

# 一种基于重标极差方法的动力学结构 突变检测新方法\*

何文平<sup>1)†</sup> 邓北胜<sup>2)3)</sup> 吴 琼<sup>4)</sup> 张 文<sup>5)</sup> 成海英<sup>6)</sup>

1)(国家气候中心,北京 100081)

2)(兰州大学大气科学学院,兰州 730000)

3)(北京市气象局,北京 100089)

4)(国家卫星气象中心,北京 100081)

5)(南京邮电大学通达学院,南京 210003)

6)(盐城工学院基础教学部,盐城 224002)

(2009 年 12 月 15 日收到;2010 年 2 月 23 日收到修改稿)

提出了一种针对相关性时间序列动力学结构突变检测的新方法——滑动移除重标极差分析. 数值试验表明,新方法能够准确的检测出理想序列中的动力学结构突变,其检测结果对于子序列的长度依赖性较小,而且具有很强的抗噪能力,弥补了滑动去趋势波动分析的不足.

**关键词:** 标度指数, 滑动移除重标极差分析, 滑动去趋势波动分析, 动力学结构突变

**PACC:** 9260X

## 1. 引 言

研究气候突变对于揭示气候变化的实质以及发展气候模式具有重要的理论意义和实际应用价值<sup>[1]</sup>. 长期以来,气候动力学结构突变的检测一直是困扰气象学家们的一个难题. 非线性科学的蓬勃发展,尤其是分形理论(即标度不变性)<sup>[2]</sup>的出现,为解决这一难题提供了新的途径. 标度不变性的一个重要的量化指标是标度指数,对于具有分形特征的动力系统,标度指数可作为表征其动力学结构特征的一个有效的物理量<sup>[3]</sup>,系统动力学结构特征的任何变化,直接会导致其标度指数发生变化. 目前估算时间序列标度指数的方法繁多,如重标度极差分析法、去趋势波动分析、小波分析、功率谱、聚合方差法等,不同方法各有利弊. He 等基于去趋势波动分析方法(detrended fluctuation analysis, DFA)发展了滑动去趋势波动分析(moving detrended fluctuation analysis, MDFA)<sup>[4, 5]</sup>,该方法能够对多种动力学结构突变进行有效的检测,但对于具有相关

性的时间序列,并不能够准确的定位突变点的位置. 然而许多实际观测资料具有相关性特征,例如地表温度、气压、降水等气象要素的演变、极端事件的重现时间、地震的发生、心率的变化等<sup>[6-23]</sup>都具有长程相关性,Carvalho 等<sup>[24]</sup>则发现全球温度距平场呈现反相关特征. 因此,针对相关性时间序列的动力学结构突变检测方法的研究显得十分重要.

鉴于此,本文在重标极差分析(rescaled range analysis, R/S)<sup>[25]</sup>的基础上,发展了一种新的突变检测方法——滑动移除重标极差法(moving cut data-rescaled range analysis, MC-R/S),该方法主要基于数据的移除对于具有相同动力学属性的相关序列标度指数的估算几乎没有影响的这一特征而提出. 已有研究表明,对于来源于同一个动力学系统的相关性时间序列而言,即使在序列中的数据被移除 50% 的情况下,在计算误差范围内,剩余序列的标度指数基本上与原序列相同<sup>[20, 26]</sup>. 数值试验的结果验证了 MC-R/S 方法的有效性,新方法的提出弥补了 MDFA 方法的不足,使得动力学结构突变检测方法进一步得到了完善.

\* 国家自然科学基金(批准号:40905034,40930952,40775948),公益性行业(气象)科研专项(批准号:GYHY200806005)资助的课题.

† E-mail: wenping\_he@163.com

## 2. MC-R/S 分析

R/S 分析是一种非参数分析方法,可用于研究时间序列的相关性特征,得到一个表征其相关性特征的标度指数  $\gamma$ . 根据  $\gamma$  的物理意义<sup>[27]</sup>可知,  $0 < \gamma < 0.5$ , 意味着时间序列的演化具有反相关性;  $\gamma = 0.5$  表示时间序列的演化类似于高斯白噪声, 无相关性;  $0.5 < \gamma < 1.0$ , 则表明时间序列的演化具有长程相关性. 由于无动力学结构突变且具有相关性的时间序列, 任意移除该序列的数据, 对其标度指数计算的影响几乎可以忽略<sup>[20, 26]</sup>. 因此, 通过考察时间序列中不同时段内数据对于计算整个序列标度指数贡献的大小, 可以尝试对系统的动力学结构突变进行检测. 鉴于此, 本文提出了 MC-R/S 分析方法, 其具体步骤如下:

- 1) 首先选择滑动移除数据的窗口长度  $M$ ;
- 2) 然后从待分析时间序列的第  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, N - M + 1$ ,  $N$  为时间序列中的总记录个数) 个数据开始连续移除  $M$  个数据, 再将剩余  $N - M$  个数据直接连在一起得到一个新的时间序列;
- 3) 利用 R/S 方法计算新序列的标度指数;
- 4) 保持移除数据的窗口长度不变, 以步长  $M$  逐

步移动窗口, 重复 2), 3) 步操作, 直到原序列结束为止;

5) 通过 1)–4) 步操作可得到一个随着窗口移动的标度指数序列;

6) 对步骤 5) 中的标度指数序列进行方差分析, 根据方差贡献大小的差异得到突变点或突变区间.

本文数值试验中所采用到的理想时间序列由 Logistic 映射<sup>[28]</sup>产生, 序列总长度为 1000.

## 3. 数值试验

### 3.1. MDFA 在相关性时间序列中的动力学结构突变检测

Logistic 映射是一个著名的虫口模型, 该模型构造简单, 却能展示极其复杂的动力学行为, 已经在很多领域得到了研究和应用, 其方程如下:

$$x_{n+1} = ux_n(1 - x_n), \quad x \in [0, 1]. \quad (1)$$

(1) 式中  $x_n$  为第  $n$  代虫口数,  $x_{n+1}$  为第  $n+1$  代虫口数.  $u$  是一个大于 0 且小于 4 的控制参数, 当  $3.569945672 < u < 4.0$ , 系统进入混沌状态. 在本文中, 若无特殊说明时, 虫口数初值  $x_0 = 0.8$ , 参数  $u = 3.8$ .

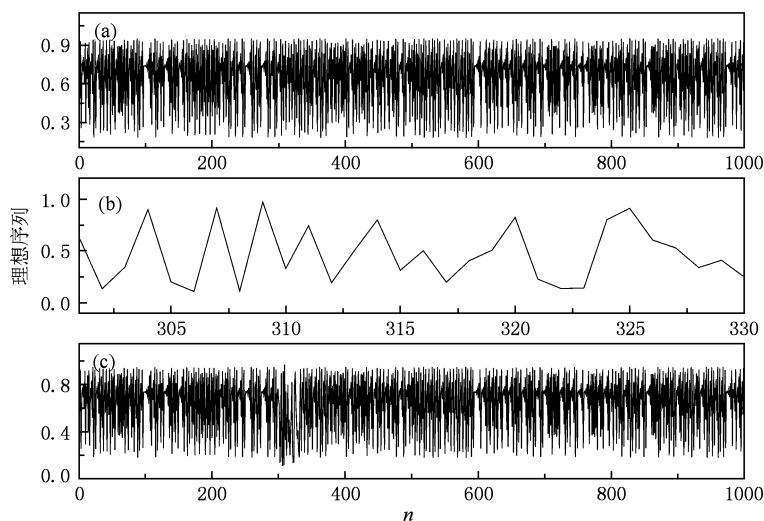


图1 理想时间序列 (IS1) 的构造 (a) Logistic 映射产生的理想序列, 长度为 1000; (b) 高斯白噪声, 长度 30; (c) 由 (a) 和 (b) 产生的新序列 IS1, 即 (a) 中  $n = 301$  至  $n = 330$  的时间序列由高斯白噪声 (b) 代替, 模拟系统在此区间由确定性过程突然变为随机过程

本文考虑了这样一种情形, 假定虫口种群的演化方程满足 (1) 式, 在某个时刻, 一场突如其来的灾难导致种群的演化不再满足方程 (1), 而是展现出

随机行为, 经过一段时间的休养生息, 种群的演变又逐渐符合动力学方程 (1). 据此假设, 本文构造了一条理想序列 IS1 (图 1 (c) 所示), 其构造方式如

下:首先由 Logistic 映射产生一条长度为 1000 个单位演化时间的理想序列(图 1(a)所示),在  $n = 301$  至  $n = 330$  内,原序列由一段随机数(图 1(b)所示)替代. 显而易见,在  $n = 301$  时,系统的演变由确定性

过程突变为随机过程,而后在  $n = 331$  时,系统的演变又重新由确定性方程(1)控制. 故而 IS1 在  $n = 301$  和  $331$  时分别发生了一次动力学结构突变.

图 2 给出了理想序列 IS1 的三阶滑动去趋势波

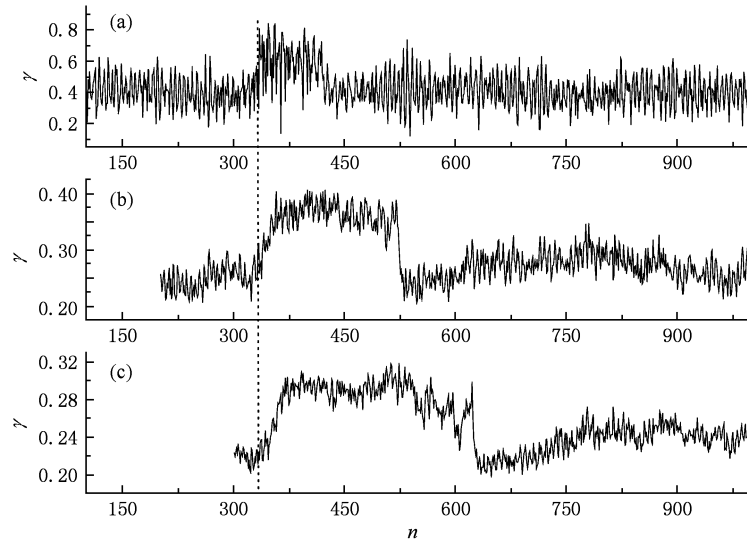


图 2 理想序列 IS1 的 MDFA3 分析 (a) 子序列长度  $L = 100$ ; (b)  $L = 200$ ; (c)  $L = 300$

动分析(MDFA3)的检测结果,从图中可以发现,不同子序列长度下得到的标度指数的演化类似,其标度指数均约在  $n = 334$  处逐渐变大,经过一段与子序列长度相仿的时间的稳定变化后,标度指数迅速减小,呈现另一个相对稳定的变化. 根据已有研究结果可知<sup>[4, 5]</sup>, IS1 约在  $n = 334$  处发生了动力学结构突变. 因此, MDFA3 检测到的突变点仅仅与序列中的第二个突变点( $n = 331$ )比较接近,而对于第一个突变点却未能有所反映. 对于其他反相关序列和正相关序列的 MDFA 试验得到了类似结果,不再赘述. 这表明 MDFA 对相关性时间的动力学结构突变检测的结果还不能够令人满意. 因此,需要进一步完善 MDFA 方法或发展新的突变检测方法来弥补 MDFA 方法的不足.

### 3. 2. MC-R/S 在相关性时间序列中的动力学结构突变检测

#### 3. 2. 1. 无噪声时 MC-R/S 在突变检测中的有效性试验

图 3 展示了 IS1 的 MC-R/S 分析结果. 当子序列长度  $M = 5$  时,在  $n \in [301, 335]$  内,数据的移除对于标度指数估算的影响明显大于其他区域,而其他区域内数据的移除对于标度指数估算的影响程度相差不大(图 3(a)所示). 传统的突变检测方法,

如滑动- $t$  检验、Cramer 法、Yamamoto 法、Mann-Kendall 法等<sup>[29-31]</sup>的检测结果严重依赖于时间尺度,而系统的动力学结构突变与时间尺度无关. 因而,有必要研究 MC-R/S 的检测结果与时间尺度的关系. 图 3(b), (c), (d) 分别给出了  $M = 10, 15, 30$  时的 MC-R/S 检测结果,从图中不难看出,不同子序列长度下对于标度指数估算影响最大的区域均为  $n \in [301, 330]$ ,类似于  $M = 5$  的检测结果,其他区域内数据的移除对于标度指数估算的影响大致相当,这一情况随着子序列长度的增加越发明显. 从不同子序列长度时的 MC-R/S 分析结果来看,对标度指数估算影响最大的区域与 IS1 中的真实动力学结构突变区间基本相符合. 因此,MC-R/S 的检测结果对于子序列长度的依赖性较小. 同时,这一结果也表明具有相同动力学性质的数据对于序列标度指数计算的贡献大致相同,而具有不同动力学属性的数据对计算整个序列标度指数的贡献存在着显著的差异. 因此,这种差异特征可以用于区分具有不同动力学性质的时间序列,进而可以对时间序列的动力学结构突变进行有效识别.

为了定量的区分由于数据的动力学性质不同对于标度指数估算贡献大小的差异,类似于文献[4],本文利用方差分析方法对 MC-R/S 的分析结果进行了再分析,通过移除数据对标度指数估算所

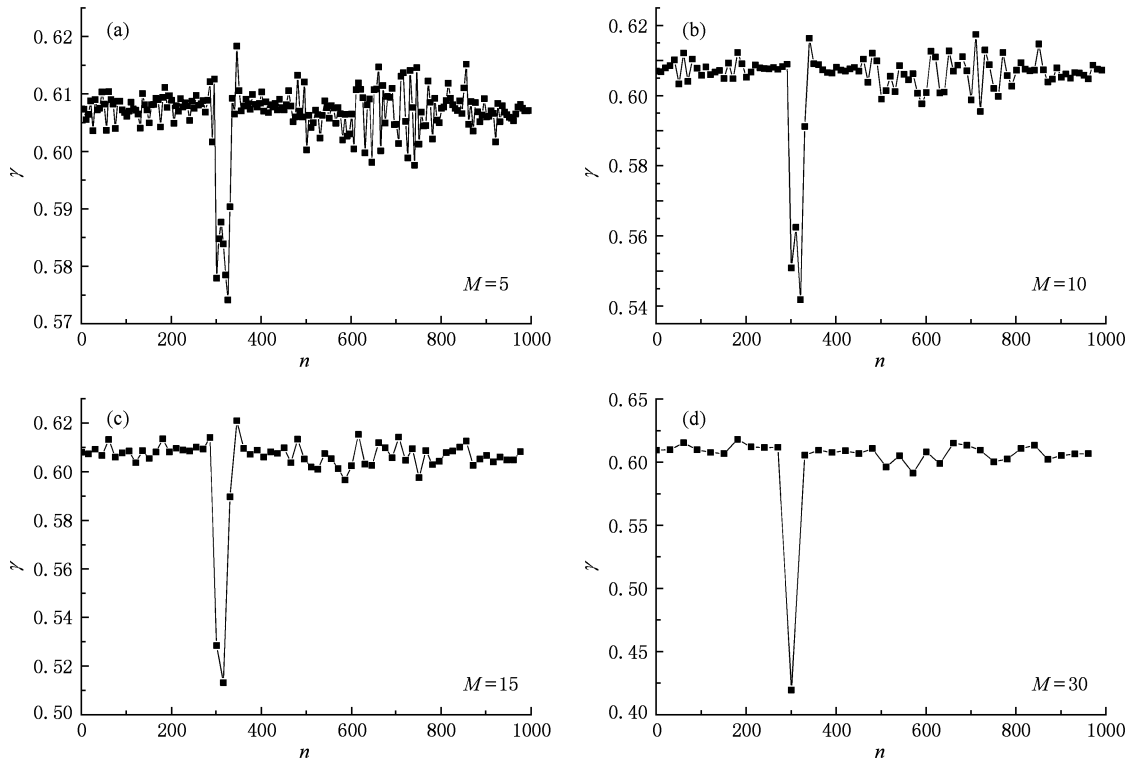


图3 理想序列 IS1 的 MC-R/S 分析,  $M$  为滑动移除数据的子序列长度

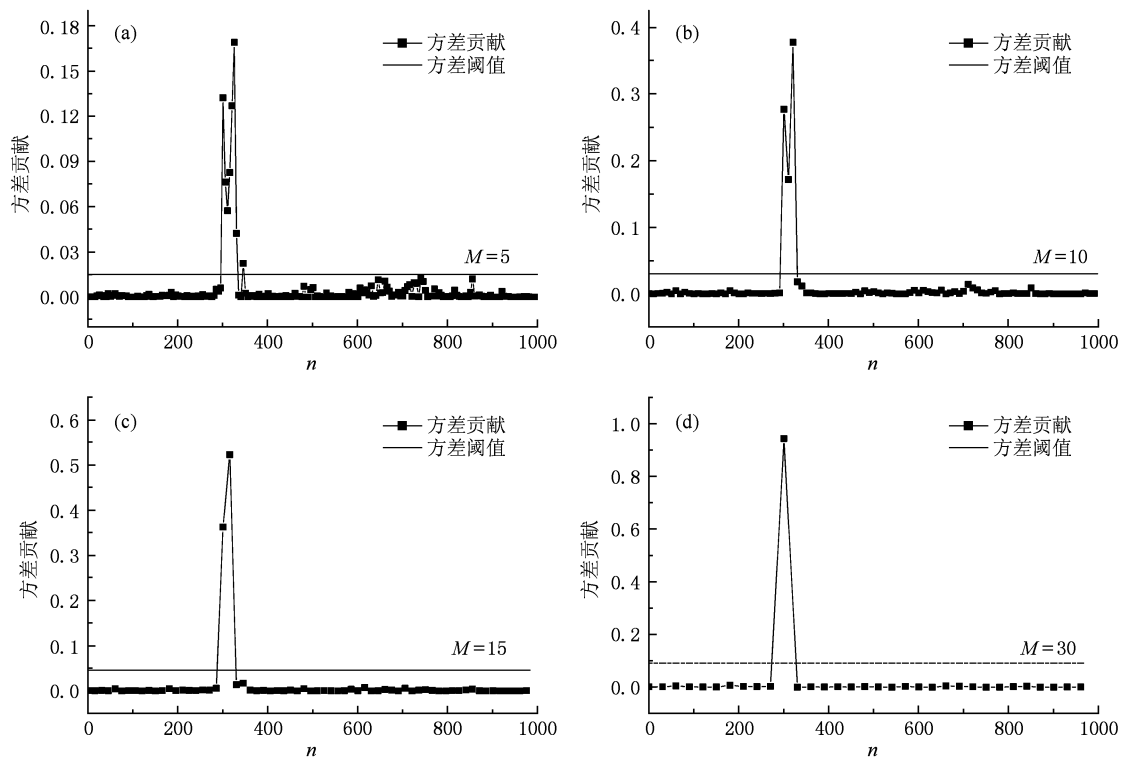


图4 标度指数的方差贡献 (a)  $M=5$  时,理想序列 IS1 的 MC-R/S 检测结果的方差分析;(b)  $M=10$ ;(c)  $M=15$ ;(d)  $M=30$

引起的方差贡献大小来判断数据的动力学性质的

差异. 在本文中,我们定义方差突变的阈值为三倍

平均标准方差,超过该阈值时可认为系统的动力学性质发生了显著性改变,即在该处系统的动力学结构发生了突变.图4分别展示了子序列长度  $M=5, 10, 15, 30$  时的方差贡献图,在  $n \in [301, 330]$  内,数据的移除对于标度指数计算的方差贡献均超过了方差阈值,而其他区域内数据的移除对于标度指数的方差贡献几乎接近于0,表明其他区域内数据的移除对于标度指数估算的影响几乎可以忽略.同时也注意到,在  $M=5$  时,部分未发生动力学结构突变的地方数据的移除产生的方差贡献也超过了方差阈值,但系统的动力学结构突变与特定的时间尺度无关,结合不同子序列长度下 MC-R/S 的检测结果可以很容易判断这些突变点的真伪.因此,可以判定在  $[301, 330]$  内系统的动力学结构发生了改变,

这与 IS1 中真实的突变区域完全一致.对类似于 IS1 的时间序列的 MC-R/S 试验得到了相同的结论,这表明了 MC-R/S 能够准确的检测具有相关性时间序列的动力学结构突变,且其检测结果对于子序列长度的依赖性较小.因此,在对具有相关性质的时间序列的动力学结构突变检测中,相对于 MDFA, MC-R/S 性能的优越性是显而易见的.

必须指出的是,在理想试验中,由于预先了解了时间序列中的动力学结构突变信息,因此,在选择滑动移除窗口时,容易选择合适的窗口尺度,得到比较准确的检测结果.但在实际应用中,由于无法事先了解突变信息,因此,窗口尺度若选择过大无疑会对 MC-R/S 检测结果的可靠性造成一定程度的影响.

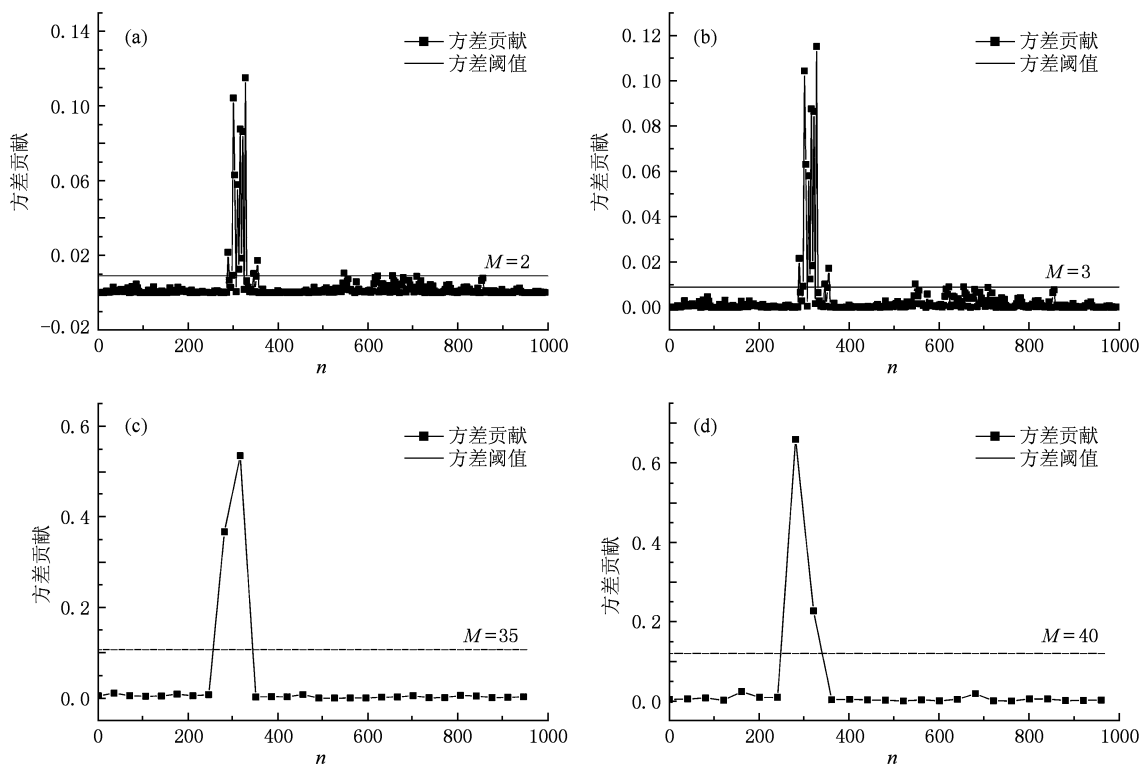


图5 IS1 的 MC-R/S 检测结果的方差分析

为了进一步研究任意窗口尺度对于 MC-R/S 检测结果的影响,图5给出了子序列长度  $M$  取 2, 3, 35, 40 时的 MC-R/S 检测结果.在  $M=2$  和 3 时检测到方差贡献最大的区间分别为  $[301, 330]$  和  $[301, 329]$ ,且明显大于其他区域内数据移除对于标度指数计算的影响(图5(a)和(b)所示),检测结果与真实突变区间  $[301, 330]$  比较接近,但类似于  $M=5$  时的情形,仍然存在部分区间内数据的移除引起的方

差贡献略微超过方差阈值的情形,这可能是标度指数估算方法自身的不完善或方差阈值选择偏小造成的.对于检测到的虚假突变点其会随着窗口尺度的改变而消失,因此可以通过稍微改变窗口尺度的方法来消除虚假突变点.图5(c)和(d)分别展示了  $M=35$  和 40 时的 MC-R/S 检测结果,检测到突变区间分别为  $[281, 350]$ ,  $[281, 360]$ .显然,检测结果均包含了真实的突变区间,但由于所选择的窗口尺度

相对于突变区间过大,导致检测到的突变范围较真实突变区间明显偏大.在实际应用 MC-R/S 的过程中,由于未知时间序列中动力学结构突变的范围大小,可以先采取较大尺度的滑动移除窗口,初步确定突变的大致范围,而后根据小尺度窗口的检测结果锁定方差贡献大的区域,并对比不同窗口的检测结果去伪存真.值得指出的是,检测结果与真实动力学结构突变区间完全一致仍然难以通过 MC-R/S 方法实现,但根据 MC-R/S 的检测结果基本上可以确定动力学结构突变的主要时段.

### 3.2.2. 噪声对 MC-R/S 分析结果的影响

实际观测资料中,噪声是不可避免的,尤其是随机噪声更是无法消除,噪声的存在,特别是强噪声,可能会对正确分析观测资料的统计和动力特征造成一定程度的影响,在某些情况下甚至可能会得

到截然相反的结论.鉴于此,本文以子序列长度  $M = 10$  时 IS1 的 MC-R/S 分析为例,研究了强噪声对于 MC-R/S 的影响.结果表明,强噪声对于 MC-R/S 检测结果的影响并不大(图 6 所示),甚至在信噪比为 20 dB 时,检测到的突变区间基本上与真实的突变区间仍保持一致(方差图略).这表明 MC-R/S 的检测结果具有很强的抗噪能力.进一步增大噪声的强度发现,噪声对于 MC-R/S 检测结果的影响逐渐显现出来,如信噪比为 15 dB 时,检测到虚假的突变区间[361, 370].对此,一方面可通过对不同子序列长度下的检测结果进行对比分析剔除虚假突变点,另一方面,可以在进行 MC-R/S 分析前对待分析序列进行降噪处理,通过这种预处理可以减小甚至消除强噪声对于 MC-R/S 分析结果的影响.

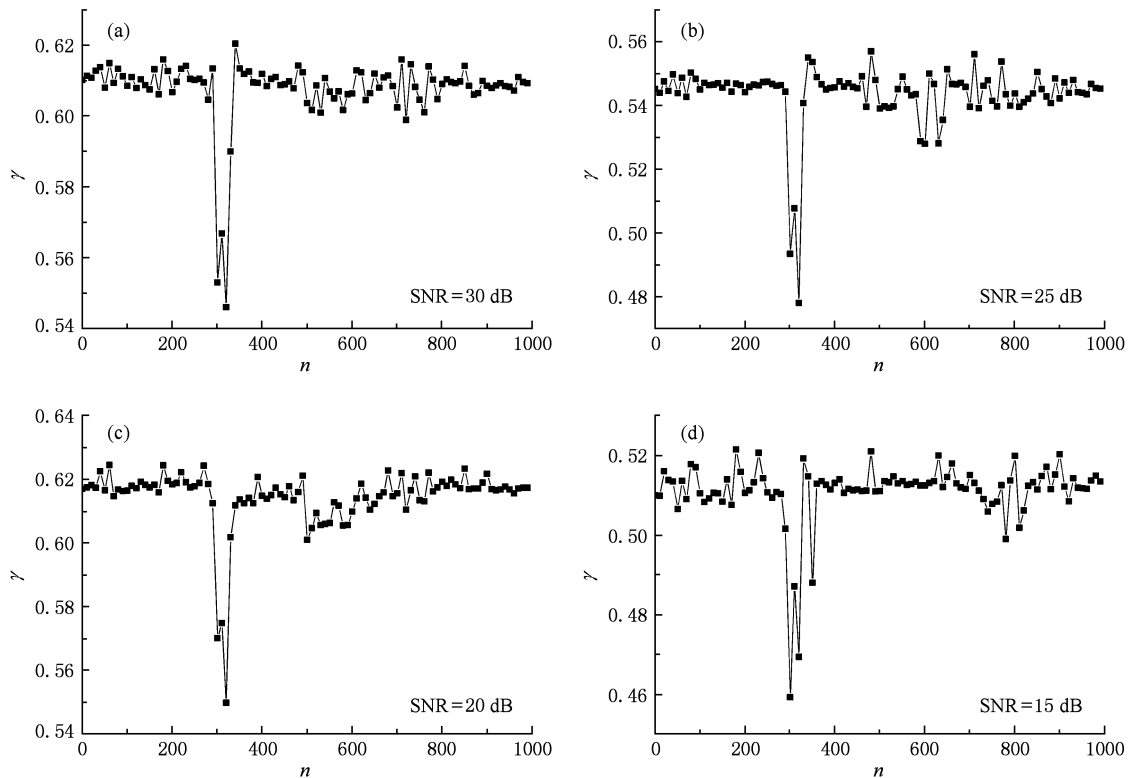


图 6 强噪声对于 MC-R/S 的影响,子序列长度  $M = 10$  (a) 信噪比(SNR)为 30 dB 时,IS1 的 MC-R/S 检测结果;(b) 同(a)但 SNR = 25 dB;(c) 同(a),但 SNR = 20 dB;(d) 同(a),但 SNR = 15 dB

## 4. 结果与讨论

基于数据的移除对于具有相同动力学属性的相关性时间序列标度指数的估算几乎没有影响这一特征,本文发展了一种新的动力学结构突变检测

方法——MC-R/S,该方法的检测结果对于子序列的长度依赖性较小,而且对噪声具有很强的抗干扰能力,非常适合于相关性时间序列的动力学结构突变检测,弥补了 MDFA 的不足.同时,也注意到在某些情况下 MC-R/S 会检测到了一些虚假的突变点或突变区间,这可能与标度指数算法自身的不完善有

关,但可以通过两个途径解决:一是根据动力学结构突变与特定的时间尺度无关这一特点,对比不同子序列长度的检测结果,剔除虚假突变点或突变区间;二是对待分析资料进行降噪的预处理,减轻噪声的影响.在实际应用 MC-R/S 的过程中,可以先采取较大尺度的滑动移除窗口,初步确定突变的大致范围,而后根据较小尺度窗口的检测结果锁定方差

贡献大的区域,并对比不同窗口的检测结果去伪存真. MC-R/S 的提出进一步完善了时间序列动力学结构突变检测方法.由于自然界中的许多时间序列具有相关性特征,因此,新方法不仅能够用于气象观测资料的动力学结构突变检测,还适用于其他领域内各种相关性序列的突变检测,具有广阔的应用前景和潜在的社会经济价值.

- [1] Fu C B, Wang Q 1992 *Chin. J. Atmos. Sci.* **16** 483 (in Chinese) [符淙斌、王 强 1992 大气科学 **16**,483]
- [2] Mandelbrot B B 1967 *Sci.* **156** 636
- [3] He W P 2008 *The research and application of the abrupt detecting methods in dynamical structures* (Lanzhou: Lanzhou University) p16 (in Chinese) [何文平 2008 动力学结构突变检测方法的研究及其应用(第16页)]
- [4] He W P, Feng G L, Wu Q, Wan S Q, Chou J F 2008 *Non. Proc. Geo.* **15** 601
- [5] He W P, Wu Q, Zhang W, Wang Q G, Zhang Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2862 (in Chinese) [何文平、吴 琼、张 文、王启光、张 勇 2009 物理学报 **58** 2862]
- [6] Shi N, Gu J Q, Yi Y M, Lin Z N 2005 *Chin. Phys.* **14** 844
- [7] Shi N, Yi Y M, Gu J Q, Xia D D 2006 *Chin. Phys.* **15** 2180
- [8] Dai X G, Fu C B, Wang P 2005 *Chin. Phys.* **14** 850
- [9] Dai X G, Wang P, Chou J F 2004 *Pro. in Chin. Sci.* **60** 544
- [10] Liu S D, Chen J, Liu S K 1999 *J. Appl. Meteor. Sci.* (supplement) **10** 10 (in Chinese) [刘式达、陈 炯、刘式适 1999 应用气象学报(增刊)**10** 10]
- [11] Liu S D, Rong P P, Chen J 2000 *Acta Meteor. Sin.* **58** 111 (in Chinese) [刘式达、荣平平、陈 炯 2000 气象学报 **58** 111]
- [12] Cao H X, Zheng Z F, Zhang X L, Xie X L, Pan J H 2007 *Chin. J. Geo.* **50** 420 (in Chinese) [曹鸿兴、郑祚芳、张秀丽、谢 庄、潘家华 2007 地球物理学报 **50** 420]
- [13] Abaimov S G, Turcotte D L, Shcherbakov R, Rundle J B 2007 *Non. Proc. Geophys.* **14** 455
- [14] Blender R, Fraedrich K, Sienz F 2008 *Non. Proc. Geo.* **15** 557
- [15] Bunde A, Havlin S, Kantelhardt J W, Penzel T T, Peter J H, Voigt K 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 3736
- [16] Bunde A, Eichner J F, Kantelhardt J W, Havlin S 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 048701
- [17] Bunde E K, Bunde A, Havlin S, Roman H E, Goldreich Y, Schellnhuber H J 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 729
- [18] Eichner J F, Koscielny-Bunde E, Bunde A 2003 *Phys. Rev. E* **8** 046133-1
- [19] Govindan R B, Vjushin D, Brenner S, Bunde A, Havlin S, Schellnhuber H J 2001 *Phys. A* **294** 239
- [20] He W P 2008 *The research and application of the abrupt detecting methods in dynamical structures* (Lanzhou: Lanzhou University) p37 (in Chinese) [何文平 2008 动力学结构突变检测方法的研究及其应用(第37页)]
- [21] Feng G L, Dong W J, Jia X J 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1181 (in Chinese) [封国林、董文杰、贾晓静 2002 物理学报 **51** 1181]
- [22] Feng G L, Dai X G, Wang A H 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 606 (in Chinese) [封国林、戴新刚、王爱慧 2001 物理学报 **50** 606]
- [23] Feng G L, Dong W J, Gong Z Q, Hou W, Wan S Q, Zhi R 2006 *Nonlinear theories and methods on spatial-temporal distribution of the observational data* (Beijing: Metrological Press) p227 (in Chinese) [封国林、董文杰、龚志强、侯 威、万仕全、支 蓉 2006 观测数据非线性时空分布理论和方法(北京:气象出版社)第227页]
- [24] Carvalho L M V, Tsonis A A, Jones C, Rocha I H R, Polito P S 2007 *Non. Proc. Geo.* **14** 723
- [25] Hurst H E 1951 *Trans. Am. Soc. Civ. Eng.* **116** 770
- [26] Chen Z, Ivanov P, Hu K, Stanley H E 2002 *Phys. Rev. E* **65** 041107
- [27] Fraedrich K, Blender R 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 108501
- [28] May R 1976 *Nature* **261** 459
- [29] Mann H B 1945 *Econometrica* **13** 245
- [30] Kendall M G, Charles G 1975 *Rank Correlation Methods* (New York: Oxford University) p202
- [31] Yamamoto R, Iwashima T, Sanga N K 1985 *J. Meteor. Soc. Japan.* **63** 1157

## A new method of detecting abrupt dynamic change based on rescaled range analysis\*

He Wen-Ping<sup>1)†</sup> Deng Bei-Sheng<sup>2)3)</sup> Wu Qiong<sup>4)</sup> Zhang Wen<sup>5)</sup> Cheng Hai-Ying<sup>6)</sup>

1) (*National Climate Center, China Meteorological Administration, Beijing 100081, China*)

2) (*Department of Atmospheric Sciences, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China*)

3) (*Beijing Meteorological Bureau, Beijing 100089, China*)

4) (*National Satellite Meteorological Center, China Meteorological Administration, Beijing 100081, China*)

5) (*Tongda College, Nanjing University of Post and Telecommunications, Nanjing 210003, China*)

6) (*Department of Basic Course, Yancheng Institute of Technology, Yancheng 224002, China*)

(Received 15 December 2009; revised manuscript received 23 February 2010)

### Abstract

A new method is proposed in this paper—moving cut data-rescaled range analysis (MC-R/S). Tests on the correlated time series suggest that the MC-R/S can accurately detect the time-instants of abrupt change, and the MC-R/S results almost do not depend on the length of subseries and are less affected by noises. So, MC-R/S is suitable to detecting an abrupt dynamic change in those time series exhibiting correlations, and can very well make up the deficiency of moving detrended fluctuation analysis (MDFA).

**Keywords:** scaling exponent, moving cut data-rescaled range analysis, moving detrended fluctuation analysis, abrupt dynamic change

**PACC:** 9260X

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 40905034, 40930952, 40775948), and the Special Scientific Research Fund of Meteorological Public Welfare Profession of China (Grant No. GYHY200806005).

† E-mail: wenping\_he@163.com