 使得这类节点的传播能力及受到感染的概率都下降. 其次, 在节点受到感染方面, 即抗攻击能力方面, Olinky 等^[14]认为, 病毒传播既依赖于网络结构, 也依赖于病毒感染机理. 在 Olinky 等建立的 SIS 模型中, 定义一个感染概率 $A(k)$, 表示度为 k 的健康节点和一个感染节点接触后受到的感染概率, 节点度 k 越大, 受到感染的概率越低, 也即节点表现出较强的抗攻击能力, 这种基于连接依赖的感染方案能导致无尺度网络出现正的传播阈值. Wang 等^[15]基于 SIR 模型, 将边的非均匀传输与网络结构相结合, 研究了边传输分布对传播阈值的影响. 文献[16]使用元胞自动机对节点存在抗攻击差异进行了研究, 指出无尺度网络的传播临界值随着大度节点抗攻击能力的增强而增大, 病毒在网络中的传播速度变得缓慢.

本文针对网络中节点存在抗攻击差异以及边具有非均匀传输特性等实际情形, 研究网络病毒传播问题. 利用平均场理论, 对无尺度网络上的病毒传播行为进行分析, 提出具有抗攻击差异和非均匀传输特性的平均场 SIR 模型. 模型中, 使用脆弱性函数描述节点的抗攻击差异, 通过引入传输函数, 表达边的非一致传输能力. 通过阈值分析和比较, 研究节点的抗攻击差异和边的非均匀传输对传播阈值的影响.

2. 基于平均场理论模型研究

无尺度网络上的度分布为 $P(k)$, 平均度为 $\langle k \rangle = \sum_k kP(k)$, 网络中每个节点处于下列三种可能的状态之一, 健康/易感态 (Susceptible, S), 感染态 (Infected, I) 和免疫态 (Removed, R). 在每个时间步 t , 一个度为 k 的健康节点与一个感染节点交互, 以概率 $\beta(k)$ 获得感染. 若在这一时刻, 其 k 个邻居中有 x 个邻居 ($x \leq k$) 已经处于感染状态, 则该节点获得感染的概率将会增加到 $1 - (1 - \beta(k))^x$. 换言之, 一个感染态节点与一个度为 k 的健康态节点存在连接, 其感染传播率为 $\beta(k)$. 考虑节点可能获得免疫包, 而变为免疫态, 令每个感染态节点以概率 δ 获得免疫, 成为免疫态节点, 那么一个有效的传播率则可以定义为 $\lambda(k) = \beta(k)/\delta$. 不失一般性, 令 $\delta = 1$, 则 $\lambda(k) = \beta(k)$.

2.1. 节点的抗攻击差异

考虑到不同节点的抗攻击能力不同, 引入节点脆弱性函数 $\alpha(k)$ 来表达度为 k 节点的脆弱性, 节点越脆弱其抗攻击能力就越弱, 就越容易被攻击, 即其获得感染的可能性就越大. 建立传播率与脆弱性函数的关系^[16]

$$\lambda(k) = c\alpha(k), \quad (1)$$

这里 c 为一常数. 按此定义, 每一个节点由其度的大小拥有不同的抗攻击能力, 而导致各个节点拥有不同的获得感染的概率. 该网络的平均传播率为

$$\begin{aligned} \lambda &= \sum_k \lambda(k)P(k) \\ &= c \sum_k \alpha(k)P(k) = c\langle \alpha(k) \rangle, \end{aligned} \quad (2)$$

这里, $\langle \alpha(k) \rangle = \sum_k \alpha(k)P(k)$, 代表 $\alpha(k)$ 的平均数学期望. 通常网络的平均传播率 λ 是可以获得的, 即当 λ 为已知, 从(2)式可以得到常数 c 为

$$c = \lambda / \langle \alpha(k) \rangle. \quad (3)$$

2.2. 边的非均匀传输

考虑节点的感染性. 在标准的 SIR 模型中, 在一个时间步里, 一个节点和它所有的邻居通信, 因此每个节点的感染性等同于节点的度, 即 Infectivity = k . 我们从边的角度来解释这个问题, 即, 节点的每条边在任意时刻拥有同等的病毒传输能力, 和节点相连的边越多, 节点的传染性越强, 这是一种理想的假设. 在大多数实际的网络中, 每条边的传输能力随时间不同以及边两端节点的不同是有差异的. 如性传播疾病网络中, 在任何一个时间段, 节点只能和有限的邻居个体接触, 与其度无关; 在诸如 P2P 的信息网络中, 节点拥有固定的带宽, k 个邻居共享这个带宽, 显然 k 越大, 每条边分得的带宽越小.

为表达这种边的非一致传输能力, 引入传输函数 $T(k)$, 描述和一个度为 k 的节点相连各条边的传输能力, 则度为 k 的节点的传染能力为 $kT(k)$.

2.3. SIR 模型建立

根据 Moreno 等提出的由一组微分方程定义的非尺度网络 SIR 模型^[6], 类似地, 我们定义 $I_k(t)$, $S_k(t)$ 和 $R_k(t)$ 分别代表网络中度为 k 节点中的感染态、健康态和免疫态所占的比例. 这些变量遵从归一化条件

$$I_k(t) + S_k(t) + R_k(t) = 1. \quad (4)$$

网络全局变量 $I(t)$, $S(t)$ 和 $R(t)$ 分别表示网络各类度节点中感染态、健康态和免疫态节点所占的比例平均. 例如, 传染病的流行度 $R(t)$ 是各类度的感染比例的平均, 即 $R(t) = \sum_k P(k) R_k(t)$.

忽略网络中度的相关性, 我们建立节点存在抗攻击差异和边具有非均匀传输特性的网络病毒传播动力学方程为

$$\frac{dI_k(t)}{dt} = -I_k(t) + c\alpha(k)kS_k(t) \frac{\sum_k kT(k)P(k)I_k(t)}{\langle k \rangle}, \quad (5)$$

$$\frac{dS_k(t)}{dt} = -c\alpha(k)kS_k(t) \frac{\sum_k kT(k)P(k)I_k(t)}{\langle k \rangle}, \quad (6)$$

$$\frac{dR_k(t)}{dt} = I_k(t). \quad (7)$$

必须指出, 由于引入了节点的脆弱性函数 $\alpha(k)$ 和边的传输函数 $T(k)$, 上述平均场方程(5)–(7)能够准确描述许多实际网络中, 节点存在抗攻击差异和边具有非均匀传输特性的病毒传播问题.

方程(5)–(7)结合初始条件 $R_k(0) = 0$, $I_k(0) = I_k^0$ 和 $S_k(0) = 1 - I_k^0$, 完整地描述了任意复杂网络上具有度分布 $P(k)$ 的 SIR 模型. 特别地, 一种感染节点具有均匀分布的初始条件: $I_k^0 = I^0$. 在这种情形下, 极限条件 $I^0 \rightarrow 0$, 有下列替换条件 $I_k(0) \simeq 0$ 和 $S_k(0) \simeq 1$. 在这个近似条件下, (6) 式可以被直接积分得到

$$S_k(t) = e^{-c\alpha(k)k\phi(t)}, \quad (8)$$

这里辅助函数 $\phi(t)$ 为

$$\begin{aligned} \phi(t) &= \int_0^t \frac{\sum_k kT(k)P(k)I_k(t)}{\langle k \rangle} dt \\ &= \frac{\sum_k kT(k)P(k)R_k(t)}{\langle k \rangle}, \end{aligned} \quad (9)$$

计算上式关于 t 的微分, 则有

$$\begin{aligned} \frac{d\phi(t)}{dt} &= \frac{\sum_k kT(k)P(k)I_k(t)}{\langle k \rangle} \\ &= \frac{\sum_k kT(k)P(k)(1 - S_k(t) - R_k(t))}{\langle k \rangle} \\ &= \frac{\langle kT(k) \rangle - \sum_k kT(k)P(k)S_k(t)}{\langle k \rangle} - \phi(t), \end{aligned} \quad (10)$$

将方程(8)代入到方程(10), 有

$$\begin{aligned} \frac{d\phi(t)}{dt} &= \frac{\langle kT(k) \rangle}{\langle k \rangle} - \phi(t) \\ &\quad - \frac{\sum_k kT(k)P(k)e^{-c\alpha(k)k\phi(t)}}{\langle k \rangle}, \end{aligned} \quad (11)$$

解出方程(11), 能够获得传染病流行度 R_∞ 是关于 $\phi_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \phi(t)$ 的一个函数, 因为 $R_k(\infty) = 1 - I_k(\infty) - S_k(\infty)$, 并且 $I_k(\infty) = 0$, 得到

$$R_\infty = \sum_k P(k)(1 - e^{-c\alpha(k)k\phi_\infty}), \quad (12)$$

既然 $I_k(\infty) = 0$, 那么 $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d\phi(t)}{dt} = 0$, 从方程(11)得到下列关于 ϕ_∞ 的自包含方程:

$$\phi_\infty = \frac{\langle kT(k) \rangle}{\langle k \rangle} - \frac{\sum_k kT(k)P(k)e^{-c\alpha(k)k\phi_\infty}}{\langle k \rangle}, \quad (13)$$

$\phi_\infty = 0$ 总是方程的一个解, 为得到一个非零解, 下列条件必须满足

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\phi_\infty} \left(\frac{\langle kT(k) \rangle}{\langle k \rangle} - \frac{\sum_k kT(k)P(k)e^{-c\alpha(k)k\phi_\infty}}{\langle k \rangle} \right) \Big|_{\phi_\infty=0} \\ \geq 1, \end{aligned} \quad (14)$$

在这个关系中隐含着一个条件

$$\frac{\sum_k ck^2T(k)P(k)\alpha(k)}{\langle k \rangle} \geq 1. \quad (15)$$

将方程(3)代入到方程(15)中, 上面的不等式进一步写为

$$\frac{\sum_k \lambda k^2T(k)P(k)\alpha(k)}{\langle k \rangle \langle \alpha(k) \rangle} = \lambda \frac{\langle k^2T(k)\alpha(k) \rangle}{\langle k \rangle \langle \alpha(k) \rangle} \geq 1, \quad (16)$$

由这个条件得到传染病阈值

$$\lambda_c = \frac{\langle k \rangle \langle \alpha(k) \rangle}{\langle k^2T(k)\alpha(k) \rangle}. \quad (17)$$

即, 如果系统传染率 $\lambda < \lambda_c$, 传染病将走向消亡; 如果 $\lambda \geq \lambda_c$, 病毒将爆发.

从上式结果可以看到, 在考虑了由节点脆弱性不同而导致的抗攻击差异, 以及边之间的非均匀传输特性后, 节点的传播阈值不仅依赖于节点度的震荡性, 还依赖于节点的脆弱性函数以及边的非均匀传输特性. 如果节点的抗攻击差异以及边的非均匀传输特性能够减缓网络的异质性影响, 那么可以得到一个正的传播阈值, 从而降低恶意软件在此类网络中的传播风险.

对(17)式, 下列几种特殊情形需要注意:

1) 当 $T(k) = 1$ 时, $\lambda_c = \frac{\langle k \rangle \langle \alpha(k) \rangle}{\langle k^2 \alpha(k) \rangle}$, 这意味着节点潜在的传染性等同于节点的度, 即边具有均匀的传输能力; 同时, 网络节点存在抗攻击差异.

2) 当 $\alpha(k) = 1$ 时, $\lambda_c = \frac{\langle k \rangle}{\langle k^2 T(k) \rangle}$, 这意味着所有的节点具有相同的抗攻击能力, 不论任何节点, 其脆弱性是一致的, 同时, 网络中所有的边具有非均匀的传输能力.

3) 当 $T(k) = 1, \alpha(k) = 1$ 时, $\lambda_c = \frac{\langle k \rangle}{\langle k^2 \rangle}$, 在这种情形下的传播阈值 λ_c 严格等于由 Moreno 等^[6]得到的无尺度网络传播阈值. 即, 节点抗攻击能力一致, 边具有均匀的传输能力.

4) $T(k) = \frac{A}{k}, \alpha(k) = 1$, 这里 A 为一常数, 则传播阈值 $\lambda_c = \frac{1}{A}$, 此结论严格等于 Yang 等^[11]研究节点传染能力一致的 SIR 模型得到的传播阈值. 即, 网络中任何节点的传染能力一致, 且为常数 A .

为进一步理解这个阈值, 以 BA 网络作为无尺度网络中的一个例子, 来分析其阈值. BA 模型中度分布函数为 $P(k) = 2m^2 k^{-3}$, 这里 m 是网络的最小连接度, 网络平均度则为 $\langle k \rangle = 2m$. 同时, 令 $\alpha(k) = k^{-a}, T(k) = Ak^{-b}$, 这里 $a \geq 0, 0 \leq b < 1, A \geq 1$.

将离散变量 k 在 $[m, \infty]$ 范围内连续变化, 从而对方程进行近似求和, 可计算传播阈值 λ_c ,

$$\lambda_c = \frac{\langle k \rangle \langle \alpha(k) \rangle}{\langle k^2 T(k) \alpha(k) \rangle} = \frac{\sum_k k P(k) \sum_k \alpha(k) P(k)}{\sum_k k^2 T(k) \alpha(k) P(k)} \approx \frac{\int_m^{+\infty} k 2m^2 k^{-3} dk \cdot \int_m^{+\infty} k^{-a} 2m^2 k^{-3} dk}{\int_m^{+\infty} k^2 A k^{-b} k^{-a} 2m^2 k^{-3} dk}, \quad (18)$$

$$\lambda_c = \frac{2m^2 \int_m^{\infty} k^{-2} dk \int_m^{\infty} k^{-3-a} dk}{A \int_m^{\infty} k^{-1-a-b} dk} = \frac{2(a+b)}{A(a+2)} m^{b-1}. \quad (19)$$

3. 仿真研究

通过数字化仿真, 研究节点的抗攻击差异和边

的非一致传输对传播阈值的影响. 仿真在 BA 模型上执行, BA 模型参数如下: $P(k) = 2m^2 k^{-3}, N = 2 \times 10^5, m = 3$, 即 $\langle k \rangle = 6$.

节点的脆弱性函数和边的传输函数分别取表 1 中所示的七种形式: 特别地, 当 $\alpha(k) = 1, T(k) = 1$ 时, 完全等价于节点抗攻击能力一致, 边具有一致的传输特性, 这种情形我们称之为第(0)种情形, 以便与后面六种情形(考虑节点存在抗攻击差异以及边的非均匀传输特性)进行相互比较.

第(1)和(2)情形代表节点存在抗攻击能力差异而边具有均匀传输能力的情况; 第(3)和(4)情形代表节点具有相同的抗攻击能力而边具有非均匀传输能力的情况, 其中, $T(k) = k^{-0.5}$ 表示边的传输能力和所连接的传输节点的度有关, 节点度越大, 与其相连的每条边的传输能力就越弱, 这也相当于许多现实网络中节点单位时间内带宽受限的情形. $T(k) = 2k^{-1}$ 则代表每个节点不论其度大小具有相同的传输能力, 等同于现实网络中, 单位时间内每个节点不论其度大小只能和其 2 个邻居交互通信, 例如性接触网络中, 每个时间步中, 他/她最多只能接触一个性伙伴. (5)和(6)情形既考虑了边的非均匀传输能力, 也考虑不同度节点具有不同的抗攻击能力(度越大的节点, 抗攻击能力越强).

表 1 七种情形下的传播阈值比较

情形	$\alpha(k)$	$T(k)$	λ_c ((17)式)	λ_c ((19)式)
(0)	1	1	0.0569	0
(1)	k^{-1}	1	0.2392	0.2222
(2)	k^{-3}	1	0.4840	0.4
(3)	1	$k^{-0.5}$	0.2974	0.2887
(4)	1	$2k^{-1}$	0.5	0.5
(5)	k^{-1}	$k^{-0.5}$	0.6260	0.5774
(6)	k^{-1}	$2k^{-1}$	0.7113	0.6667

仿真结果如图 1 所示, 与第(0)种情形相比, (1)和(2)情形中, 脆弱性函数使得传播阈值明显增加, 这意味着节点的抗攻击能力的不同对传播阈值产生重要影响. (3)和(4)情形中, 边的非均匀传输函数使得传播阈值显著增大, 同时, 稳定态时的感染规模也显著降低, 这说明边的非均匀传输有效抑制传染病的爆发和流行范围.

(5)和(6)情形既考虑了边的非均匀传输能力, 也考虑不同度节点具有不同的抗攻击能力(度越大的节点, 抗攻击能力越强), 仿真结果显示如图 1 中

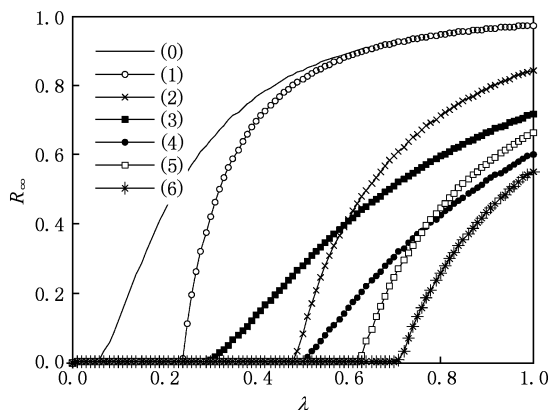


图1 节点的抗攻击差异和边的非均匀传输下的病毒传播阈值

的(5)和(6)曲线,两种因素的共同作用使得传播阈值的增加更为显著.

根据方程(17)计算可以得到这七种情形下的传播阈值,阈值结果呈现在表1中.依据(19)式可计算得到 $\alpha(k)$ 形式为 k^{-a} 时的传播阈值,同样结果也呈现在表1中.通过对比(17)和(19)式的结果,发现二者值是近似相等的,存在一定差异.差异原因是因为(19)式中网络节点数 N 趋于无穷大,即

(19)式表达的是无限网络中的理论传播阈值,而根据(17)式得到的结果是有限网络中的阈值,其中, $N = 2 \times 10^5$,此外,(17)式的阈值结果和仿真中选取的网络最大度也有关系.本仿真中令网络节点的最大度为 $d_{\max} = \sqrt{N}$.

4. 结 论

考虑真实网络中存在的抗攻击差异以及边的非均匀传输等实际情形,利用平均场理论,提出了具有抗攻击差异和非均匀传输特性的平均场SIR模型.模型中脆弱性函数描述了节点的抗攻击差异,引入传输函数表达了边的非一致传输能力.通过模型分析获得了传播阈值的理论结果.结果表明,节点的抗攻击差异以及边的非均匀传输,都可导致出现正的传播阈值从而抑制传染病的爆发.以上结果对于采取有效的免疫策略和对抗机理抑制病毒的传播,提供了参考依据.另外,对于实际网络中,如何部署节点、分配边的传输带宽以及指导实际网络设计, also 具有重要意义.

- [1] Pastor-Satorras R, Vespignani A 2001 *Phys. Rev. E* **63** 066117
- [2] Pastor-Satorras R, Vespignani A 2002 *Phys. Rev. E* **65** 035108
- [3] Zhang H F, Small M, Fu X C, Wang B H 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3639
- [4] Song Y R, Jiang G P 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5911 (in Chinese) [宋玉蓉、蒋国平 2009 物理学报 **58** 5911]
- [5] Pei W D, Chen Z Q, Yuan Z Z 2008 *Chin. Phys. B* **17** 0373
- [6] Moreno Y, Pastor Satorras R, Vespignani A 2002 *Eur. Phys. J. B* **26** 521
- [7] Boguna M, Pastor Satorras R, Vespignani A 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 028701
- [8] Pastor Satorras R, Vespignani A 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 3200
- [9] Androutsellis Theotokis S, Spinellis D 2004 *ACM Comput. Surv.* **36** 335
- [10] Liljeros F, Edling C, Amaral L, Stanley H, Yvonne A 2001 *Nature* **411** 907
- [11] Yang R, Wang B H, Ren J, Bai W J, Shi Z W, Wang W X, Zhou T 2007 *Phys. Lett. A* **364** 189
- [12] Zhang H F, Fu X C 2009 *Nonlinear Anal-Theor.* **70** 3273
- [13] Joo J, Lebowitz J L 2004 *Phys. Rev. E* **69** 066105
- [14] Olinky R, Stone L 2004 *Phys. Rev. E* **70** 30902
- [15] Wang J, Liu Z, Xu J 2007 *Physica A* **382** 715
- [16] Song Y R, Jiang G P 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 705 (in Chinese) [宋玉蓉、蒋国平 2010 物理学报 **59** 705]

Epidemic-spreading model for networks with different anti-attack abilities of nodes and nonuniform transmission of edges^{*}

Song Yu-Rong[†] Jiang Guo-Ping

(College of Automation, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

(Received 2 January 2010; revised manuscript received 6 February 2010)

Abstract

With considering different anti-attack abilities of nodes and nonuniform transmission of edges in real networks, an SIR model is proposed to investigate the threshold behaviors of epidemic in scale-free networks based on the mean-field theory. In the proposed model, a vulnerability function related to node degree is introduced to describe the diversity of nodes' anti-attack abilities, and a transmission function related to node degree is also introduced to describe the nonlinear infectivity of nodes. Theoretical analyse and numerical simulations show that the diversity of node anti-attack ability and the nonuniform transmission of diseases on edges can yield a positive epidemic threshold, meaning that the risk of epidemic prevalence is reduced.

Keywords: scale-free network, epidemic spreading, anti-attack ability, nonuniform transmission

PACC: 0250, 0565, 0570J

^{*} Project supported by the Program for New Century Excellent Talents in University of China (Grant No. NCET-06-0510), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60874091), the Six Projects Sponsoring Talent Summits of Jiangsu Province (Grant No. SJ209006), the Project for Talents in Nanjing University of Posts and Telecommunications (Grant No. NY209021).

[†] E-mail: songyr@njupt.edu.cn