

一个新的恒 Lyapunov 指数谱混沌吸引子 与电路实现^{*}

李春彪^{1)2)3)†} 王翰康²⁾ 陈 谔³⁾

1) (江苏经贸职业技术学院工程技术学院, 南京 210007)

2) (江苏省食品安全工程技术研究开发中心电源与系统部, 南京 210007)

3) (南京理工大学电子工程与光电技术学院, 南京 210094)

(2008 年 12 月 26 日收到; 2009 年 6 月 9 日收到修改稿)

通过对改进恒 Lyapunov 指数谱混沌系统进行进一步演变, 并引入新的绝对值项, 发现了一种新的混沌吸引子. 首先, 通过相图、Poincaré 映射、Lyapunov 指数以及功率谱, 证明该混沌吸引子的存在性. 接着, 分析研究了这种新型混沌吸引子的基本动力学行为. Lyapunov 指数谱、分岔图和状态变量幅值演变的数值仿真说明, 该系统存在全局线性调幅参数, 在该参数的调整下, 系统输出三维信号的幅度皆能得到线性调整, 而系统保持相同的混沌吸引子与 Lyapunov 指数谱. 最后, 通过构建电路实现了该混沌系统, 观察到相应的混沌吸引子, 也验证了全局线性调幅参数的调幅作用, 数值仿真与电路实现有很好的 consistency.

关键词: 混沌吸引子, Lyapunov 指数谱, 电路实现

PACC: 0545

1. 引 言

近年来, 随着人类对混沌吸引子现象的不断探索, 对其动力学行为和基本特性的逐步了解, 混沌在工程领域中的应用已取得了一定进展, 并在混沌加密、保密通信、混沌雷达等领域成为研究热点^[1-4]. 混沌研究的内容很多, 其中重要的研究课题包括混沌信号的产生与处理、混沌系统的动力学行为分析、混沌同步、混沌电路设计及其应用^[5-7]等. 混沌电路实现与混沌系统设计因其具有工程应用背景和实证价值而具有更加显著的地位, 因此, 现在许多学者在提出一个新的混沌系统的同时, 也给出正确可行的电路实现方案, 给出电路实验的实际结果^[8-11].

常见的 Lorenz 系统^[12,13]、Rössler 系统^[14]、Chen 系统^[15]、Lü 系统^[16-18], 及其他新的混沌系统^[8-11, 19], 它们的混沌特性受到系统任意一个参数的很大影响, 参数的变更与误差会改变系统的动力

学行为, 使得系统相轨收敛于不动点, 抑或是处于周期、拟周期甚至混沌振荡状态等, 即便对于鲁棒混沌系统也只是在一个相对较大的参数区间范围保持混沌的鲁棒性^[20]. Li 等^[21,22]在 Colpitts 系统的基础上, 提出一类恒 Lyapunov 指数谱混沌系统, 通过起分段线性作用的绝对值项来实现非线性化. 分析发现, 这类系统存在作用特殊的调幅参数^[21,22]与倒相参数^[22]. 在调幅参数的作用下, 系统的部分^[21]或者全部状态变量^[22]幅值线性可调, 系统保持相似的混沌吸引子与相同的 Lyapunov 指数谱; 在倒相参数的作用下, 则可以实现对某个状态变量的倒相放大或者衰减^[22]. 这就省去了工程应用中对混沌信号进行同相(或者反相)放大(或者缩小)时的硬件需求, 也避免了许多由于增加硬件设备而增加的工程难度、成本与故障. Li 等提出的恒指数谱混沌系统的混沌鲁棒特性、输出信号的幅值同相可调与反相可调特性在很大程度上满足了工程应用的要求.

文献[23]通过添加线性项与常数项, 对改进的恒指数谱混沌系统^[22]进行了进一步推广. 推广恒指

^{*} 江苏省“青蓝工程”(批准号: 苏教师[2008]30 号)和航空基金(批准号: 2009ZC52038)资助的课题.

[†] E-mail: goontry@126.com

数谱混沌系统通过系统方程中的线性项之不同组合,可以输出许多有较大变异性的吸引子^[23]. 本文对 Li 等提出的恒 Lyapunov 指数谱混沌系统^[21-23]继续深入研究,在改进系统^[22]的基础上,通过添加常数项与线性项,调整与添加实现非线性作用的绝对值项,进而得到一个新的恒 Lyapunov 指数谱混沌吸引子. 该混沌吸引子具有与恒指数谱混沌系统^[21-23]不同的平衡点个数与拓扑结构,具有较大的 Lyapunov 指数和较平坦的频谱,吸引子的形状也更加奇特. 进一步构建了此混沌系统的实际实现电路,在物理实验上验证了该混沌吸引子的存在性,也验证了此恒指数谱系统中存在的调幅参数对系统状态变量的调幅作用. 在实现过程中利用三端可调输出电压稳压器对电源供电进行统一管理,并通过改变电容量的数量级提高混沌信号的频率. 此混沌信号发生器系统的吸引子幅度可调,为该电路的实际应用同样奠定了良好的应用基础.

2. 混沌模型

文献[22]提出一种改进恒 Lyapunov 指数谱混沌系统,

$$\begin{aligned}\dot{x} &= az - c|y| + d, \\ \dot{y} &= az, \\ \dot{z} &= -\frac{1}{2a}x - \frac{1}{2a}y - bz,\end{aligned}\tag{1}$$

当 $a = 3, b = 0.4, c = 1.62, d = 3$ 时,系统呈现混沌状态,并指出全局线性调幅参数 d 可以线性调整系统状态变量幅值,而系统保持恒定的 Lyapunov 指数谱. 出现这一现象的根本原因是由于该系统所呈现的线性化特征. 分析研究发现^[22],上述系统方程仅仅含有一个绝对值非线性项,而绝对值项的作用又可以转化为两个一次线性项的作用. 因此,系统状态变量幅值的变化就与常数项控制器 d 的尺度变换相对应;同时,线性化系统所得 Jacobi 矩阵中没有出现常数 d ,故特征方程中也不会出现 d ,对应的特征值将与 d 的取值无关,所以 d 不影响系统在相空间上各点处的动力学特性,系统的 Lyapunov 指数谱相对于 d 保持不变. 根据这一分析可以推断,在改进系统上添加新的线性项与常数项,改变系统方程中的绝对值项或者添加新的绝对值项,一定可以类似得到具有恒定 Lyapunov 指数谱的新的混沌吸引子. 为此,仿照推广混沌系统^[23],在改进混沌系统^[22]方程的右边补齐线性项与常数项,同时对系统方程第一维的绝对值项进行调整,并在第二维增加

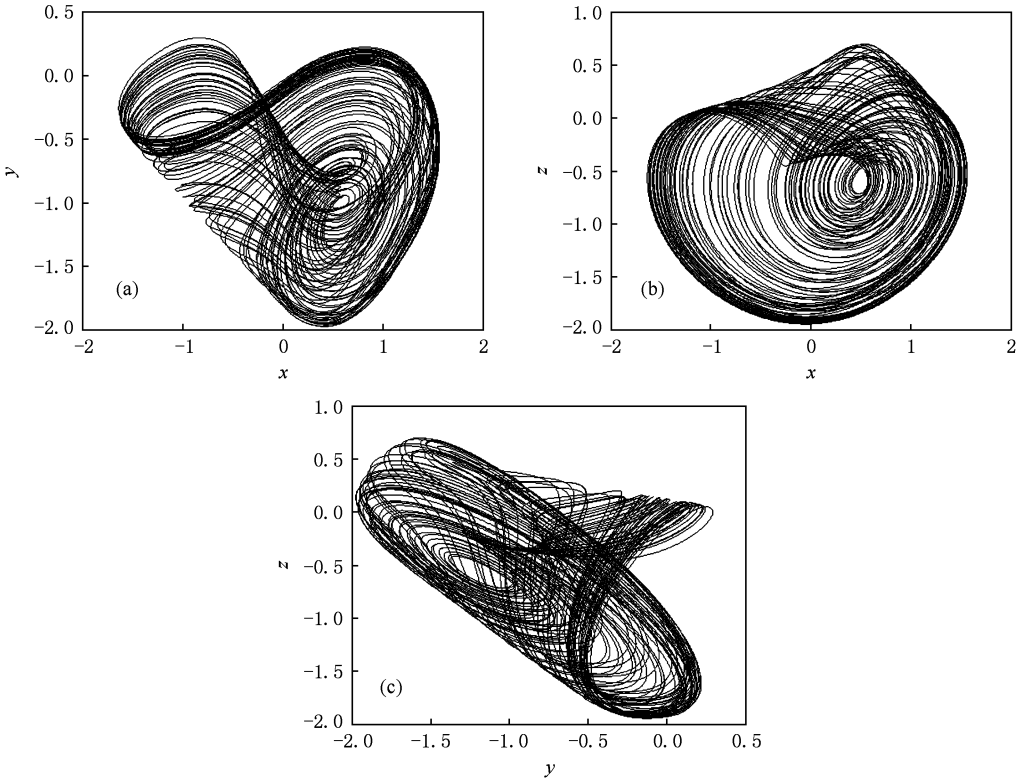


图 1 奇怪吸引子在相平面上的投影 (a) x - y 平面, (b) x - z 平面, (c) y - z 平面

新的绝对值项,得到如下系统:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= gx + hy + az - c|z| + d, \\ \dot{y} &= mx + ny + az - d + c|x|, \\ \dot{z} &= -\frac{1}{2a}x - \frac{1}{2a}y - bz - d.\end{aligned}\tag{2}$$

当上述系统参数 $a = 0.4, b = 0.4, c = 1.62, d = 1, g = -0.05, h = -0.25, m = 0.4, n = -0.05$ 时,系统(2)呈现混沌状态,其混沌吸引子如图 1 所示,这是一种非常奇特的吸引子;Poincaré 映射如图 2 所示;图 3 所示分别为该混沌系统输出的混沌信号和相应的功率谱. 同样利用 Jacobi 方法,计算得到系统的 Lyapunov 指数分别为 $LE_1 = 0.1511, LE_2 = -0.0048, LE_3 = -0.6463$, 相比于只是含有一个绝对值项的混沌系统而言,此含有两个绝对值项的混沌系统的最大 Lyapunov 指数明显较大,超过 0.15. 计算得到 Lyapunov 维数为 $d_L = 2.2264$,也证明该系统的维数为分数维数. 系统相轨迹图、Poincaré 映射、频谱图以及系统 Lyapunov

指数和分数维等一致说明,当系统取上述参数时,该系统为混沌系统;且相比于改进混沌系统^[22]和推广混沌系统^[23],该系统具有更复杂的吸引子,具有更大的 Lyapunov 指数和更平坦的频谱特性.

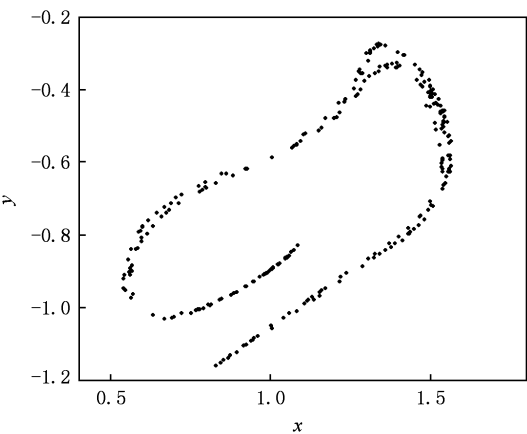


图2 在 $z = -0.5$ 截面上的 Poincaré 映射

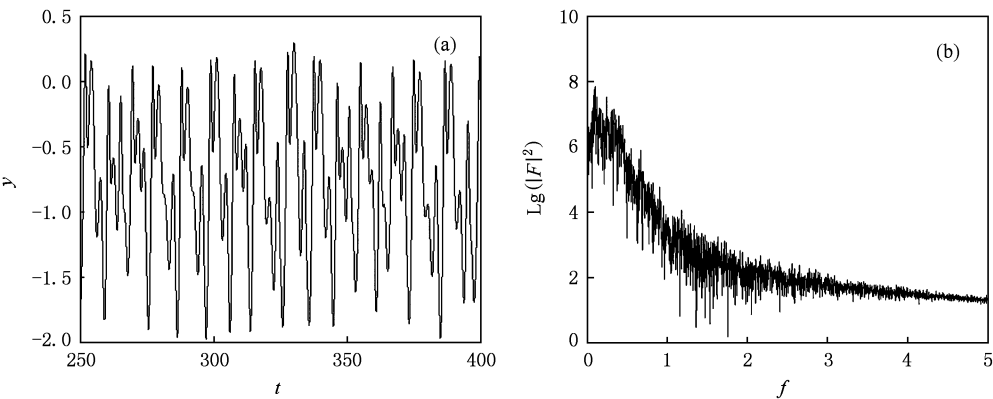


图3 系统产生混沌信号与功率谱 (a)产生的混沌信号 $y(t)$, (b) 信号 $y(t)$ 的功率谱 (f 代表频率, F 代表信号的幅值)

3. 混沌系统动力学行为分析

3.1. 基本动力学特性分析

新混沌吸引子(2)存在 $\nabla V = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} = g + n - b$, 因此,当 $g + n - b < 0$ 时,系统(2)是耗散的.

由于系统(2)的第一维与第三维状态方程中都包含绝对值项,故当 a, b, c, d, g, h, m, n 取合适的值时,系统存在 4 个平衡点分别为

$$\begin{aligned}S_1 &= (x_1^+, y_1, z_1^+), \\ S_2 &= (x_2^+, y_2, z_2^-), \\ S_3 &= (x_3^-, y_3, z_3^+), \\ S_4 &= (x_4^-, y_4, z_4^-).\end{aligned}$$

当 $a = 0.4, b = 0.4, c = 1.62, d = 1, g = -0.05, h = -0.25, m = 0.4, n = -0.05$ 时,系统(2)就存在四个平衡点分别为

$$\begin{aligned}S_1 &= (0.2436, -1.3942, 1.0954), \\ S_2 &= (0.5899, -1.1891, -0.6276), \\ S_3 &= (-0.4759, -0.6342, 0.9691), \\ S_4 &= (-0.9902, 0.3428, -0.4771).\end{aligned}$$

这一点有别于改进系统(1),因为改进系统只有两个平衡点.增加的绝对值项使得新系统具有了新的拓扑结构.将系统(2)在平衡点处线性化, Jacobi 矩阵为

$$J_{S_{1,2}} = \begin{bmatrix} g & h & a - c \operatorname{sgn}(z) \\ m + c \operatorname{sgn}(x) & n & a \\ -1/2a & -1/2a & -b \end{bmatrix}_{S_{1,2}}. \quad (3)$$

由 Jacobi 矩阵所对应的特征方程可求得各个平衡点的特征根.对于平衡点 S_1 ,特征根为

$$\lambda_1 = -0.9499 + 1.1311i,$$

$$\lambda_2 = -0.9499 - 1.1311i,$$

$$\lambda_3 = 1.3997;$$

对于平衡点 S_2 ,特征根为

$$\lambda_1 = 0.3526 + 2.0732i,$$

$$\lambda_2 = 0.3526 - 2.0732i,$$

$$\lambda_3 = -1.2052;$$

对于平衡点 S_3 ,特征根为

$$\lambda_1 = 0.6240 + 0.7105i,$$

$$\lambda_2 = 0.6240 - 0.7105i,$$

$$\lambda_3 = -1.7481;$$

对于平衡点 S_4 ,特征根为

$$\lambda_1 = -0.6620 + 1.8480i,$$

$$\lambda_2 = -0.6620 - 1.8480i,$$

$$\lambda_3 = 0.8240.$$

可见,对于平衡点 S_1 与 S_4 ,其所对应的特征根 λ_3 为正实根,而 λ_1 和 λ_2 是一对具有负实部的共轭复根,故平衡点 S_1 与 S_4 是不稳定的,皆为三维空间中的鞍点.对于平衡点 S_2 与 S_3 ,其所对应的特征根 λ_3 为负实根,而 λ_1 和 λ_2 是一对具有正实部的共轭复根,平衡点 S_2 与 S_3 也是不稳定的,是鞍焦点.

3.2. Lyapunov 指数谱与调幅性能分析

分析 Jacobi 矩阵(3),其中的符号函数屏蔽了 x, z 坐标的具体取值,而只是保留了 x, z 坐标的极性信息.所以无论对于哪个平衡点(x, z 有四种正负组合), d 都不在其特征方程中.因此, d 与平衡点处的特征值取值无关.同样的道理, d 也与相空间其他点处的特征值取值无关,故 d 与系统的 Lyapunov 指数的取值无关,系统相对于这一参数将保持不变的

Lyapunov 指数谱.不妨将系统的初始值设定为 $(0, 0, 0)$,固定参数 $a = 0.4, b = 0.4, c = 1.62, g = -0.05, h = -0.25, m = 0.4, n = -0.05$,系统相对于常数项控制器 d 的 Lyapunov 指数谱如图 4(a)所示.由图 4(a)可见,当常数项控制器增益 d 在正实数区间范围内调整时,混沌系统(2)保持混沌状态,且具有近似不变的 Lyapunov 指数谱,约是 $LE_1 = 0.1511, LE_2 = -0.0048, LE_3 = -0.6463$. Lyapunov 指数谱的实际计算会受到计算精度和系统初始值的影响而围绕固定值上下起伏,这是正常现象,与前面的理论分析并不矛盾.

虽然混沌系统(2)含有两个绝对值项,仍可仿照改进混沌系统^[22]作线性变换,即令 $x = kx^*, y = ky^*, z = kz^*$,从而得到

$$\dot{x}^* = gx^* + hy^* + az^* - c|z^*| + d/k,$$

$$\dot{y}^* = mx^* + ny^* + az^* + c|x^*| - d/k,$$

$$\dot{z}^* = -\frac{1}{2a}x^* - \frac{1}{2a}y^* - bz^* - d/k. \quad (4)$$

从(4)式亦可知,混沌系统三个状态变量的线性演变与常数项控制器增益 d 的尺度变化相对应.因此,系统(2)的常数项控制器 d 能够线性调整系统状态变量的演变幅值,也就是新混沌系统仍然存在全局线性调幅参数 d .固定参数 $a = 0.4, b = 0.4, c = 1.62, g = -0.05, h = -0.25, m = 0.4, n = -0.05$ 不变,改变常数项控制器增益 d 时的分岔图、信号幅值变化情况曲线如图 4(b)~(d)所示,证明了常数项控制器增益 d 的全局线性调幅作用.

固定 $d = 1, g = -0.05, h = -0.25, m = 0.4, n = -0.05$ 不变,利用数值仿真手段,分析系统其他几个参数变化时的 Lyapunov 指数谱,如图 5 所示.由图 5 可知,当 $b = 0.4, c = 1.62, a$ 在区间 $[0.37, 0.52]$ 改变时,系统为混沌状态的参数 a 区间为 $[0.37, 0.41]$;当 $a = 0.4, c = 1.62, b$ 在区间 $[0.35, 0.95]$ 改变时,系统为混沌状态的参数 b 区间为 $[0.39, 0.5]$;当 $a = 0.4, b = 0.4, c$ 在区间 $[1.07, 1.67]$ 改变时,系统为混沌状态的参数 c 区间为 $[1.525, 1.625]$.同样,系统变幅参数 d 的正实数可调区间,以及参数 a, b, c 的较宽混沌区间,保证了该混沌系统的工程应用价值,因为根据这些参数可以设计合适的混沌电路,并保证该电路输出混沌信号的鲁棒调幅.

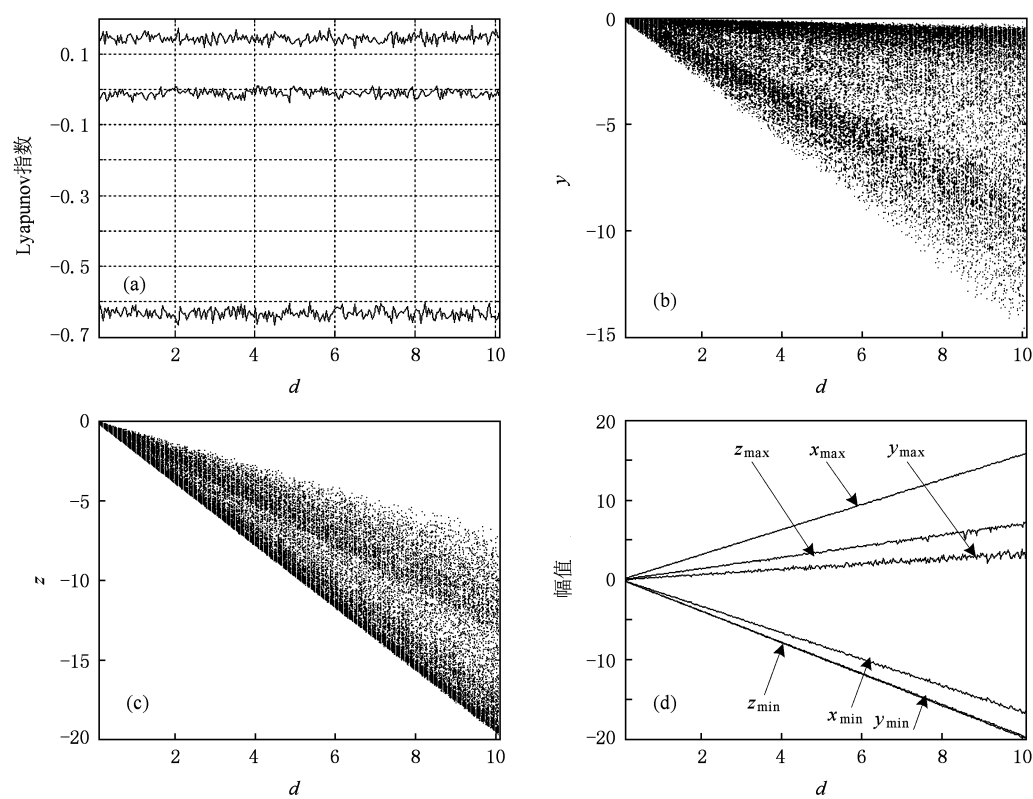


图4 混沌系统(2)的 Lyapunov 指数谱与信号幅度变化情况 考察区间 $d \in [0.1, 10.1]$. (a) Lyapunov 指数谱, (b) $y-d$ 分岔图 (Poincaré 截面为 $x=0$), (c) $z-d$ 分岔图 (Poincaré 截面为 $x=0$), (d) 参数 d 变化下的信号幅值变化曲线

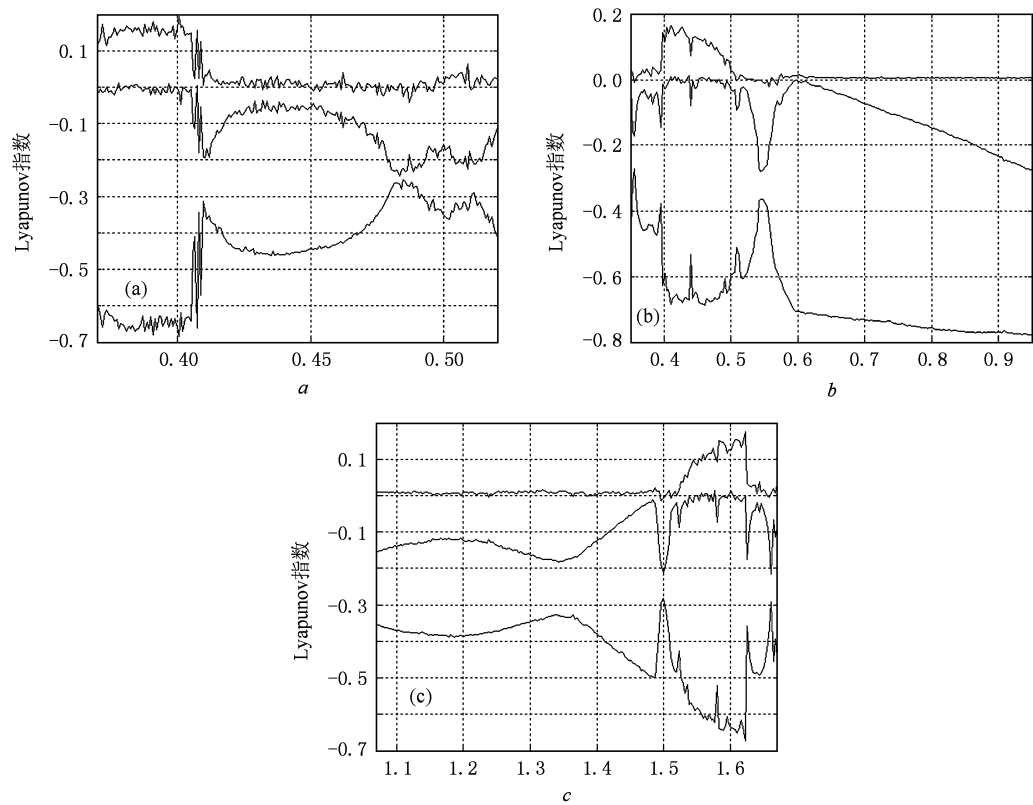


图5 混沌系统(2)的 Lyapunov 指数谱 (a) $b=0.4, c=1.62, a \in [0.37, 0.52]$; (b) $a=0.4, c=1.62, b \in [0.35, 0.95]$; (c) $a=0.4, b=0.4, c \in [1.07, 1.67]$

4. 电路实现

图 6 为混沌系统(2)的电路实现原理图,三路模拟运算电路组成了该电路的基本框架,每路运放电路分别实现混沌系统(2)中的状态变量 $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$. 图 6 中由运放与二极管连接成的反馈电路完成绝对值运算,其他运算放大器及其外围电路用来实现加、积分、反相运算等,这里运放构成了混沌信号产生电路的核心器件. 根据电路容易建立如下方程:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\frac{R_4}{R_5 C_1 R_{24}}x - \frac{R_4}{R_5 C_1 R_{25}}y + \frac{R_4}{R_5 C_1 R_3}z \\ &\quad - \frac{R_4}{R_5 C_1 R_1}|z| + \frac{R_4}{R_5 C_1 R_2}V_1, \\ \dot{y} &= \frac{R_9}{R_{10} C_2 R_{26}}x - \frac{R_9}{R_{10} C_2 R_{27}}y + \frac{R_9}{R_{10} C_2 R_8}z \\ &\quad - \frac{R_9}{R_{10} C_2 R_{28}}V_2 + \frac{R_9}{R_{10} C_2 R_{32}}|x|, \\ \dot{z} &= -\frac{R_{16}}{R_{17} C_3 R_{13}}x - \frac{R_{16}}{R_{17} C_3 R_{14}}y - \frac{R_{16}}{R_{17} C_3 R_{15}}z \\ &\quad - \frac{R_{16}}{R_{17} C_3 R_{29}}V_3.\end{aligned}\quad (5)$$

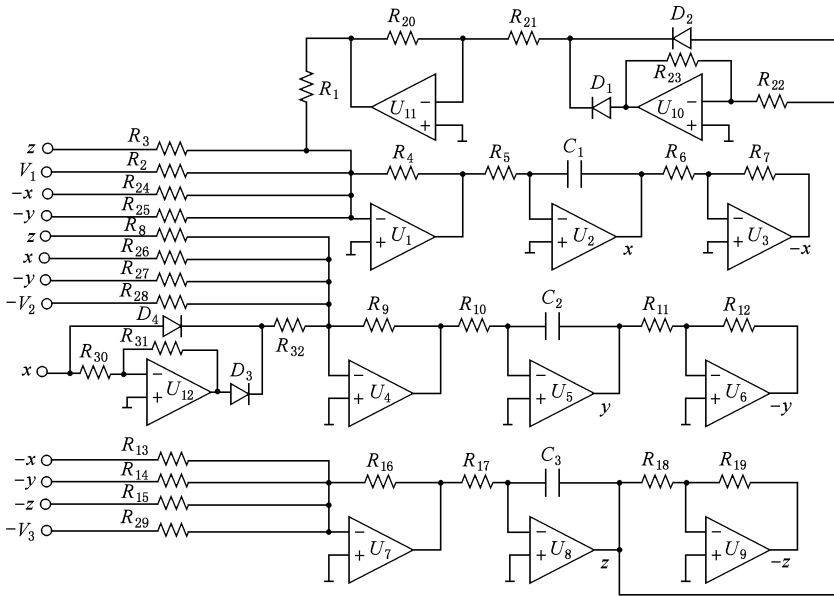


图 6 混沌系统(2)的电路实现原理图

根据系统特点,为使参数取值为 $a = 0.4$, $b = 0.4$, $c = 1.62$, $g = -0.05$, $h = -0.25$, $m = 0.4$, $n = -0.05$,同时尽可能使得元件参数与实际元件标称值接近,这里统一选取 $C_1 = C_2 = C_3 = 1 \mu\text{F}$, $R_5 = R_{10} = R_{17} = 20 \text{ k}\Omega$, $R_4 = R_9 = R_{16} = 390 \Omega$; 另外针对系数不同选取 $R_1 = R_{32} = 12.037 \text{ k}\Omega$, $R_2 = R_{28} = R_{29} = 19.5 \text{ k}\Omega$, $R_3 = R_8 = R_{15} = R_{26} = 48.75 \text{ k}\Omega$, $R_{24} = R_{27} = 390 \text{ k}\Omega$, $R_{25} = 78 \text{ k}\Omega$, $R_{13} = R_{14} = 15.6 \text{ k}\Omega$. 设置所有的反相器的电阻都是 $1 \text{ k}\Omega$. 将这组参数代入到电路方程,可以验证,得到的电路数学方程与混沌系统(2)的数学表达式完全一致. V_1, V_2, V_3 的值的大小直接决定了 d 的大小,也决定了吸引子的大小. 当 $V_1 = V_2 = V_3 = 1 \text{ V}$ 时, $d = 1$.

为了获得大的动态电压工作范围,在实际实验电路中,如图 7 所示,选择 LM741 作为实验电路中的运放,这种运放双电源供电,供电电压可以达到 $\pm 22 \text{ V}$,且在正负两极有着较大的动态工作范围,差分输入电压可达 $\pm 30 \text{ V}$,任意单端输入电压可达 $\pm 15 \text{ V}$,如此将便于观察、验证全局线性调幅参数 d 线性调整系统输出混沌信号幅值演变的作用与效果. 对照原理图,发现实际实验电路中的运放是 14 个而不是 12 个,这是因为此电路额外用两个运放使 $-|y|$ 也能实现,以使系统具有更多的验证功能和演变灵活性.

当然,采用上述元件参数所实现的电路混沌信号频率不足 1 Hz ,一般的模拟示波器很难清楚显示混沌信号的波形,为提高频率,这里同样将电容减

小^[22]. 在实际电路中,如图 7 的左上角所示,将电容 1 μF 的 C_1, C_2, C_3 , 调整为 $C_1 = C_2 = C_3 = 1000$ pF, 也就是将频率放大为原来的 $k = 1000$ 倍,同时调整 $V_1 = V_2 = V_3 = d$ 至同一合适的水平(d 的大小决定了信号幅值与吸引子的大小,影响测量效果),利用示波器 TDS2022B 可以清晰观察到连续而稳定的混沌波形,如图 8 所示. 且通过 Hanning 窗观察到的信号频谱也与数值仿真结果一致,也能在示波器上观察到与数值仿真一致的混沌吸引子,如图 9 所示. 容易证明,当所有电容都缩小为原来的 $1/k$,其他参数都不作改变时,电路的系统方程变为

$$\begin{aligned}\dot{x} &= k(gx + hy + az - c|z| + d), \\ \dot{y} &= k(mx + ny + az - d + c|x|), \\ \dot{z} &= k(-\frac{1}{2a}x - \frac{1}{2a}y - bz - d).\end{aligned}\tag{6}$$

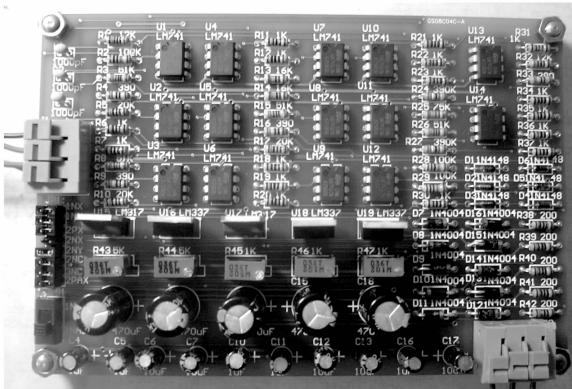


图 7 系统(2)的实际实验电路

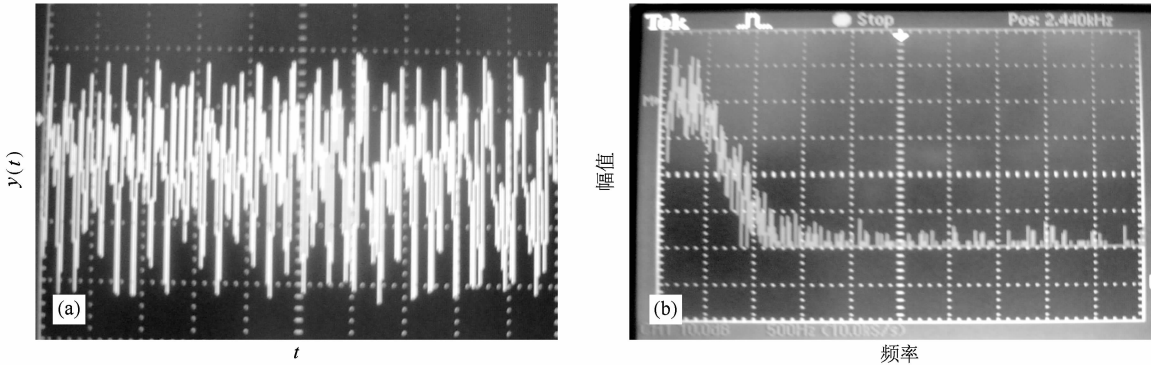


图 8 实验电路输出信号及其频谱 (a)波形图,横坐标 25 ms/diV,纵坐标 1 V/diV;(b)频谱图,横坐标 500 Hz/diV,纵坐标 10 dB/diV

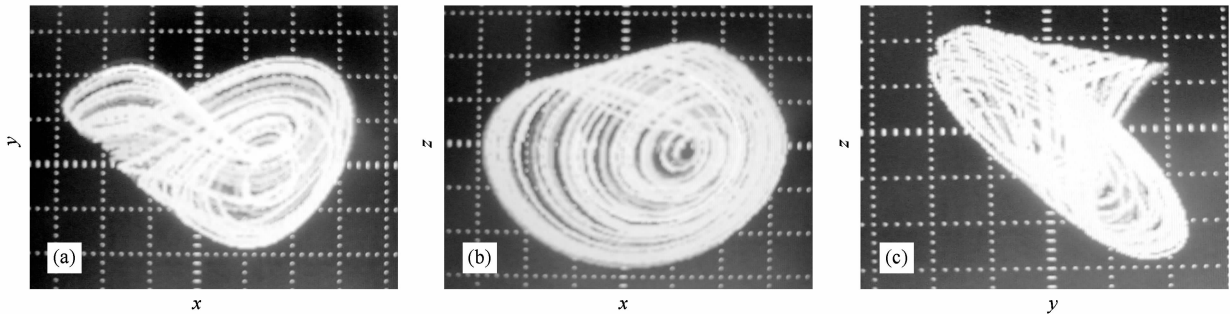


图 9 电路实验观测到的混沌吸引子 每格 1 V 电压. (a) x-y 平面投影,(b) x-z 平面投影,(c) y-z 平面投影

系统表达式(2)与(6) 比较显示,系统状态变量变化的速度提高到了原来的 k 倍.

对于上述实验系统(见图 7),还需要说明的是:

1) 由于运放 $\mu A741$ 管脚配置与运放 LM741 兼容,且有同样大的供电电压与输入信号电压动态范围,因此两者可以选择互用. 2) 采用三端可调正输出电压

稳压器 LM317 与三端可调负输出电压稳压器 LM337,目的是简化电路的电压供给,统一电源的管理. LM317 正输出电压可稳定在 1.2—37 V 之间,而 LM337 负输出电压可稳定在 -1.2—37 V 之间. 每个稳压器电路配套一个电位器,只要选择合适的电位器,就可以将输出电压调整到相应的值. 实验系

统需要 $\pm 22\text{ V}$ 两个电压给运放供电,需要 $+V_1$, $-V_2$, $-V_3$ 来实现系统方程中的常数项 $+d$, $-d$, $-d$ (当然,也可以将后面的两个 $-d$ 用同一个电源供电,这里分开处理是为了便于更多验证),故共需 2 个正输出电压稳压器 LM317 和 3 个负输出电压稳压器 LM337,并配以 5 个电位器,如图 7 所示. 3) 为了取得好的实验效果,实验系统中绝对值运算电路采用的二极管最好是结电容很小且正向压降很小的点接触型锗管. 当然,将 d 提高,即将可调电压 $V_1 = V_2 = V_3$ 同时调高也可以减少二极管导通电压

门限给绝对值运算带来的影响^[22].

为了验证混沌系统 (2) 的全局线性调幅参数 d 的恒 Lyapunov 指数谱调幅作用,在实验电路中同步调整可调电压 V_1, V_2, V_3 ($V_1 = V_2 = V_3 = d$),这等价于调整电压转换电路中相应的可调电位器. 实验证明,调整电位器,调大调幅参数 d ,便能看到系统输出的混沌吸引子也在增大. 如图 10 所示,混沌吸引子的形状保持不变,只是大的吸引子显得更加饱满一些,末梢显得突出一点. 调整过程中,必须注意运算放大器的工作电压范围和饱和特性, d 不能过大.

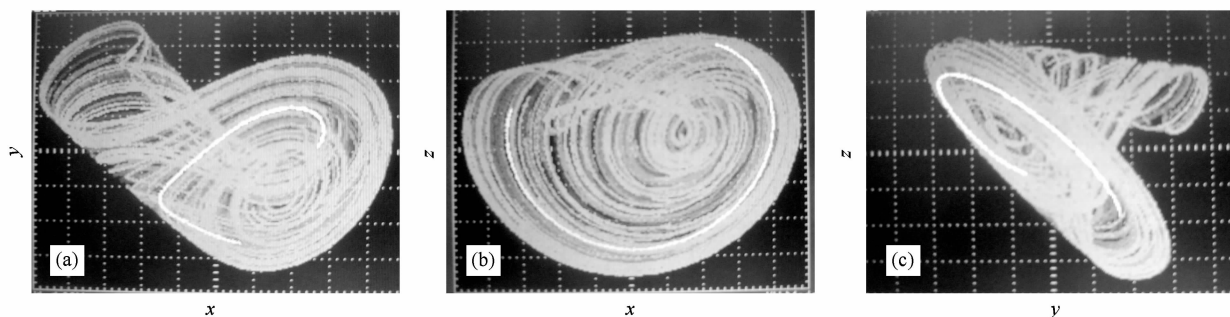


图 10 实验观测到的增大的混沌吸引子 每格 1 V 电压. (a) x - y 平面投影, (b) x - z 平面投影, (c) y - z 平面投影

5. 结 论

围绕改进的恒 Lyapunov 指数谱混沌系统^[22],通过在系统方程中补齐线性项与常数项^[23],并调整与添加非线性项,发现了一个新的更复杂的混沌吸引子. 新的混沌系统具有 4 个平衡点,与原恒指数谱系统具有不同的拓扑结构. 文章分析了该混沌系统的指数谱特性与调幅特性,并分析了其他参数演变

时对系统动力学行为的影响. 设计了一个模拟电路,并在 PCB 板上完成了实际实验电路,实现了该混沌系统. 在物理实验中观测到了混沌波形、频谱与新奇的混沌吸引子,并验证了调幅参数的实际调幅作用,电路实验和数值仿真之间具有很好的一致性. 新的含有两个绝对项的恒指数谱、幅度可调混沌系统对于超混沌恒指数谱系统的设计与实现具有重要的参考价值.

- [1] Hu W, Liu Z, Li C B 2008 *IEEE Trans. Aero. Electr. Sys.* **44** 367
- [2] Liu Z, Zhu X H, Hu W 2007 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **17** 1735
- [3] Kolumban G, Kennedy M P, Chua L O 2002 *IEEE Trans. Circuits Syst.* **1** 45 1129
- [4] Pecora L M 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
- [5] Zhong G Q, Tang K S 2002 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **12** 1423
- [6] Li S H, Cai H X 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1687 (in Chinese) [李世华、蔡海兴 2004 物理学报 **53** 1687]
- [7] Wang F Z, Qi G Y, Chen Z Q, Zhang Y H, Yuan Z Z 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4005 (in Chinese) [王繁珍、齐国元、陈增强、张宇辉、袁著社 2006 物理学报 **55** 4005]

- [8] Cang S J, Chen Z Q, Yuan Z Z 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1493 (in Chinese) [仓诗建、陈增强、袁著社 2008 物理学报 **57** 1493]
- [9] Chen X R, Liu C X, Wang F Q, Li Y X 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1416 (in Chinese) [陈向荣、刘崇新、王发强、李永勋 2008 物理学报 **57** 1416]
- [10] Luo X H, Li H Q, Dai X G 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7511 (in Chinese) [罗小华、李华青、代祥光 2008 物理学报 **57** 7511]
- [11] Liu C X, Liu L 2009 *Chin. Phys. B* **18** 2188
- [12] Lorenz E N 1993 *The Essence of Chaos* (Seattle, WA: University of Washington Press) p148
- [13] Stewart I 2002 *Nature* **406** 948
- [14] Rössler O E 1976 *Phys. Lett. A* **57** 397

[15]

Chen G, Ueta T 1999 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **9** 1465

[16]

Lü J, Chen G 2002 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **12** 659

[17]

Lü J, Chen G, Zhang S 2002 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **12** 1001

[18]

Lü J, Chen G, Cheng D 2004 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **14** 1507

[19]

Cai G L, Zheng S, Tian L X 2008 *Chin. Phys. B* **17** 4039

[20]

Bao B C, Li C B, Xu J P, Liu Z 2008 *Chin. Phys. B* **17** 4022

[21]

Li C B, Wang D C 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 764 (in Chinese)
[李春彪、王德纯 2009 物理学报 **58** 764]

[22]

Li C B, Chen S, Zhu H Q 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2255 (in Chinese)
[李春彪、陈 谔、朱焕强 2009 物理学报 **58** 2255]

[23]

Li C B, Wang H K 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 7514 (in Chinese)
[李春彪、王翰康 2009 物理学报 **58** 7514]

A novel chaotic attractor with constant Lyapunov exponent spectrum and its circuit implementation *

Li Chun-Biao^{1)2)3)†} Wang Han-Kang²⁾ Chen Su³⁾

1) (Department of Engineering Technology, Jiangsu Institute of Economic & Trade Technology, Nanjing 210007, China)

2) (Department of Electric Source and System, Jiangsu Research&Development Center of Food Safety Engineering Technology, Nanjing 210007, China)

3) (School of Electronic Engineering and Optoelectronic Techniques, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

(Received 26 December 2008; revised manuscript received 9 June 2009)

Abstract

Based on the further evolvement of the improved chaotic system with constant Lyapunov exponent spectrum, by introducing an absolute term in the dynamic equation, a novel chaotic attractor is found in this paper. Firstly, the existence of chaotic attractor is verified by simulation of phase portrait, Poincaré mapping, and Lyapunov exponent spectrum. Secondly, the basic dynamical behaviour of the new system is investigated and expounded. Simulation of Lyapunov exponent spectrum, bifurcation diagram and numerical analysis on amplitude evolvement of state variables show that the state variables of the chaotic system can be modified linearly by a global linear amplitude adjuster while the Lyapunov exponent spectrum keeps on stable and the chaotic attractor displays the same phase portrait. Finally, an analog circuit is designed to implement the new system, the chaotic attractor is observed and the action of global linear amplitude adjuster is verified, all of which show a good agreement between numerical simulation and experimental results.

Keywords: chaotic attractor, Lyapunov exponent spectrum, circuit implementation

PACC: 0545

* Project supported by Qing Lan Project of Jiangsu Province, China (Grant No. [2008]30) and the Aeronautical Science Foundation of China (Grant No. 2009ZC52038).

† E-mail: goontry@126.com