

并矢格林函数下的球形超透镜

尚 英¹⁾ 霍丙忠²⁾ 孟春宁¹⁾ 袁景和^{3)†}

1) (烟台大学光电信息学院, 烟台 264005)

2) (南开大学现代光学研究所, 天津 300071)

3) (中国科学院化学研究所分子纳米结构和纳米技术重点实验室, 北京 100190)

(2010 年 1 月 19 日收到; 2010 年 2 月 2 日收到修改稿)

应用并矢量格林函数法完成了球形超透镜的数值模拟, 证明了球形超透镜的亚波长成像能力. 并矢格林函数法是处理电磁场问题的一种系统理论和有效方法, 它弥补了坐标变换法的不足. 与平板透镜相比, 球形超透镜有几个优点, 包括有限的横截面, 能成放大或者缩小的像, 很高的分辨率, 进行二维成像等.

关键词: 球形超透镜, 并矢量格林函数法, 表面模, 高分辨率

PACC: 7820B, 7360D

1. 引 言

20 世纪 70 年代, Veselago 提出左手材料的概念^[1], 2000 年 Pendry 提出并在数学上证明了可以用负折射材料做成的薄板来实现超透镜^[2]. 对于 TM 偏振光, 在静态电场极限下, 具有负介电常数的金属板能够将倏逝波从薄板的一端传输到另一端, 这使得金属薄板可以作为突破衍射极限的超透镜, 并被近来的实验所证明^[3,4]. 随后 Ramakrishna 等人设计了由多层金属-介质堆构成的超透镜^[5]. Cai 等人提出了一种建立在金属-介质复合薄膜基础上的可调超透镜^[6]. 但是, 在工作波长上, 超透镜和周围介质的介电常数必须匹配才能实现倏逝波的无反射传输, 限制了这种介质复合薄膜的应用. 接着人们开始研究金属与介质介电常数不匹配情况下超透镜的特性^[7-10]. 无论是匹配还是非匹配超透镜, 凡是平板透镜, 它所成的像和物体是等大的, 而实际需要的是要成放大或者缩小的像, 这就需要有一定曲率的界面. 2007 年 Zhang 等人设计并制作了圆柱形超透镜^[11], 获得了 150 nm 的突破衍射极限的分辨率. 理论上, Pendry 等人提出了用坐标变换的方法实现圆柱形以及球形超透镜的理论推导^[12], 在 Pendry 最初的圆柱形超透镜理论推导里^[13], 材料参量在整个圆形超透镜领域里都是连续梯度变化的,

梯度参量在透镜的内部接近无穷大, 而这在实验中几乎是难以实现的. Yan 等人用坐标变换法对圆柱形透镜进行了数值模拟^[14], 并对其成像特点以及分辨率进行了详细地分析, 尽管在边界以及球内外材料的参数给予了有限的数值, 但中间层的参量仍然是一个梯度函数, 因此与实际相比精度仍然不够. 与平板透镜相比, 球形超透镜有几个优点, 包括有限的横截面, 能成放大或者缩小的像, 很高的分辨率, 进行三维成像等. 本文应用并矢量格林函数法^[15]完成了球形超透镜的理论推导, 不仅球内外材料的参量有自己确定的数值, 而且在分层均匀区域内各层之间也各有自己独立的介质参量, 具有实际的可操作性, 对超透镜设计有较强的的指导作用.

2. 球形超透镜分析的理论依据

并矢格林函数法是上世纪 40 年代以后发展起来的, 用这种方法可以求解各类电磁场边值问题和各类复杂媒质中的电磁场问题, 是处理电磁场问题的一种系统理论和有效方法. 本文中我们选取辐射源为一指向 x 方向的水平电偶极子元如图 1, 其球坐标为 $r' = b, \theta' = 0, \varphi' = 0$, 电偶极元可以表示为

$$J(R') = c \frac{\delta(r' - b)\delta(\theta' - 0)\delta(\varphi' - 0)}{b^2 \sin\theta'} \mathbf{x},$$

† 通讯联系人. E-mail: jhyuan@iccas.ac.cn

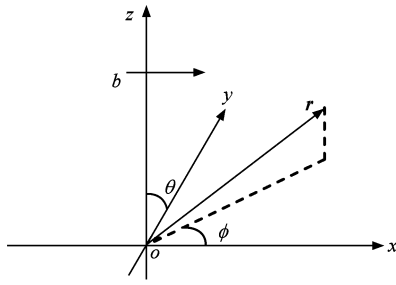


图1 水平电偶极子元的坐标

其中 c 表示电流矩强度. 电偶极子激励的电场则为

$$\begin{aligned} E_f(r) &= i\omega\mu_s \iiint_{V_s} \overline{G}_e^{(fs)}(r, r') \cdot J_s(r') dV' \\ &= i\omega\mu_s \overline{G}_e^{(fs)}(r, r') \cdot \mathbf{x} \\ &= i\omega\mu_s \overline{G}_e^{(fs)}(r, r') \cdot \boldsymbol{\theta}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 \overline{G}_e^{fs} 的本征展开式为

$$\begin{aligned} \overline{G}_e^{(fs)}(r, r') &= \overline{G}_{e0}^{(fs)}(r, r') \delta_f^s \\ &\quad + \overline{G}_{es}^{(fs)}(r, r'), \end{aligned} \quad (2)$$

自由空间中的并矢格林函数为

$$\begin{aligned} \overline{G}_{0e}(r, r') &= \frac{\hat{r}\hat{r}}{k_s^2} \delta(r - r') + \frac{ik_s}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (2 - \delta_m^0) \frac{2n - 1}{n(n + 1)} \frac{(n - m)!}{(n + m)!} \\ &\quad \times \begin{cases} M_{\delta mn}^{(1)}(k_s) M'_{\delta mn}(k_s) + N_{\delta mn}^{(1)}(k_s) N'_{\delta mn}(k_s), & (r \geq r'), \\ M_{\delta mn}(k_s) M_{\delta mn}^{(1)}(k_s) + N_{\delta mn}(k_s) N_{\delta mn}^{(1)}(k_s), & (r \leq r'), \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

每层中的散射并矢格林函数为

$$\begin{aligned} \overline{G}_{es}^{(fs)}(r, r') &= \frac{ik_s}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (2 - \delta_m^0) \frac{2n + 1}{n(n + 1)} \frac{(n + m)!}{(n - m)!} \\ &\quad \times \{ (1 - \delta_f^N) M_{\delta mn}^{(1)}(k_f) [(1 - \delta_s^1) A_M^{fs} M'_{\delta mn}(k_s) + (1 - \delta_s^N) B_M^{fs} M_{\delta mn}^{(1)}(k_s)] \\ &\quad + (1 - \delta_f^N) N_{\delta mn}^{(1)}(k_f) [(1 - \delta_s^1) A_N^{fs} N'_{\delta mn}(k_s) + (1 - \delta_s^N) B_N^{fs} N_{\delta mn}^{(1)}(k_s)] \\ &\quad + (1 - \delta_f^1) M_{\delta mn}(k_f) [(1 - \delta_s^1) C_M^{fs} M'_{\delta mn}(k_s) + (1 - \delta_s^N) D_M^{fs} M_{\delta mn}^{(1)}(k_s)] \\ &\quad + (1 - \delta_f^1) N_{\delta mn}(k_f) [(1 - \delta_s^1) C_N^{fs} N'_{\delta mn}(k_s) + (1 - \delta_s^N) D_N^{fs} N_{\delta mn}^{(1)}(k_s)] \}. \end{aligned} \quad (4)$$

其中的矢量波函数为

$$\begin{aligned} M_{\delta mn}(k) &= \mp \frac{m}{\sin\theta} z_n(kr) p_n^m(\cos\theta) \frac{\sin m\phi \hat{\theta}}{\cos} \\ &\quad - z_n(kr) \frac{dp_n^m(\cos\theta)}{d\theta} \frac{\cos m\phi \hat{\phi}}{\sin}, \\ N_{\delta mn}(k) &= \frac{n(n + 1)}{kr} z_n(kr) p_n^m(\cos\theta) \frac{\cos m\phi \hat{r}}{\sin} \\ &\quad + \frac{1}{kr} \frac{d[rz_n(kr)]}{dr} \left[\frac{dp_n^m(\cos\theta)}{d\theta} \frac{\cos m\phi \hat{\theta}}{\sin} \right. \\ &\quad \left. \mp \frac{m}{\sin\theta} p_n^m(\cos\theta) \frac{\sin m\phi \hat{\phi}}{\cos} \right]. \end{aligned}$$

将(3)和(4)式代入(2)式中, 然后进一步代入(1)式就能得到电偶极子元产生的电场, 其中的系数 $A_M^{fs}, B_M^{fs}, A_N^{fs}, B_N^{fs}, C_M^{fs}, D_M^{fs}, C_N^{fs}, D_N^{fs}$ 根据并矢格林函数所满足的边界条件求得

$$\begin{aligned} \mathbf{r} \times \overline{G}_e^{(fs)} &= \mathbf{r} \times \overline{G}_e^{[(f+1)s]}, \\ \frac{1}{\mu_f} \mathbf{r} \times \nabla \times \overline{G}_e^{(fs)} &= \frac{1}{\mu_{f+1}} \mathbf{r} \times \nabla \times \overline{G}_e^{[(f+1)s]}. \end{aligned} \quad (5)$$

具体请参考文献[15], 再根据麦克斯韦方程组中电场与磁场的关系求得磁场

$$H_f(r) = \iiint_{V_s} \nabla \times \overline{G}_e^{(fs)}(r, r') \cdot J_s(r') dV'. \quad (6)$$

3. 球形超透镜对倏逝波振幅的放大效应

在本文中, 对于水平电偶极子元令电流矩强度 $c = 1$, 设置三层球体, 将辐射源放置在最内层, 研究它从内部向外部的传输以及成像情况. 几何参量如图2所示.

不像平板透镜那样存在完全的倏逝波和完全的传输波, 这里所有的本征波都是传播波, 而球面波模数 n 的大小决定了场随传播距离增加而变化的速度, 高次模能否参与成像决定了成像分辨率的高低, 在本文中选取 $n = 2, m = 1$ 这一模式进行数值模拟. 球面波在物体或者像位置附近类似于纯的倏逝波, 像单个偶极子产生的场一样, 近场是倏逝波远

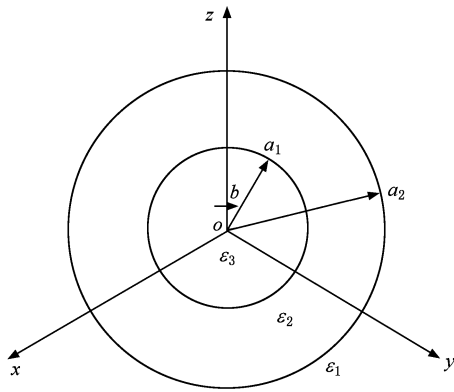


图2 三层超透镜

场是传输波,场只有在距离偶极子源较远一段距离之后才开始振荡起来. 设定球内(ϵ_3 区域)以及球外(ϵ_1 区域)的介电常数和磁导率都为1,对于超透镜结构,中间层介质参量为($\epsilon_2 = -1 - \delta, \mu_2 = -1 - \delta, \delta = 0.0001 - 0.00001i$),而对于无超透镜结构

中间层介质参量为($\epsilon_2 = 1, \mu_2 = 1$)图3是入射波长为350 nm,位于 $b = 20$ nm 的偶极子辐射源在中间层厚度为 $d = 35.5$ nm,外层半径 $a_1 = 72.5$ nm,内层半径 $a_2 = 37$ nm 的三层材料中形成的电磁场在 $\theta = \frac{\pi}{3}, \phi = \frac{\pi}{3}$ 方向的沿径向分布图,图3(a)是 $|E_\theta|$ 沿径向的分布,实线是通过超透镜的情况,虚线是没有超透镜的情况,两条竖直的点划线分别表示三层之间的分界面. 从图中可以看出对于有超透镜的情况,从偶极子辐射出的场随传播距离衰减后在接近球内分界面处开始增大,这是由于在内边界面上激发了表面模,进入超透镜之后由于材料损耗又逐渐衰减,到达外层边界附件又开始增大,这也是由于在外边界面上激发了表面模. 在这种匹配条件下,内表面激发的表面模要比外表面激发的表面模要强,场从透镜出来后又逐渐衰减. 而与此对比在无超透镜时的情况下,从偶极子辐射出的场随传播距离逐渐衰减,到达距离原点 91nm 处振幅几乎衰

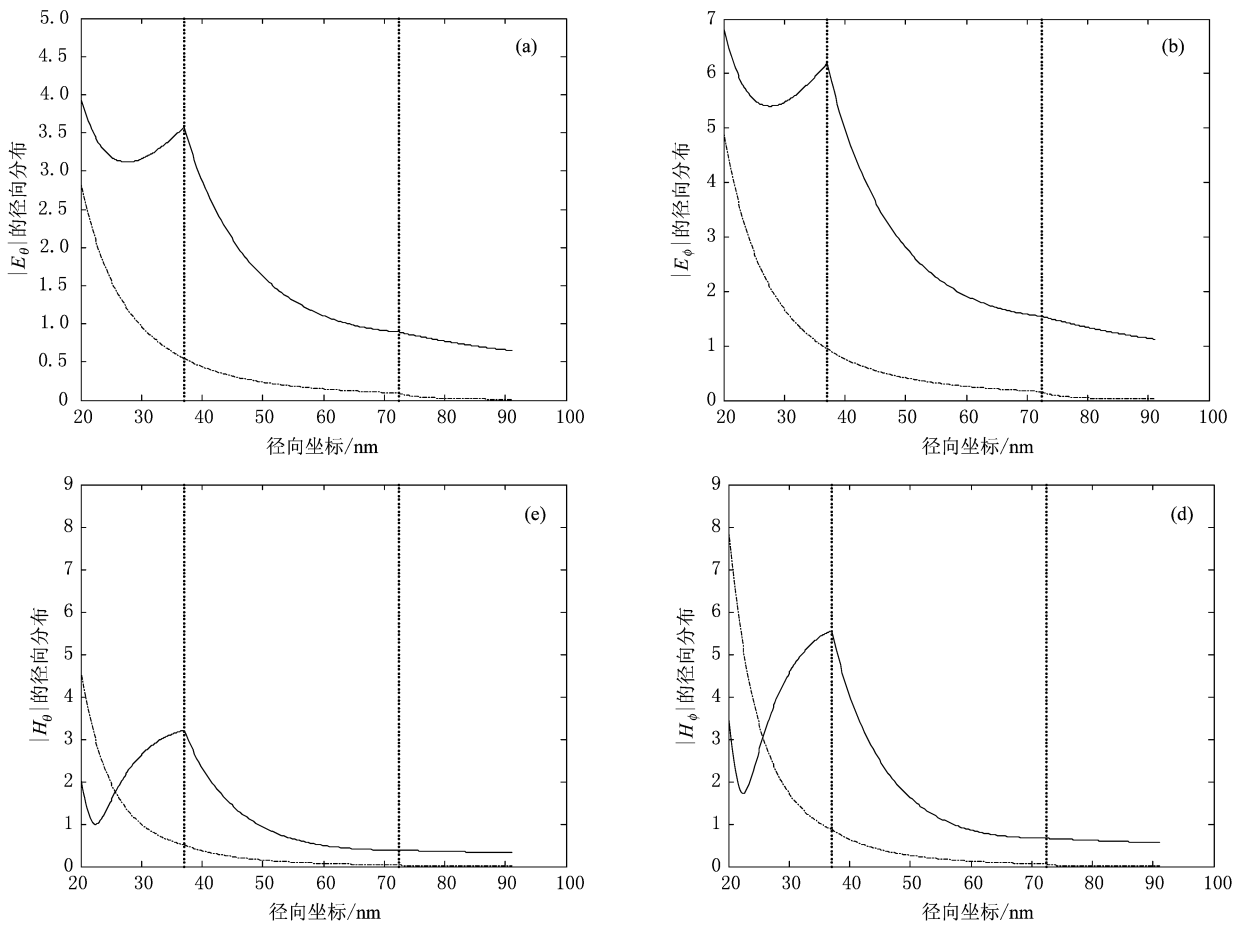


图3 $\epsilon_3 = 1, \epsilon_1 = 1$ 情况下切向电磁场的径向分布 (a)表示 $|E_\theta|$ 沿径向的分布,其中竖直虚线从左向右依次是三层透镜的左界面、右界面;(b)表示 $|E_\phi|$ 沿径向的分布;(c) $|H_\theta|$ 表示沿径向的分布;(d)表示 $|H_\phi|$ 沿径向的分布

减到了零. 从图中可以看出经透镜透射出来的切向振幅增大了, 如图 3(b) 是 $|E_\theta|$ 沿径向的分布, (c) 是 $|H_\theta|$ 沿径向的分布, (d) 是 $|H_\phi|$ 沿径向的分布, 变化规律与 (a) 相似, 只是切向磁场振幅在球的内层也就是图 2 显示的介质 ϵ_3 层内先是减小后又逐

渐增大. 很明显与无透镜情况相比倏逝波的振幅被放大了. 这是光源在球内成像在球外的情况, 同样的道理, 若光源在球外, 则成像在球内. 这可以根据光路可逆性唯像地理解.

当只改变球内 (ϵ_3 区域) 以及球外 (ϵ_1 区域) 的

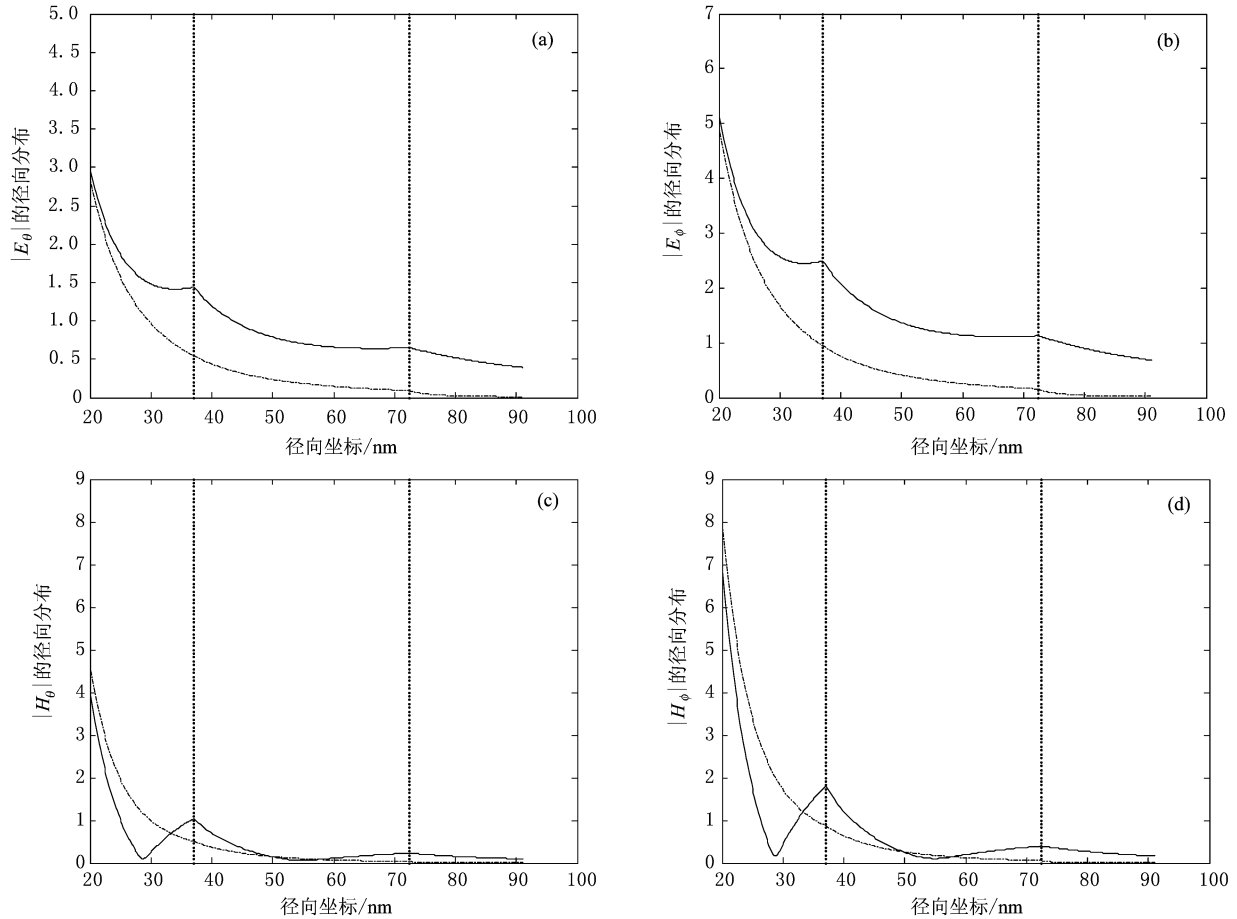


图 4 $\epsilon_3 = 8, \epsilon_1 = 4$ 情况下切向电磁场的径向分布 (a) $|E_\theta|$ 表示沿径向的分布, 其中竖直虚线从左向右依次是三层透镜的左界面、右界面; (b) 表示 $|E_\phi|$ 沿径向的分布; (c) $|H_\theta|$ 表示沿径向的分布; (d) 表示 $|H_\phi|$ 沿径向的分布

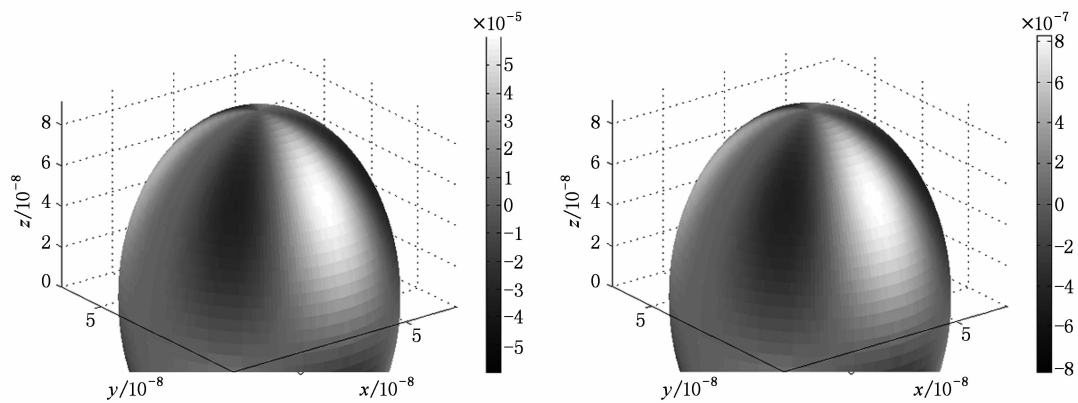


图 5 (a) 通过超透镜在球外距离球外表面 18.5 nm 处在球面上获得偶极子的光强分布; (b) 无超透镜时在球外距离球外表面 18.5 nm 处在球面上获得偶极子的光强分布

介电常数,令 $\varepsilon_3 = 8$, $\varepsilon_1 = 4$,其他条件不变得到的切向电磁场径向分布如图 4 所示. 在这样的参量匹配条件下与上述情况相比,超透镜内边界的表面模增强,外边界的表面模减弱. 倏逝波振幅的放大程度变大了. 因此可以通过这种方法来选择合适的介质参量.

4. 球形超透镜对光强的增强

入射波长为 350 nm,厚度 $d = 35.5$ nm,内层半径 $a_2 = 37$ nm,外层半径 $a_1 = 72.5$ nm,辐射源位于 $b = 20$ nm 处,在球面外距离外球面 18.5 nm 处获得的偶极子的光强分布如图 5(a),当无超透镜时在相同位置处得到的偶极子的光强分布如图 5(b)所示,从两图中光强数量级的比较可以清楚地看到,偶极子源经过超透镜后所成的像的光强显著增强了.

5. 结 论

用并矢格林函数法研究了三层球形超透镜对单偶极子辐射源辐射场的传输特性,发现这种超透镜与没有透镜情况相比,能够显著地放大倏逝波,使其参与成像,所以它比传统光学透镜有更高的空间分辨率. 需要说明的是尽管本文只模拟了三层球形超透镜对电磁波的传输特性,也可以用并矢格林函数法模拟更多层任意匹配介质的球形超透镜对电磁波的传输,当然也可以来离散模拟连续折射率结构的传输情况. 同时这种方法还适用于分析圆柱体和平板情况,因此它是一种系统的有效的方法,弥补了坐标变换方法的不足. 影响平板超透镜成像的因素同样也是影响球形超透镜成像的因素,本文的研究为多层非匹配超透镜的放大作用提供了有效地理论依据,对具体的设计有很好的指导作用.

-
- [1] Veselago V G 1968 *Sov. Phys. Uspekhi* **10** 509
- [2] Pendry J B 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966
- [3] Fang N, Lee H, Sun C, Zhang X 2005 *Science* **308** 534
- [4] Melville D, Blaikie R 2005 *Opt. Express* **13** 2127
- [5] Ramakrishn S A, Pendry J B, Wiltshire M C K, Stewart W J 2003 *J. Mod. Opt.* **50** 1419
- [6] Cai W, Genov D A, Shalaev V M 2005 *Phys. Rev. B* **72** 193101
- [7] Wood B, Pendry J B, Tsai D P 2006 *Phys. Rev. B* **74** 115116
- [8] Webb K J, Yang M 2006 *Opt. Lett.* **31** 2130
- [9] Bloemer M, Aguanno G D, Mattiucci N, Scalora M, Akozbek N 2007 *Appl. Phys. Lett.* **90** 174113
- [10] Wang C, Zhao Y, Gan D, Du C, Luo X 2008 *Opt. Express* **16** 4217
- [11] Liu Z W, Lee Hyesog, Xiong Y, Sun C, Zhang X 2007 *Science* **315** 1686
- [12] Pendry J B, Schuring D, Smith D R 2006 *Science* **312** 1780
- [13] Pendry J B 2003 *Opt. Express* **11** 755
- [14] Yan M, Yan W, Qiu M 2008 *Phys. Rev. B* **78** 125113
- [15] Li L W, kooi P S, Leong M S, Yeo T S 1994 *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **42** 12

Spherical superlens analysed by dyadic Green ' s function

Shang Ying¹⁾ Huo Bing-Zhong²⁾ Meng Chun-Ning¹⁾ Yuan Jing-He^{3)†}

1) (*School of Science and Technology for Opto - electronic Information, Yantai University Yantai 264005, China*)

2) (*Institute of Modern Optics, Nankai University, Tianjin 300071, China*)

3) (*CAS Key Laboratory of Molecular Nanostructure and Nanotechnology, Institute of Chemistry, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

(Received 19 January 2010; revised manuscript received 2 February 2010)

Abstract

In this paper, we carry out the numerical simulation of spherical superlens by the Dyadic Green ' s function method, and we prove the sub - wave length imaging capability of spherical superlens. Dyadic Green ' s function method is an effective method and a systematic theory of dealing with the problem of electromagnetic fields, which makes up the deficiencies in coordinate transformation method. Compared with the flat lens, the spherical superlens have several advantages, including the finiteness cross - section, and ability in lensing with magnification or demagnification, high resolution, two-dimensional imaging, etc.

Keywords: spherical superlens, dyadic Green ' s function method, surface mold, high resolution

PACC: 7820B, 7360D

† Corresponding author. E-mail: jhyuan@iccas.ac.cn