

# 脉冲涡流检测瞬态涡流场的时域解析模型\*

范孟豹<sup>1)†</sup> 曹丙花<sup>2)</sup> 杨雪峰<sup>1)</sup>

1) (中国矿业大学机电工程学院, 徐州 221116)

2) (中国矿业大学信息与电气工程学院, 徐州 221116)

(2009 年 12 月 3 日收到; 2010 年 3 月 8 日收到修改稿)

应用 Laplace 反变换技术建立脉冲涡流检测瞬态涡流场的时域解析模型. 首先, 基于电磁波的反射与透射理论, 应用截断区域特征函数展开式法建立瞬态涡流场的复频域模型, 然后通过求解模型极点及其留数应用部分分式展开法求解复频域模型的 Laplace 反变换, 从而建立阶跃型和指数型电流激励下瞬态涡流场的时域解析模型. 所建模型具有实现简单、效率高、模型精度不受吉布斯效应影响等优点. 最后应用基于 Fourier 反变换的探头瞬态感应电压模型对本文所建模型, 实验结果验证了本文所建模型的正确性.

**关键词:** 脉冲涡流检测, 瞬态涡流场, 时域解析模型, Laplace 反变换

**PACC:** 0350, 4110

## 1. 引 言

脉冲涡流检测技术是一种新型电涡流检测技术, 其独特的优势使得它在深层缺陷量化检测方面具有广阔的应用前景<sup>[1,2]</sup>. 瞬态涡流场的解析建模是理解其机理的一种有效手段<sup>[3,4]</sup>, 迄今已有 30 年左右的历史. 纵观所有的解析建模研究结果, 建模方法主要有两种: Fourier 反变换法<sup>[5-7]</sup>和 Laplace 反变换法<sup>[8-11]</sup>. 需要指出的是, 两种建模方法都是以时谐涡流场的解析模型为基础.

基于 Fourier 反变换的瞬态涡流场时域解析模型应用方便, 对数学要求不高, 是当前应用的主流, 但该方法的建模精度受吉布斯效应影响<sup>[6]</sup>. 基于 Laplace 反变换的建模方法虽然也有很久的研究历史, 但是直到近十年才得到重视<sup>[8-11]</sup>. 基于 Laplace 反变换的脉冲涡流检测模型计算速度快、效率高, 特别对于大时间仿真计算优势更明显.

基于 Laplace 反变换求解时域瞬态涡流场往往先对模型的复频域表达式进行一定的数学变换, 然后从变换表中找到函数对应的时域表达式<sup>[8-10]</sup>. 采用这种方法建立的瞬态涡流场时域解析模型精度高, 但变换表的能力毕竟有限, 更多 Laplace 变换表

达式无法准确的解析求解. 最近有学者<sup>[12]</sup>打破这一传统, 将目光聚焦在求解复频域表达式的极点上. 通过对线圈感应电压的 Laplace 变换表达式作了大量数学变换后, 成功求得了模型极点及其留数, 再运用 Heaviside 展开法获得了线圈感应电压的时域解.

基于上述思想, 本文应用截断区域特征函数展开式法和电磁波的反射与透射理论建立了瞬态涡流场的复频域解析模型, 其后对模型做了大量数学变换从而能够求解模型极点及其留数, 以便应用部分分式展开法建立瞬态涡流场的时域解析模型. 实验结果验证了本文所建模型的正确性.

## 2. 瞬态涡流场的时域解析模型

### 2.1. 冲激电流激励下瞬态涡流场的时域解析模型

研究两层导电结构瞬态涡流场的时域解析模型, 如图 1 所示. 模型中第 1 层为金属平板, 第二层为空气.

两层导电结构时谐涡流场的解析模型早在上世纪 60 年代末就由 Dodd 等人<sup>[13]</sup>建立, 并得到了广泛应用, 但 Dodd 等人提出的时谐涡流场模型是积

\* 国家高技术研究发展计划 (批准号: 2008AA062202), 教育部博士点基金 (批准号: 200803350058), 中国博士后基金 (批准号: 20090460086) 和中国矿业大学校基金 (批准号: 2009A018) 资助的课题.

† E-mail: wuzhi3495@yahoo.com.cn

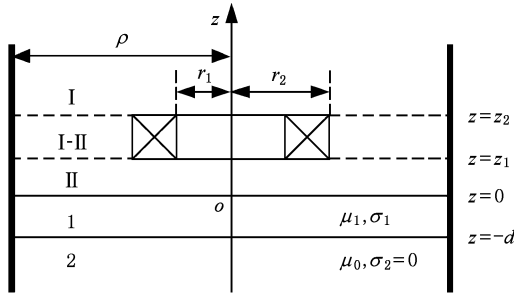


图1 两层导电结构上方的探头线圈

分模型. 后来, 作者应用截断区域特征函数展开式 (truncated region eigenfunction expansion) 法和电磁波在多层均匀媒质中的传播规律建立了基于反射和透射理论的时谐涡流场的级数解析模型<sup>[14]</sup>.

假设激励电流为冲激函数  $\delta(t)$ , 由文献[14]可知各区域中矢量磁位  $A(s)$  为

$$A_1(s, r, z) = \sum_{i=1}^{\infty} K(C_{I,i}e^{-\lambda_{0i}z} + C_{II,i}R'_{0i,1i}e^{-\lambda_{0i}z}), \quad (1)$$

$$A_{I-II}(s, r, z) = \sum_{i=1}^{\infty} K[2 - e^{\lambda_{0i}(z-z_2)} - e^{-\lambda_{0i}(z-z_1)} + C_{II,i}R'_{0i,1i}e^{-\lambda_{0i}z}], \quad (2)$$

$$A_{II}(s, r, z) = \sum_{i=1}^{\infty} KC_{II,i}(e^{\lambda_{0i}z} + R'_{0i,1i}e^{-\lambda_{0i}z}), \quad (3)$$

$$A_I(s, r, z) = \sum_{i=1}^{\infty} KC_{II,i}(C_{1,i}e^{\lambda_{0i}z} + R_{1i,2i}e^{-\lambda_{0i}z}), \quad (4)$$

$$A_2(s, r, z) = \sum_{i=1}^{\infty} KC_{II,i}C_{2,i}e^{\lambda_{0i}z}, \quad (5)$$

式中

$$K = \mu_0 J_c J_1(\lambda_{0i}r) \frac{\chi(\lambda_{0i}r_1, \lambda_{0i}r_2)}{[(\lambda_{0i}\rho)J_0(\lambda_{0i}\rho)]^2 \lambda_{0i}^2},$$

$$C_{I,i} = e^{\lambda_{0i}z_2} - e^{\lambda_{0i}z_1},$$

$$C_{II,i} = e^{-\lambda_{0i}z_1} - e^{-\lambda_{0i}z_2},$$

$$\chi(\lambda_{0i}r_1, \lambda_{0i}r_2) = \int_{\lambda_{0i}r_2}^{\lambda_{0i}r_1} x J_1(x) dx,$$

$$R'_{0i,1i} = \frac{(\lambda_{0i}\mu_{r1})^2 - \lambda_{1i}^2 + e^{-2\lambda_{1i}d} [\lambda_{1i}^2 - (\lambda_{0i}\mu_{r1})^2]}{(\lambda_{1i} + \mu_{r1}\lambda_{0i})^2 - e^{-2\lambda_{1i}d} (\lambda_{1i} - \mu_{r1}\lambda_{0i})^2},$$

$$R_{1i,2i} = \frac{2\lambda_{0i}\mu_{r1}e^{-2\lambda_{1i}d}(\lambda_{1i} - \lambda_{0i}\mu_{r1})}{(\lambda_{1i} + \mu_{r1}\lambda_{0i})^2 - e^{-2\lambda_{1i}d}(\lambda_{1i} - \lambda_{0i}\mu_{r1})^2},$$

$$C_{1,i} = \frac{2\lambda_{0i}\mu_{r1}e^{-2\lambda_{1i}d}(\lambda_{1i} + \lambda_{0i}\mu_{r1})}{(\lambda_{1i} + \mu_{r1}\lambda_{0i})^2 - e^{-2\lambda_{1i}d}(\lambda_{1i} - \lambda_{0i}\mu_{r1})^2},$$

$$C_{2,i} = \frac{4\lambda_{0i}\lambda_{1i}\mu_{r1}e^{-\lambda_{1i}d}e^{\lambda_{0i}d}}{(\lambda_{1i} + \mu_{r1}\lambda_{0i})^2 - e^{-2\lambda_{1i}d}(\lambda_{1i} - \lambda_{0i}\mu_{r1})^2},$$

$$\lambda_{1i} = \sqrt{\lambda_{0i}^2 + s\sigma_1\mu_1},$$

$\mu_1$  和  $\sigma_1$  分别为第 1 层媒质的磁导率和电导率,  $\mu_{r1}$  为第 1 层媒质的相对磁导率,  $J_c = N_c I_c [(r_2 - r_1)(z_2 - z_1)]$  为线圈电流密度,  $N_c$  是线圈匝数,  $I_c$  是冲激电流强度,  $r_1$  和  $r_2$  分别是线圈内半径和外半径,  $z_2 - z_1$  是线圈高度,  $\rho$  为求解区域半径,  $\mu_0$  自由空间磁导率,  $J_m$  是第一类  $m$  阶 Bessel 函数, 特征值  $\lambda_{0i}$  是 Bessel 函数  $J_1(\lambda_{0i}\rho)$  的第  $i$  个正根.

若要建立涡流场的时域解析模型, 需要求 (1)~(5) 式的 Laplace 反变换. 仔细研究发现, (1)~(5) 式中只有  $R'_{0i,1i}$ ,  $R_{1i,2i}$ ,  $C_{1,i}$  和  $C_{2,i}$  四个参数是复变量  $s$  的函数. 由 Laplace 变换的线性性质可知, 只要求得上述四个参数的 Laplace 反变换就能得到冲激电流激励下涡流场的时域表达式. 注意  $R'_{0i,1i}$ ,  $R_{1i,2i}$ ,  $C_{1,i}$  和  $C_{2,i}$  四个参数具有相同的分母, 所以这四个参数具有相同的极点. 以参数  $R'_{0i,1i}$  为例, 介绍采用部分分式展开法求解  $R'_{0i,1i}$  的拉普拉斯反变换.

采用部分分式展开法求 Laplace 反变换的关键是求极点, 为此对  $R'_{0i,1i}$  进行数学变换得

$$R'_{0i,1i} = \frac{(1 - e^{-2\lambda_{1i}d}) [(\lambda_{0i}\mu_{r1})^2 - \lambda_{1i}^2]}{(\lambda_{0i}\mu_{r1})^2 (1 - e^{-2\lambda_{1i}d}) + 2\lambda_{1i}\lambda_{0i}\mu_{r1} (1 + e^{-2\lambda_{1i}d}) + \lambda_{1i}^2 (1 - e^{-2\lambda_{1i}d})}. \quad (6)$$

令  $d = 2h$ , 再将分子分母同除以  $(1 - e^{-2\lambda_{1i}d})$ , 整理得

$$R'_{0i,1i} = \frac{\lambda_{1i}^2 - (\lambda_{0i}\mu_{r1})^2}{(\lambda_{0i}\mu_{r1})^2 + \lambda_{1i}\lambda_{0i}\mu_{r1} \left( \frac{e^{\lambda_{1i}h} - e^{-\lambda_{1i}h}}{e^{\lambda_{1i}h} + e^{-\lambda_{1i}h}} + \frac{e^{\lambda_{1i}h} + e^{-\lambda_{1i}h}}{e^{\lambda_{1i}h} - e^{-\lambda_{1i}h}} \right) + \lambda_{1i}^2}. \quad (7)$$

根据函数  $\tanh$  和  $\coth$  的定义有

$$R'_{0i,1i} = \frac{(\lambda_{0i}\mu_{r1})^2 - \lambda_{1i}^2}{(\lambda_{0i}\mu_{r1})^2 + \lambda_{1i}\lambda_{0i}\mu_{r1} [\tanh(\lambda_{1i}h) + \coth(\lambda_{1i}h)] + \lambda_{1i}^2}. \quad (8)$$

因  $\tanh$  和  $\coth$  的乘积为 1, 对(8)式因式分解有

$$R'_{0i,1i} = \frac{(\lambda_{0i}\mu_{r1})^2 - \lambda_{1i}^2}{[(\lambda_{0i}\mu_{r1})\tanh(\lambda_{1i}h) + \lambda_{1i}][(\lambda_{0i}\mu_{r1})\coth(\lambda_{1i}h) + \lambda_{1i}]} \quad (9)$$

令  $\zeta = \lambda_{1i}h$  和  $\varphi = \frac{1}{\lambda_{0i}\mu_{r1}h}$ , 则

$$R'_{0i,1i} = \frac{1 - (\zeta\varphi)^2}{[\tanh(\zeta) + \zeta\varphi][\coth(\zeta) + \zeta\varphi]} \quad (10)$$

令  $\zeta = j\xi$ , 并由  $\tanh(x) = -j\tan(jx)$  和  $\coth(x) = j\cot(jx)$  得

$$\begin{aligned} R'_{0i,1i} &= \frac{1 - (j\xi\varphi)^2}{[j\tan(\xi) + j\xi\varphi][-j\cot(\xi) + j\xi\varphi]} \\ &= \frac{1 + (\xi\varphi)^2}{[\tan(\xi) + \xi\varphi][\cot(\xi) - \xi\varphi]} \\ &= \frac{F_1(s)}{F_2(s)}. \end{aligned} \quad (11)$$

为求  $R'_{0i,1i}$  的极点, 令

$$[\tan(\xi) + \xi\varphi][\cot(\xi) - \xi\varphi] = 0, \quad (12)$$

即

$$\tan(\xi) + \xi\varphi = 0, \quad (13a)$$

$$\cot(\xi) - \xi\varphi = 0. \quad (13b)$$

由前述的一系列变换知

$$s = -\frac{\left[\left(\frac{\xi}{h}\right)^2 + \lambda_{0i}^2\right]}{\sigma_1\mu_1}. \quad (14)$$

用  $\xi_{ii}$  和  $\xi_{ci}$  分别表示(13a)和(13b)式的根, 应用部分分式展开法得

$$R'_{0i,1i}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{F_{1i}(s_{ii,ci})}{F'_{2i}(s_{ii,ci})} e^{s_{ii,ci}t}, \quad (15)$$

由  $\xi = -j\lambda_{1i}h$  得

$$(\xi)' = (-j\lambda_{1i}h)' = -\frac{h^2\mu_1\sigma_1}{2\xi}. \quad (16)$$

最终得

$$R'_{0i,1i}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} (A_{ii}e^{s_{ii}t} + A_{ci}e^{s_{ci}t}), \quad (17)$$

其中

$$A_{ii} = -\frac{1 + (\xi_{ii}\varphi)^2}{[\cot(\xi_{ii}) - \varphi\xi_{ii}][\varphi + \sec^2(\xi_{ii})]}\frac{2\xi_{ii}}{\mu_1\sigma_1h^2},$$

$$A_{ci} = \frac{1 + (\xi_{ci}\varphi)^2}{[\tan(\xi_{ci}) + \varphi\xi_{ci}][\varphi + \csc^2(\xi_{ci})]}\frac{2\xi_{ci}}{\mu_1\sigma_1h^2}.$$

至此, 只要求得(13)式的根  $\xi_{ii}$  和  $\xi_{ci}$  就能确定  $R'_{0i,1i}(t)$ , 进而建立冲激电流激励下瞬态涡流场的时域解析模型.

## 2.2. 阶跃型和指数型激励电流的涡流场时域解析模型

在脉冲涡流检测的数学建模中, 通常考虑阶跃型和指数型电流激励源. 指数型电流激励源可用下式表示

$$I(t) = I_c(1 - e^{-t/\tau_0})u(t), \quad (18)$$

其中,  $I_c$  为电流激励幅值,  $\tau_0$  为时间常数,  $u(t)$  为阶跃函数.

因阶跃型电流激励可看作  $\tau_0$  等于零的指数型电流激励. 基于此, 下文只研究了指数型电流激励下涡流场的时域解析模型.

(18)式的 Laplace 变换是

$$I(s) = I_c\left(\frac{1}{s} - \frac{\tau_0}{\tau_0s + 1}\right), \quad (19)$$

指数型电流激励下矢量磁位  $A(s, r, z)$  中含有复变量  $s$  的表达式如下

$$G(s) = R'_{0i,1i}(s) \frac{1}{s(\tau_0s + 1)}. \quad (20)$$

若求矢量磁位  $A(t, r, z)$  的时域表达式, 需要求  $G(s)$  的反变换. 而  $G(s)$  的极点就是  $R'_{0i,1i}(s)$  和  $\frac{1}{s(\tau_0s + 1)}$  的极点, 应用部分分式展开法可求  $g(t)$ , 即

$$g(t) = B_0 + B_\tau e^{-\frac{t}{\tau_0}} + \sum_{i=1}^{\infty} (B_{ii}e^{s_{ii}t} + B_{ci}e^{s_{ci}t}), \quad (21)$$

其中

$$B_0 = \frac{1 + (\xi_0\varphi)^2}{[\tan(\xi_0) + \xi_0\varphi][\cot(\xi_0) - \xi_0\varphi]},$$

$$B_\tau = -\frac{1 + (\xi_\tau\varphi)^2}{[\tan(\xi_\tau) + \xi_\tau\varphi][\cot(\xi_\tau) - \xi_\tau\varphi]},$$

$$B_{ii,ci} = \frac{A_{ii,ci}}{s_{ii,ci}(\tau_0s_{ii,ci} + 1)},$$

$\xi_0$  与  $\xi_\tau$  可由(14)式计算, 参数  $A_{ii}$ ,  $A_{ci}$ ,  $s_{ii}$  和  $s_{ci}$  的含义见(17)式.

## 3. 脉冲涡流检测探头响应的时域解析模型

已知矢量磁位  $A$  的解析模型, 根据欧姆定律可

非常容易得建立探头瞬态感应电压的解析模型<sup>[14]</sup>. 根据(17)式, 当激励电流为阶跃函数时, 探头瞬态感应电压变化量的时域表达式如下

$$\Delta U_{\text{step}} = \frac{2\pi\mu_0 N_c^2 I_c}{(r_2 - r_1)^2 (z_2 - z_1)^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\chi^2(\lambda_{0i} r_1, \lambda_{0i} r_2)}{\lambda_{0i}^7 [hJ_0(\lambda_{0i} h)]^2} \times (e^{-\lambda_{0i} z_1} - e^{-\lambda_{0i} z_2})^2 \frac{d(R'_{0i,1t})}{dt}, \quad (22)$$

其中,  $R'_{0i,1t}$  的表达式见(17)式.

根据(21)式, 当探头激励电流为指数时, 探头瞬态感应电压变化量为

$$\Delta U_{\text{exp}} = \frac{2\pi\mu_0 N_c^2 I_c}{(r_2 - r_1)^2 (z_2 - z_1)^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\chi^2(\lambda_{0i} r_1, \lambda_{0i} r_2)}{\lambda_{0i}^7 [hJ_0(\lambda_{0i} h)]^2} \times (e^{-\lambda_{0i} z_1} - e^{-\lambda_{0i} z_2})^2 g(t), \quad (23)$$

其中

$$g(t) = B_{\tau} e^{-\frac{t}{\tau_0}} + \sum_{i=1}^{\infty} (B_{\xi_i} e^{s_i t} + B_{c_i} e^{s_c t}),$$

$$B_{\tau} = \frac{1 + (\xi_{\tau} \varphi)^2}{\tau_0 [\tan(\xi_{\tau}) + \xi_{\tau} \varphi] [\cot(\xi_{\tau}) - \xi_{\tau} \varphi]},$$

$$B_{\xi_i, c_i} = \frac{A_{\xi_i, c_i}}{\tau_0 s_{\xi_i, c_i} + 1},$$

$\xi_{\tau}$  可由式子(14)计算, 参数  $A_{\xi_i}$ ,  $A_{c_i}$ ,  $s_{\xi_i}$  和  $s_{c_i}$  的含义见(17)式.

## 4. 实验与结果讨论

以工程中广泛应用的两层导电结构检测为研究对象(结构如图1所示), 分别计算阶跃型和指数型电流激励下的瞬态感应电压变化量, 探头和试件参数见文献[11]. 为了验证模型的正确性, 将本文建立的模型与基于 Fourier 反变换的瞬态感应电压变化量的时域模型<sup>[7]</sup>进行了对比.

基于 Fourier 反变换的探头瞬态感应电压变化量的时域表达式如下

$$\Delta U_{\text{exp}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (24)$$

其中,  $F(j\omega) = \Delta Z(j\omega) I(j\omega)$ ,  $\Delta Z(j\omega)$  为探头阻抗增量表达式<sup>[14]</sup>,  $I(j\omega)$  为激励电流.

阶跃型和指数型电流激励下, 探头瞬态感应电压变化量分别如图2和图3所示.

从图2和图3可见, 本文建立的基于 Laplace 反变换的探头瞬态感应电压模型(ILT)与基于 Fourier 变换的模型(IFT)符合良好, 表明本文建立的探头瞬态感应电压模型是正确的, 也间接验证了瞬态涡流场时域解析模型.

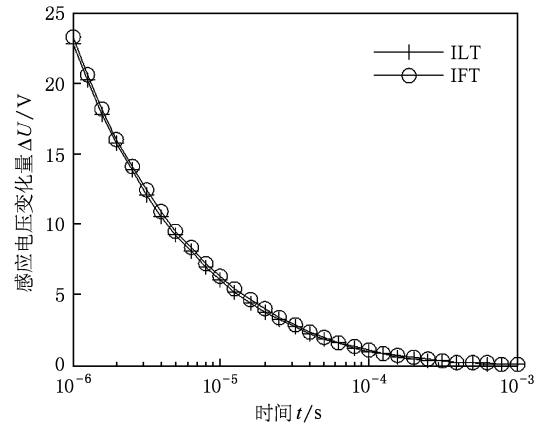


图2 阶跃电流激励下探头瞬态感应电压变化量

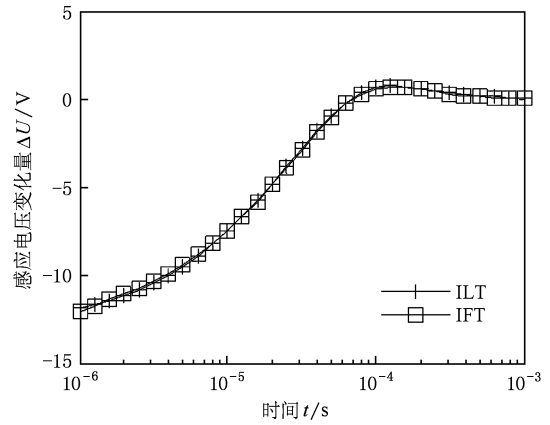


图3 指数电流激励下探头瞬态感应电压变化量

因为本文所建模型是基于 Laplace 反变换的方法, 所以与基于 Fourier 反变换的方法相比, 所建模型具有实现简单、效率高、模型精度不受吉布斯效应影响等优点. 需要注意的是, 本文所建的基于 Laplace 反变换的瞬态涡流场时域解析模型仅适用于两层平板导电结构, 且以瞬态电流激励源为基础; 若系统是电压脉冲激励, 则模型应用时需要获知电流大小.

## 5. 结 论

本文应用截断区域特征函数展开式法和电磁波的反射与透射理论建立了脉冲涡流检测瞬态涡流场的复频域解析模型, 其后对模型进行了大量的数学变换, 从而能够求解模型极点及其留数, 最后, 采用部分分式展开法建立了阶跃型和指数型电流激励下瞬态涡流场的时域解析模型. 为了验证本文

所建的时域解析模型,建立了基于 Laplace 反变换的瞬态感应电压变化量的解析模型,并与基于 Fourier 反变换的模型进行对比. 对比结果发现,两个模型的计算结果相互符合,验证了基于 Laplace 反变换的瞬态感应电压模型,从而间接验证了脉冲

涡流检测瞬态涡流场的时域解析模型.

本文所建模型仅适用于两层平板型导电结构瞬态场的仿真计算,下一步的研究工作将围绕平板型和圆柱型多层导电结构瞬态涡流场的时域解析建模展开.

- [1] Tian G Y, Li Y, Mandache C 2009 *IEEE Trans. Magn.* **45** 184
- [2] Abidin I Z, Mandache C, Tian G Y, Morozov M 2009 *NDT&E Int.* **42** 599
- [3] Yu A L 2008 *Chin. Phys. B* **17** 878
- [4] Shi Q F, Gou M J, Yang X, Zhang Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3905 (in Chinese) [史庆藩、苟铭江、杨曦、张宇 2010 物理学报 **59** 3905]
- [5] Fan M B, Huang P J, Ye B, Hou D B, Zhang G X, Zhou Z K 2009 *NDT and E Int.* **42** 376
- [6] Li Y, Tian G Y, Simm A. 2008. *NDT and E Int.* **41** 477
- [7] Tai C C, Rose J R, Moulder J C 1996. *Rev. Sci. Instrum.* **67** 3965
- [8] Bowler J R, Johnson M 1997 *IEEE Trans. Magn.* **33** 2258
- [9] Haan V O, Jong P A 2004 *IEEE Trans. Magn.* **40** 371
- [10] Fu F, Bowler J R 2008 *IEEE Trans. Magn.* **42** 2029
- [11] Xie L, Lei Y Z 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4397 (in Chinese) [谢莉、雷银照 2006 物理学报 **55** 4397]
- [12] Theodoulidis T P 2008 *IEEE Trans. Magn.* **42** 1894
- [13] Dodd C D, Deeds W E 1968 *J. Appl. Phys.* **39** 2829
- [14] Fan M B, Huang P J, Ye B, Hou D B, Zhang G X, Zhou Z K 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5950 (in Chinese) [范孟豹、黄平捷、叶波、侯迪波、张光新、周泽魁 2009 物理学报 **58** 5950]

## Analytical time-domain model of transient eddy current field in pulsed eddy current testing\*

Fan Meng-Bao<sup>1)†</sup> Cao Bing-Hua<sup>2)</sup> Yang Xue-Feng<sup>1)</sup>

1) (College of Mechanical and Electrical Engineering; University of Mining and Technology Xuzhou 221116, China)

2) (College of Information and Electrical Engineering, China University of Mining and Technology Xuzhou 221116, China)

(Received 3 December 2009; revised manuscript received 8 March 2010)

### Abstract

The transient eddy current field is analytically modeled by applying inverse Laplace transform to pulsed eddy current testing. The closed-form solution to transient eddy current field in a complex domain is obtained by using the truncated region eigenfunction expansion (TREE) method and the theory of reflection and transmission of electromagnetic waves. After extensive algebraic transform, the poles of the developed model and corresponding residues are able to be calculated. As a result, partial fraction expansion can be used to split up the complicated complex-domain model into the forms that are listed in the Laplace Transform table. Therefore, it is easy to derive the time-domain solutions to transient eddy current field with step and exponential current excitations respectively. The derived time-domain model not only has some advantages in the sense of implementation and efficiency, but also removes the Gibbs phenomenon. Finally, the inverse Fourier transform of induced voltage in the probe is performed and the good agreement demonstrates the validity of the established model.

**Keywords:** pulsed eddy current testing, transient eddy current field, analytical time-domain model, inverse Laplace transform

**PACC:** 0350, 4110

\* Project supported by the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2008AA062202), Ph. D Programs Foundation of Ministry of Education of China (Grant No. 200803350058), China Postdoctoral Science Foundation (Grant No. 20090460086) and CUMT Natural Science Foundation for Young Scholar (Grant No. 2009A018).

† E-mail: wuzhi3495@yahoo.com.cn