

原子偶极压缩的相干控制和 Cauchy-Schwarz 不等式的破坏*

赵加强[†] 逯怀新

(潍坊学院物理与电子科学系, 山东省多光子纠缠与操纵重点实验室, 潍坊 261061)

(2009 年 7 月 31 日收到; 2010 年 2 月 5 日收到修改稿)

通过研究孤立二能级原子与双模纠缠相干光场的相互作用, 分析了体系中原子偶极压缩量子效应的时间演化规律. 体系中作用场模的性质决定了原子偶极压缩程度; 同时定义了体系的 Cauchy-Schwarz 不等式破坏参数 ΔV , 研究了不同条件下参数 ΔV 的时间演化特性, Cauchy-Schwarz 不等式破坏程度和体系中所具有的非经典特性是一致的; 即可以通过调控相干场参数来远程控制体系中的非经典特性.

关键词: 量子光学, 双模纠缠相干态, 偶极压缩效应, Cauchy-Schwarz 不等式

PACC: 4250, 0365

1. 引 言

原子的偶极压缩效应是量子光学中的重要问题, 不仅反映了原子和辐射场作用中的量子效应^[1-3], 而且研究表明处于压缩态的原子系统可以产生压缩态非经典辐射光场^[4,5]. 众所周知, 压缩态光在高精度非破坏性测量^[6]、光通讯技术^[7]以及微弱信号检测^[8]等领域有重要意义. 纠缠被认为是量子力学中最奇特的性质, 其来源于体系中各组分关联的纯量子效应, 并且纠缠是量子信息处理和交换过程中的基本资源^[9,10]. 纠缠相干态是量子信息处理中很好的纠缠源^[11], 纠缠相干态有多种制备方法, 人们对其特性做了很多研究^[12], 纠缠相干态光场的量子纠缠和其光子的反聚束效应和振幅压缩特性有直接的联系^[13].

本文研究了双模纠缠相干态和孤立二能级原子的相互作用, 我们选择双模入射场的一个场模与原子微腔发生大失谐相互作用, 结果表明可以通过选择不同强度的相干光场远程控制原子的偶极压缩效应, 在某些条件下原子可以一直处于深度偶极压缩, 作用场模的性质决定了原子偶极压缩量子效应强弱, 可以通过调控相干场的性质来远程控制

原子的偶极压缩. 这对于揭示光场和原子作用体系中的量子特性和压缩态光场的制备有重要指导意义. 同时, 定义了体系的 Cauchy-Schwarz 不等式破坏参数 ΔV , 通过研究不同条件下参数 ΔV 的时间演化特性, 能够很好的了解作用体系中的非经典特性及其演化情况.

2. 理论模型的时间演化

初始光场制备于双模纠缠相干态 $\mu(|\alpha_1\rangle|\alpha_2\rangle + |-\alpha_1\rangle|-\alpha_2\rangle)$ ^[14], 其中 $\mu = \sqrt{2} \{1 + \exp[-2(|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2)]\}^{-1/2}$. 使其中的 $|\alpha_2\rangle$ 入射到孤立的原子微腔, 与二能级原子发射相互作用. 其中原子受强经典场的驱动处于高能级和低能级间的翻转状态. 作用体系如图 1 所示.

在旋波近似和偶极近似下, 体系的哈密顿量为^[15]

$$H = \omega a^\dagger a + \omega_0 s^+ s^- + \omega_R (e^{-i\omega_0 t} s^+ + e^{i\omega_0 t} s^-) + g(as^+ + a^\dagger s^-), \quad (1)$$

其中 a^\dagger, a 分别为光场光子的产生和湮没算符; $s^+ = |e\rangle\langle g|, s^- = |g\rangle\langle e|$, 分别为二能级原子的上升和下降算符; ω 为相干光场 $|\alpha_2\rangle$ 的频率; ω_0 为原子的本征跃迁频率; ω_R 为经典驱动场的 Rabi

* 国家自然科学基金(批准号:60878001)和潍坊学院博士科研基金(批准号:2009BS01)资助的课题.

[†] E-mail: zhaojiaqiang@eyou.com

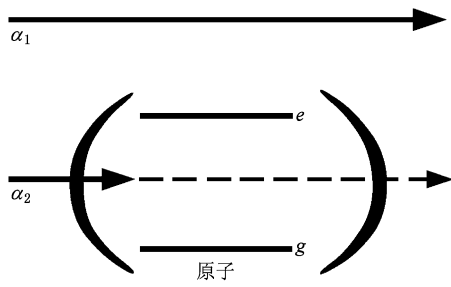


图1 光场和原子作用体系示意图

频率; ω_L 为经典驱动场的频率; g 为原子与相干态光场的耦合系数. 方便计算, 取 $\hbar = 1$.

假设经典驱动场共振驱动二能级原子, 在相互作用绘景中, 体系相互作用哈密顿可写为^[16]

$$H_{\text{int}} = \frac{g}{2} (|+\rangle\langle +| - |-\rangle\langle -| + e^{2i\omega_R t} |+\rangle\langle -| - e^{-2i\omega_R t} |-\rangle\langle +|) a e^{-i\delta t} + \text{H. c.}, \quad (2)$$

其中 $\delta = \omega - \omega_L$, $|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle \pm |e\rangle)$. 若在强场驱动和大失谐 $\delta = -2\omega_R \gg g$ 时, 光场光子的产生和湮没与原子跃迁之间不满足能量守恒, 原因在于强驱动场作用下, 除了光场和原子之间通过光子的吸收和发射有关的相互作用外, 原子自身还会通过虚光子的快速产生和吸收在基态和激发态间跃迁. 此时相互作用哈密顿量可写为

$$H'_{\text{int}} = \frac{g}{2} (|-\rangle\langle +| a + |+\rangle\langle -| a^\dagger). \quad (3)$$

在 $t = 0$ 时刻把双模纠缠相干态光场中的 $|\alpha_2\rangle$ 模耦合进原子微腔发生相互作用, 设原子初始为基态 $|g\rangle$, 则体系初始所处的状态总态矢为

$$\psi(0) = \mu (|\alpha_1\rangle |\alpha_2\rangle + |-\alpha_1\rangle |-\alpha_2\rangle |g\rangle), \quad (4)$$

设在任意时刻 t , 体系中的二能级原子和相干场模 $|\alpha_2\rangle$ 演化为

$$\psi(t) = \sum_n [a(t)_1 |n\rangle |+\rangle + a(t)_2 |n\rangle |-\rangle + a(t)_3 |n-1\rangle |-\rangle + a(t)_4 |n+1\rangle |+\rangle], \quad (5)$$

把(3)式和(5)式代入相互作用绘景下的薛定谔方程

$$i \frac{\partial \psi(t)}{\partial t} = H'_{\text{int}} \psi(t), \quad (6)$$

并考虑初始条件(4)式, 可得

$$a(t)_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \mu \frac{\alpha_2^n}{\sqrt{n!}} e^{-\frac{|\alpha_2|^2}{2}} [|\alpha_1\rangle$$

$$+ (-1)^n |-\alpha_1\rangle] \cos \frac{g}{2} \sqrt{nt}, \quad (7)$$

$$a(t)_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \mu \frac{\alpha_2^n}{\sqrt{n!}} e^{-\frac{|\alpha_2|^2}{2}} [|\alpha_1\rangle + (-1)^n |-\alpha_1\rangle] \cos \frac{g}{2} \sqrt{n+1}t, \quad (8)$$

$$a(t)_3 = -\frac{i}{\sqrt{2}} \mu \frac{\alpha_2^n}{\sqrt{n!}} e^{-\frac{|\alpha_2|^2}{2}} [|\alpha_1\rangle + (-1)^n |-\alpha_1\rangle] \sin \frac{g}{2} \sqrt{nt}, \quad (9)$$

$$a(t)_4 = -\frac{i}{\sqrt{2}} \mu \frac{\alpha_2^n}{\sqrt{n!}} e^{-\frac{|\alpha_2|^2}{2}} [|\alpha_1\rangle + (-1)^n |-\alpha_1\rangle] \sin \frac{g}{2} \sqrt{n+1}t. \quad (10)$$

确定了 t 时刻的体系参数 $a(t)_1, a(t)_2, a(t)_3$ 和 $a(t)_4$ 代入(5)式即可确定体系所处的状态 $\psi(t)$.

3. 原子偶极压缩效应

对于一个由赝自旋算符 s^+, s^- 和 s^z 描述的二能级原子, 定义两个正交偶极振幅分量算符^[17]

$$S_1 = \frac{1}{2}(s^+ + s^-) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$S_2 = \frac{1}{2i}(s^+ - s^-) = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{i}{2} \\ \frac{i}{2} & 0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

S_1, S_2 满足对易关系

$$[S_1, S_2] = S_3. \quad (13)$$

偶极振幅分量算符 S_1, S_2 的涨落定义为

$$\langle (\Delta S_i)^2 \rangle \langle (S_i^2) \rangle - \langle S_i \rangle^2, \quad (i = 1, 2), \quad (14)$$

原子算符两个分量相应的测不准关系为

$$\langle (\Delta S_1)^2 \rangle \langle (\Delta S_2)^2 \rangle \geq \frac{1}{4} \langle S_3 \rangle^2. \quad (15)$$

定义偶极压缩因子 F_i , 表征原子偶极压缩程度. 若系统处在某状态 $|\psi\rangle$, 使得原子算符的某个分量 S_i 的涨落满足

$$F_i = \langle (\Delta S_i)^2 \rangle - \frac{1}{2} \langle S_3 \rangle < 0 \quad (16)$$

成立, 则称原子偶极振幅该分量的涨落被压缩, 同时 F_i 的取值大小也即是此分量压缩度.

利用体系 t 时刻的态矢 $\psi(t)$ 很容易求出

$$F_1 = |a(t)_2|^2 + |a(t)_3|^2 - \frac{1}{2}[a^*(t)_1 a(t)_2 + a(t)_1 a^*(t)_2], \quad (17)$$

$$F_2 = |a(t)_2|^2 + |a(t)_3|^2, \quad (18)$$

把(7)–(10)式代入(17), (18)式可以详细讨论原子偶极振幅分量算符 S_1, S_2 涨落的量子压缩效应在不同相干场强度下的时间演化特性, 结果分别如图 2 所示.

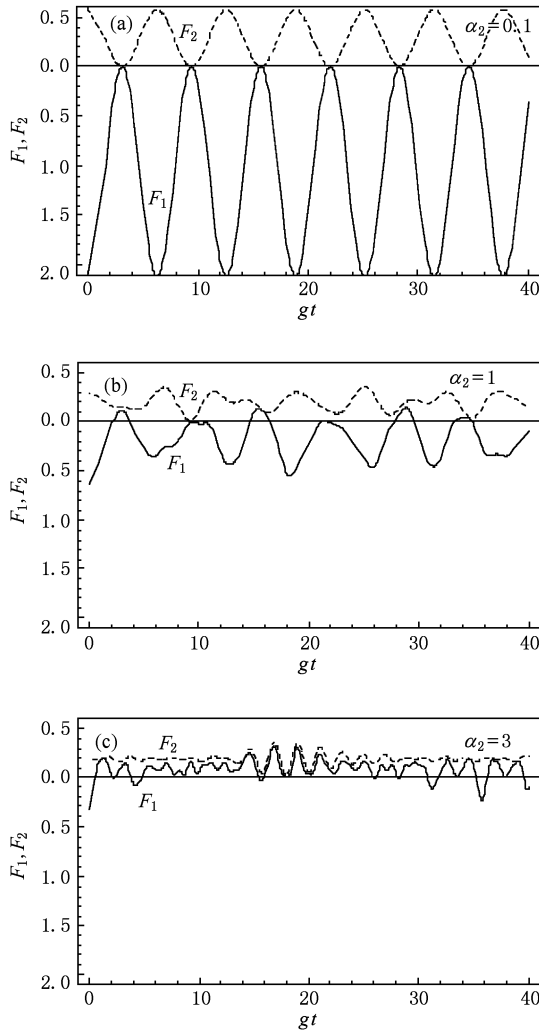


图 2 $\alpha_1 = 1$, 不同 α_2 取值时分量 S_1, S_2 涨落的压缩因子 F_1, F_2 随时间的演化

图 2 的结果表明, 双模纠缠相干光场中的一个场模 $\alpha_1 = 1$ 固定时, 另一个场模 α_2 取不同值时, 原子偶极分量 S_1, S_2 的涨落有一个分量可能随着时间演化出现量子压缩效应. 如图 2(a) 所示, 当 $\alpha_2 = 0.1$ 时, S_1 的起伏因子 F_1 取值在 0 和 -2 之间, 表明 S_1 的涨落 $\langle(\Delta S_1)^2\rangle$ 被极大的压缩, 并且压缩因子 F_1 随时间呈周期性变化. 表明当场模 α_2 强度较弱时

$\langle(\Delta S_1)^2\rangle$ 可以出现周期性的深度压缩. 同时, 描述 S_2 分量的涨落 $\langle(\Delta S_2)^2\rangle$ 的压缩因子 F_2 和 F_1 有相似的时间演化规律. 值得注意的是, F_2 和 F_1 在演化过程中取值呈互补关系, 当 $\langle(\Delta S_1)^2\rangle$ 被深度压缩时, $\langle(\Delta S_2)^2\rangle$ 的压缩因子 F_2 取最大值. 图 2(b) 和 (c) 是当 α_2 分别取 1 和 3 时, 压缩因子 F_1, F_2 的时间演化曲线. 结果表明, 若场模 α_2 强度增强, 原子算符的两个分量取值变化幅度都减小, $\langle(\Delta S_1)^2\rangle$ 的压缩深度相应减小, 并且 F_1, F_2 随时间演化的周期性变得不明显, 尤其当 $\alpha_2 = 3$ 较强时, $\langle(\Delta S_1)^2\rangle$ 会在演化过程中只出现短时间的压缩效应. 进一步计算发现继续增大 α_2 时, 原子两个偶极分量都不会出现压缩.

理论分析表明, 以上结果出现的原因和机理在于, 原子偶极分量的压缩效应是纯量子效应, 来源于与其作用的双模纠缠相干光场的纠缠特性, 众所周知量子纠缠是非常奇特的纯量子效应, 并且有研究表明纠缠和量子光学中的非经典效应有着内在的联系^[18], 并且量子纠缠和体系的量子压缩或光场的反聚束等非经典效应在相互作用体系中相互转化. 处于偶极压缩态原子可以辐射振幅压缩态光场, 同时利用对其辐射的振幅压缩态光场检测可以测量原子偶极压缩的特性. 这在光通信的应用上对提高信号传输的信噪比和信息容量具有重要意义. 以上结果中原子偶极分量压缩程度的不同来源于 α_2 取不同值时纠缠光场纠缠程度的强弱, 也就是说, 我们可以通过调控相干场的特性来远程控制原子的量子效应. 关于光场纠缠和体系其他非经典效应我们将做进一步深入的探讨.

4. Cauchy-Schwarz 不等式的破坏

Cauchy-Schwarz 不等式的破坏来源于体系的非经典特性, 被破坏的程度和相关体系的非经典性强弱有关. 在上一节中讨论了作用体系中原子偶极压缩这一非经典效应, 我们再通过计算 Cauchy-Schwarz 不等式的破坏从整个体系的角度考察其非经典特性及其演化规律.

原子和光场作用体系的 Cauchy-Schwarz 不等式定义为^[19]

$$\langle a^+ a^2 \rangle \langle s^{+2} s^2 \rangle \geq \langle a^+ a s^+ s \rangle^2, \quad (19)$$

为了方便观察体系作用过程中不同参量条件下对 Cauchy-Schwarz 不等式的破坏, 定义

$$\Delta V = \langle a^+ a s^+ s \rangle^2 - \langle a^{+2} a^2 \rangle \langle s^{+2} s^2 \rangle. \quad (20)$$

若 $\Delta V > 0$ 成立, 则表明 (19) 式的 Cauchy-Schwarz 不等式的破坏, 也即体系中存在某种或多种

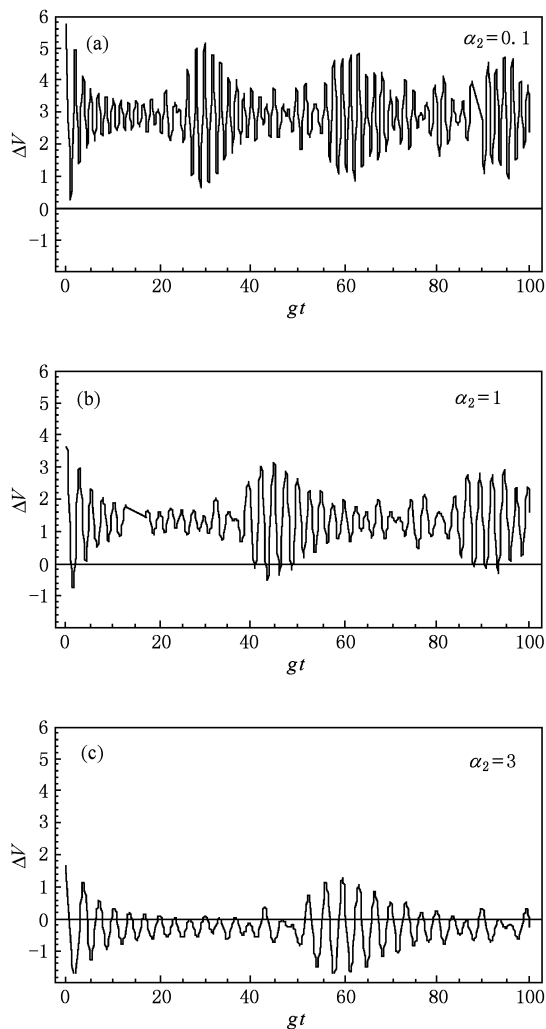


图 3 不同 α_2 取值时参数 ΔV 随时间的演化

非经典效应, 并且 Cauchy-Schwarz 不等式被破坏的程度也反映体系中存在的非经典效应的强弱. 利用体系 t 时刻的态矢 $\psi(t)$ 容易分析本系统中参数 ΔV 随时间的演化关系, 结果如图 3 所示.

从图 3 可以看出, 参数 ΔV 随时间做周期性的崩塌-回复变化, 这种周期崩塌-回复变化是来源于作用体系的量子效应, 是和原子在上下能级的翻转对应的. 场模 $\alpha_2 = 0.1$ 较弱时, $\Delta V > 0$ 此时 Cauchy-Schwarz 不等式被破坏, 而正是这个条件下原子偶极压缩效应也最强. α_2 增大时, 分别取 1 和 3 时, 参数 ΔV 的取值变小, 其变化幅度也有所减少, 另外其崩塌-回复的周期变长. 以上结果表明当 α_2 的取值变化时, Cauchy-Schwarz 不等式的破坏随时间演化呈丰富的动态变化特性, 描述了体系中的非经典特性随场模 α_2 取值和时间的依赖关系. 从以上结果可以看出, Cauchy-Schwarz 不等式的破坏所描述的量子特性和原子偶极压缩量子效应是对应的.

5. 结 论

本文研究了孤立二能级原子和双模纠缠相干光场作用时, 在强场驱动和大失谐条件下原子算符所展示出的量子压缩特性. 结果表明相干场的性质决定了原子偶极压缩量子效应的强度, 这就是说, 可以通过调控相干场的性质远程控制原子偶极压缩这一量子效应. 以 Cauchy-Schwarz 不等式的破坏来描述了体系非经典特性与相干场模 α_2 及时间的依赖关系. 结果显示, 我们可以通过调控双模场中的一个模参数 α_2 来远程控制作用体系的非经典特性. 这一结果能为量子态的远程控制和非经典光场的远程制备提供理论支持.

- [1] Yang C P, Guo G C 1999 *Phys. Lett. A* **255** 129
- [2] Berns D M, Oliver W D, Valenzuela S O, Shytov A V, Berggren K K, Levitov L S, Orlando T P 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 150502
- [3] Meunier T, Le Diffon A, Ruef C 2006 *Phys. Rev. A* **74** 033802
- [4] Walls D F 1983 *Nature* **306** 141
- [5] Buzek V 1989 *J. Mod. Opt.* **36** 1151
- [6] Wódkiewicz K, Knight P L, Buckle S J, Bamett S M 1987 *Phys. Rev. A* **35** 2567
- [7] Wu L A, Kimble H J, Hall J L, Wu H 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 2520
- [8] Grosshans F, Cerf N J 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 047905
- [9] Zhang Q, Li F L, Li H R 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2275 (in Chinese) [张茜、李福利、李宏荣 2006 物理学报 **55** 2275]
- [10] Pan J W, Gasparoni S 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 4435
- [11] Vanenk S J, Hirota O 2001 *Phys. Rev. A* **64** 022313
- [12] Lu H X, Li Y D 2009 *Chin. Phys. B* **18** 40
- [13] Wootters W K 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2245
- [14] Sanders B C 1992 *Phys. Rev. A* **45** 6811
- [15] Solano E, Agarwal G S, Walther H 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 027903

- [16] Zhang Y J, Xia Y J, Ren T Q, Du X M, Liu Y L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 723 (in Chinese) [张英杰、夏云杰、任廷琦等 2009 物理学报 **58** 723]
- [17] Walls D F, Zoller P 1981 *Phys. Rev. Lett.* **47** 709
- [18] Xia Y J, Gao D Y 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3703 (in Chinese) [夏云杰、高德营 2007 物理学报 **56** 3703]
- [19] Buzek V, Barranco A, Knight P L 1992 *Phys. Rev. A* **45** 6570

Coherent control of atom dipole squeezing and violation of Cauchy-Schwarz inequality *

Zhao Jia-Qiang[†] Lu Huai-Xin

(Shandong Provincial Key Laboratory of Multi-photon Entanglement and Manipulation, Department of Physics and Electronic Sciences, Weifang University, Weifang 261061, China)

(Received 31 July 2009; revised manuscript received 5 February 2010)

Abstract

By studying the interaction of isolated two-level atom with two-mode entangled coherent state optical field, the time evolution of dipole squeezing quantum effect in the system is investigated in detail. The results show that the properties of interaction coherent mode determine the degree of atom dipole squeezing. Parameter ΔV of violation of Cauchy-Schwarz inequality of the interaction system is defined. Time evolution of parameter ΔV is studied, and it can be seen evidently from the results that the degree of violation of Cauchy-Schwarz inequality accords with the nonclassical property of interaction system. Through tuning the parameter of the coherent field, we can easily perform the remote control of the noncommercial properties.

Keywords: quantum optics, two-mode entangled coherent states, dipole squeezing effect, Cauchy-Schwarz inequality

PACC: 4250, 0365

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60878001) and the Doctoral Research Foundation of Weifang University (Grant No. 2009BS01).

[†] E-mail: zhaojiaqiang@eyou.com