

最优速度模型与元胞自动机模型的比较研究^{*}

贾 宁 马寿峰[†]

(天津大学管理学院, 系统工程研究所, 天津 300072)

(2008 年 12 月 1 日收到; 2009 年 6 月 19 日收到修改稿)

用解析分析与数值仿真的手段研究了一种典型的车辆跟驰模型(OV 模型)与元胞自动机模型(NS 模型)之间的区别与联系. 首先通过对模型规则的分析, 证明了确定 NS 模型是 OV 模型的一种离散形式. 随后针对两模型更复杂的具体形式, 通过数值仿真的手段进行了模型的密度-流量关系与模型在开放边界下的动态特性的研究. 实验结果表明, 从现象来看, OV 模型与 NS 模型具有非常近似的性质, 但两种模型的机制不相同, 并且各自具有不能相互替代的优势. 为交通流模型的使用和改进提供了参考.

关键词: 最优速度模型, 元胞自动机模型, 基本图, 时空斑图

PACC: 0550, 0565, 0520

1. 引 言

交通流模型是研究道路上交通现象的有力工具, 从描述交通流的观点可分为宏观模型和微观模型, 宏观模型一般是将交通流视为可压缩流体, 从宏观上研究其速度、密度、流量三种性质之间的联系, 典型的如一阶连续介质模型. 而微观交通流模型则是从描述单个车辆的行为出发, 通过个体行为“集聚”出交通流的群体行为. 微观交通流模型主要包括基于车辆跟驰理论的车辆跟驰模型与元胞自动机模型两大类.

对于宏观模型与微观模型之间的关系, 长期以来一直受到国内外学者的关注, 文献[1]使用严格数学方法, 从跟驰模型中推导出宏观交通流模型. 文献[2]通过仿真实验, 比较了 STCA (stochastic traffic cellular automata model) 元胞自动机模型与 LWR (Lighthill-Whitham-Richards model) 宏观模型, 研究了两模型基本图和时空斑图等性质的异同. 文献[3]分析比较了多种宏观流体动力模型与元胞自动机模型, 将元胞自动机模型统一在交通流理论的框架之下, 从而证明了其合理性. 对不同微观模型之间的异同, 文献[4]以仿真为手段, 通过考察模型中可以共存的“相 (phase)”, 将最优速度模型

(optimal velocity model, 简称为 OV 模型)^[5]与速度适应模型(speed adaption model)^[6]进行了对比. 而微观模型的两种典型形式, 跟驰模型与元胞自动机模型, 通常被视为两种不同建模概念的产物, 对于这两种模型性质的异同, 几乎没有文献涉及, 两类模型的研究大都互不影响或者仅仅是规则上的借鉴^[7,8]. 但是作为两种最具代表性的微观交通流模型, 研究它们之间的区别和联系是非常具有理论和实际意义的. Nagel^[3]提出了有关交通流模型的若干问题, 其中之一就是实验中观察到的跟驰模型与元胞自动机模型具有许多类似的性质, 那么二者之间究竟具有怎样的关系?

OV 模型与 Nagel-Schreckenberg 模型^[9](NS 模型)分别是两类模型中最具代表性的具体模型, OV 模型的基础是传统的“车辆跟驰”理论, 一般使用微分方程描述, 目的在于详细地刻画车辆的行为; 通过选用不同的最优速度函数, 考虑反映延迟等因素, OV 模型的行为可以非常贴近真实交通流^[10]. 并且借助成熟的微分方程理论, 能够使用解析方法对其进行深入分析. 目前已经发现在 OV 模型中存在着混沌^[11]、分岔^[12]等典型的非线性现象, 有助于深入理解实际交通流的行为. 而 NS 模型则是以“简单规则产生复杂现象”为指导思想的典型元胞自动机模型, 目的在于揭示复杂交通流现象如何由简单的

^{*} 国家高技术研究发展计划 (批准号: 2006AA11Z210) 和国家自然科学基金 (批准号: 70671073) 资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: sfma@tju.edu.cn

车辆行为集聚而成. 在这种模型中, 时间、空间都被离散化, 车辆的行为也被极度简化为少数几条规则, 尽管这种微观上的离散性以及车辆行为的极端抽象显得不够真实, 但其规则简单, 又不失真实交通流的关键特性, 因此特别适合使用计算机运行, 实用性好, 受到人们的广泛关注^[13-16].

本文针对 OV 模型与 NS 模型, 从解析与仿真两个角度, 讨论了这两种模型的区别与联系, 目的在于深入认识微观交通流模型的行为与实质, 为交通流模型的评价、应用和改进提供依据与参考.

2. 模型介绍

NS 模型是最经典的一种一维元胞自动机模型, 在该模型中, 一条道路被划分为连续的 L 个元胞. 每个元胞或空闲或容纳一辆车. 时间也被划分为离散的步, 步长可以认为是驾驶员的反应时间, 通常取 1 s. 车辆速度的取值范围为 0—5 元胞/步. 每一车辆在道路上的基本行为遵守如下四条规则: 1) 加速: $v_n = \min(v_n + 1, v_{\max})$; 2) 跟车/减速: $v_n = \min(v_n + 1, d)$ (d 为车头距); 3) 随机慢化: 以概率 $p, v_n = \max(v_n - 1, 0)$; 4) 移动: $x_n = x_n + v_n$.

如果忽略随机慢化规则, 则成为确定 NS 模型. 而将随机慢化规则稍加扩展, 就得到“慢启动规则”: 以概率 p ($0 < p < 1$), $v_n = \max(v_n - 1, 0)$, 其中当 $v = 0$ 时, $p = p_0$, 当 $v > 0$ 时, $p = p_1$ 并且 $p_0 \gg p_1$. 这种规则体现了实际交通流中静止车辆加速时所需的额外延迟时间.

OV 模型是一种基于跟驰理论的模型, 由 Bando 等^[5]提出. 在这种模型中, 后车状态的改变依赖于前后两车的距离, 形式如下:

$$\dot{v}_n(t) = \alpha(V(\Delta x) - v_n(t)), \quad (1)$$

其中 $v_n(t)$ 为车辆 n 在时刻 t 的速度, α 为灵敏度系数, $\Delta x = x_{n-1}(t) - x_n(t)$ 为本车与前车的距离, V 为最优速度函数. 模型原理可以简单解释为, 司机首先判断自己车与前车的车头间距 Δx , 并据此确定一个汽车的理想行驶速度 $V(\Delta x)$, 而后根据理想速度与实际速度的差别确定车辆的加速度.

经典 OV 模型是确定性的, 但是近年来, 有学者把最优速度函数引入元胞自动机模型中, 构成了具有随机慢化规则的离散 OV 模型, 称作随机 OV 模型^[17-19].

3. 解析分析

3.1. 模型规则

首先分析 NS 模型, 在仿真实验中, 一般采用周期边界, 这种边界描述了一条“环形”道路, 即从一端驶出的车辆从另一端进入系统, 令 $\rho = \frac{N}{L}$ 表示道路上车辆密度, 其中 N 是车辆总数, L 是道路长度, 则车辆间的平均间距可表示为 $\beta = \frac{1}{\rho} - 1$. 如果满

足 $\beta < v_{\max}$ 即 $\rho > \frac{1}{v_{\max} + 1}$, 则称为稠密状态; 若满足 $\beta \geq v_{\max}$, 即 $\rho \leq \frac{1}{v_{\max} + 1}$, 称为稀疏状态.

鉴于具有随机慢化规则的 NS 模型理论分析过于复杂, 本节理论分析只针对确定 NS 模型, 即将 NS 模型中随机慢化参数设为 0. 令 $Headway_n(t)$ 表示 t 时步开始时刻车辆 n 前方的空格数, $v_n(t)$ 表示 t 时步开始时刻车辆 n 的速度, 由文献[20]中推论 2 可知: 在稠密条件下, 周期边界确定性 NS 模型, 则经过有限时间后将达到稳定状态, 在这种状态下对于任意车辆 n , 必有 $v_n(t + 1) = Headway_n(t) < v_{\max}$, 并且该性质将一直保持.

稀疏状态下, 同样利用文献[20]中的结论, 可知经过有限时间后, 所有车辆皆以最大速度行驶, 因此在低密度状态下, NS 模型稳定状态满足 $v_n(t) = v_{\max}$ 且 $Headway_n(t) \geq v_{\max}$. 于是得到确定 NS 模型稳态的运行规律

$$x_n(t + 1) = \begin{cases} x_n(t) + Headway_n(t) & (\beta < v_{\max}), \\ x_n(t) + v_{\max} & (\beta \geq v_{\max}). \end{cases} \quad (2)$$

再分析 OV 模型((1)式), 虽然模型以微分方程的形式表示, 但在数值仿真中, 对微分方程一般采取差分的方式^[4]处理, 将(1)式直接差分计算 $t + \Delta t$ 时刻的速度为

$$v_n(t + \Delta t) = \Delta t \alpha(V(\Delta x) - v_n(t)) + v_n(t), \quad (3)$$

$t + \Delta t$ 时刻的位置为

$$x_n(t + \Delta t) = \frac{\Delta t}{2}(v_n(t + \Delta x) + v_n(t)) + x_n(t). \quad (4)$$

对于前一节提到的随机 OV 模型, 还需要进行随机慢化, 规则为以概率 $p, v_n(t + \Delta t) = \max(v_n(t + \Delta t) - a\Delta t, 0)$, (其中 a 是一常数), 表示

车辆减速时的负加速度绝对值. 在本节的理论分析中, 设定慢化概率 $p = 0$. 因此暂时忽略随机慢化规则.

差分步长 Δt 决定了计算的精度, 一般来讲, Δt 越小则越接近原微分方程的计算结果, 但 Δt 的减小同时会导致计算效率降低. 取 $\Delta t = 1 \text{ s}$, $\alpha = 2$, 并将(3)式代入(4)式, 得

$$x_n(t+1) = V(\Delta x) + x_n(t), \quad (5)$$

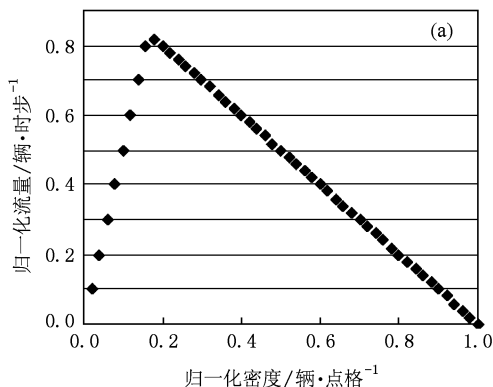
将 V 定义为分段线性函数^[4]

$$V(\Delta x) = \begin{cases} 0 & (\Delta x < 0), \\ \Delta x & (0 \leq \Delta x < v_{\max}), \\ v_{\max} & (\Delta x \geq v_{\max}). \end{cases} \quad (6)$$

在实际道路上, $\Delta x < 0$ 意味着车辆相撞, 这种情况需要在仿真实验中作为一种隐含前提加以避免, 因此 $\Delta x < 0$ 的情况可以忽略. 分析(6)式, 可以发现其正好对应了确定 FI (Fukui-Ishibashi) 模型^[21]的规则, 而确定 FI 模型与确定 NS 模型类似^[22], 在经过长时间演化后将达到稳态, 并且其稳定状态的性质与确定 NS 模型是完全相同的.

类似 NS 模型, 设 OV 模型中所有车辆长度均为 l , 平均间距可表示为 $\beta = \frac{1}{\rho} - l$, 如果满足 $\beta < v_{\max}$ 即, 称为稠密状态; 反之若 $\beta \geq v_{\max}$, 称为稀疏状态. 因此(5)式可写为

$$x_n(t+1) = \begin{cases} x_n(t) + \Delta x & (\beta < v_{\max}), \\ x_n(t) + v_{\max} & (\beta \geq v_{\max}). \end{cases} \quad (7)$$



由(7)式得到结论, 周期边界确定 NS 模型, 与 $\alpha = 2$, 按 $\Delta t = 1 \text{ s}$ 离散后的 OV 模型完全一致. 为方便起见, 如无特别说明, 下文将不考虑随机慢化. $\alpha = 2$, 最优速度函数取为(6)式并按 $\Delta t = 1 \text{ s}$ 离散后的最优速度模型简称为简单 OV 模型. 将具有周期边界的确定 NS 模型简称为确定 NS 模型.

确定 NS 模型与简单 OV 模型是两种模型最简单的形式, 可以使用解析方法得出它们的一些性质, 并且这些性质在两种模型中是相同的.

3.2. 基本图

对基本图的分析从确定 NS 模型入手, 简单 OV 模型与其完全相同.

对于稀疏状态, 有

$$v = v_{\max}, q = v_{\max}\rho;$$

对于稠密状态, 设车辆总数为 N , $v_n(t)$ 表示车辆 n 在 t 时刻的速度, 于是 t 时刻所有车辆的平均速度为 $\bar{v} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N v_n(t) = \frac{1-\rho}{\rho}$, 于是 $q = 1 - \rho$. 又因为 $\rho = \frac{q}{v}$, 解得 $q = \frac{v}{1+v}$.

图 1 为解析方法得到的密度-流量曲线与流量-速度曲线.

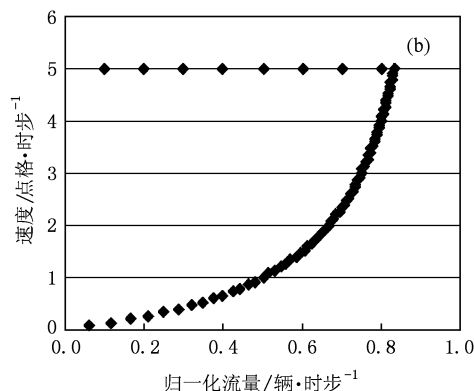


图 1 由解析方法得到的确定 NS 模型和简单 OV 模型的基本图 (a) 密度-流量, (b) 流量-速度

3.3. 速度剖面

速度剖面是指某个时刻道路上所有车辆的速度分布. 从简单 OV 模型可以容易地得到模型速度剖面的性质, 确定 NS 模型的速度剖面与其相同.

当 $\beta \geq v_{\max}$ 时, 所有车辆都以最大速度向前行驶, 因此速度剖面为一条直线.

当 $\beta < v_{\max}$ 时, 可以使用 OV 模型的稳定性判别方法^[5]分析: 如果(1)式有一个平衡解 $x_n^{(0)}$, 且在平衡解处有 $\Delta x = b$, 如果 $V'(b) < a/2$, 则平衡解是稳

定的,意味着平衡解附近的扰动会逐渐减弱至消失;如果 $V'(b) > a/2$, 则平衡解是不稳定的,扰动会逐渐增大,通常意味着交通流中拥堵的形成;如果 $V'(b) = a/2$, 由动力系统平衡解稳定性理论,这时的平衡解是系统的中心,平衡解附近的任何扰动将形成一条周期轨道. 因此,当 $\beta < v_{\max}$ 时,简单 OV 模型的稳态速度剖面是周期的,周期长度为 N s, N 为

道路上的车辆数. 并且速度剖面的形状依初始条件不同而不同.

设定道路长度 500 m,20 辆车,周期边界条件下对简单 OV 模型进行仿真,图 2 为 20 s,25 s 与第 40 s 时密度剖面情况,其中横轴为车辆编号(从左至右),纵轴为速度,单位为 m/s. 可见密度剖面以 20 s 为周期循环.

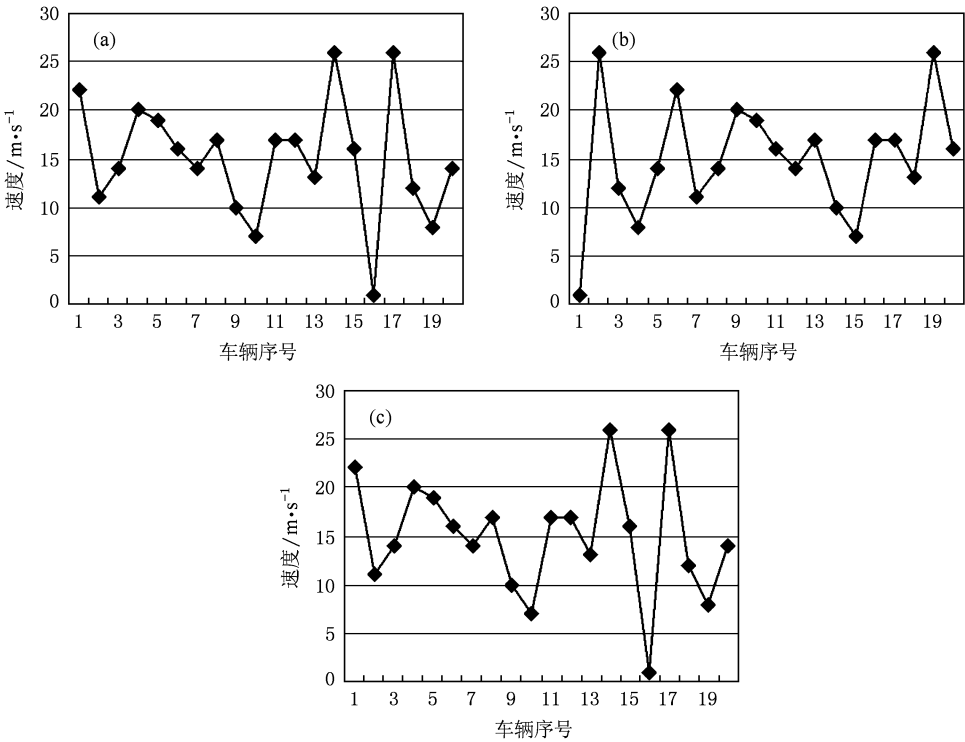


图2 简单 OV 模型不同时刻 t 的速度剖面 (a) $t = 20$ s, (b) $t = 25$ s, (c) $t = 40$ s

4. 数值仿真

在实际应用中,一般很少直接使用确定 NS 模型与简单 OV 模型,然而对这两种模型更一般形式进行精确理论分析十分困难,因此数值仿真是最有效的手段. 本节从基本图及动态特性两个方面,对两种模型的一般形式进行对比. 对于 OV 模型,固定其最优速度函数为(6)式,主要考虑稳定状态 ($\alpha \geq 2$),不稳定状态 ($\alpha < 2$) 以及随机 OV 模型. 对 NS 模型、主要考虑确定模型,随机慢化模型与慢启动模型.

4.1. 基本图

流量-密度关系(称作基本图)是交通流模型最

重要的性质之一. 实验设定为:在 NS 模型中,每个点格代表实际长度 7.5 m,每个时步代表实际中的 1 s. 道路长度为 1000 元胞,最大速度为 5 元胞/步. OV 模型中道路长度为 7500 m,单车长度为 7.5 m,最大速度为 $37.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,随机慢化时加速度为 $-3.75 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,取 $\Delta t = 0.5 \text{ s}$,不允许后车超越前车. 边界条件为周期边界,实验开始时将车辆随机放置在道路上某处并赋以一定的初速度. 实验结果表示为密度-流量关系曲线(见图 3—图 5),其中纵轴表示流量,横轴为密度,为方便两模型性质对比,对密度和流量采取了归一化处理,其中流量单位为辆/单位时间,密度单位为辆/单位长度;OV 模型中的单位长度取为 1 车长,即 7.5 m,NS 模型中单位长度为 1 元胞. 流量单位为辆/单位时间;OV 模型中的单位时间为 1 s,NS 模型中单位时间为 1 时步.

实验 1 简单 OV 模型与确定 NS 模型

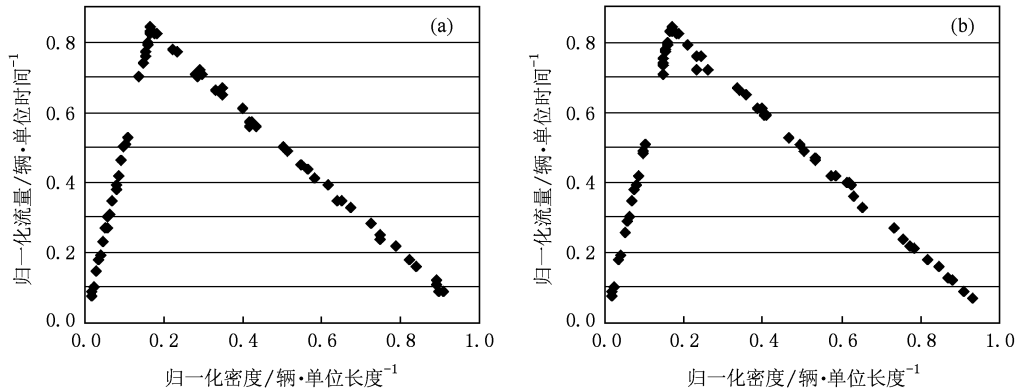


图 3 仿真获得的确定 NS 模型和简单 OV 模型的密度-流量图 (a) 确定 NS 模型, (b) 简单 OV 模型

由图 3 可见,两种模型具有完全相同的密度-流量关系且与解析方法结果一致.

实验 2 确定 OV 模型 ($\alpha = 1$) 与慢启动 NS 模型

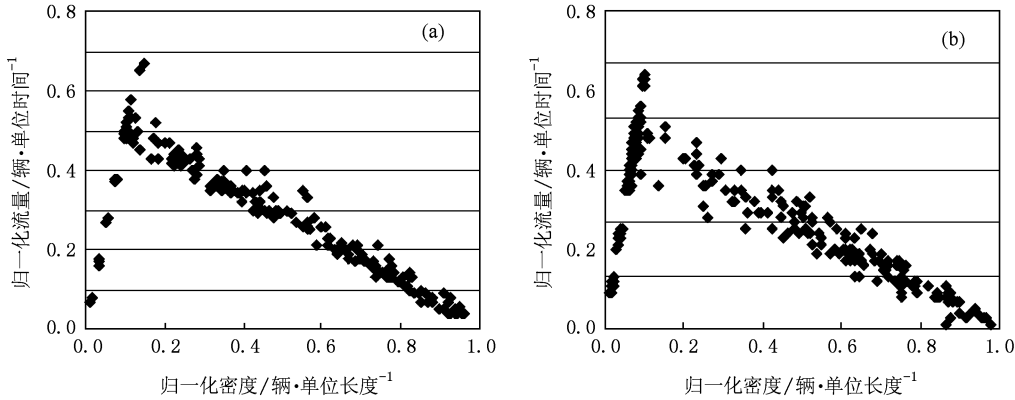


图 4 仿真获得的不同模型密度-流量图 (a) 确定 OV 模型, $\alpha = 1$; (b) 半确定慢启动 NS 模型, $p_0 = 0$, $p_1 = 0.3$

由图 4 可见,不稳定 OV 模型与慢启动 NS 模型最显著的相似性表现为所谓“亚稳态 (metastate)”^[23],指的是在某个密度范围内,某个密度值对应不止一个流量值,即在这个密度范围内,同密度的交通流可能处于不同状态.亚稳态在基本图上体现为分支现象.观察图 4(a), (b) 可以发现,基本图在最大流量附近产生了两个分支,上分支代表均匀的自由流状态,而下分支代表所谓“相分离 (phase separated)”状态,即交通流中同时存在一个大的阻塞带和一个大的自由流区.这种状态的不同引起了流量的不同.

亚稳态的产生可以归因于称作“通行能力下降 (capacity drop)”的特性,在具有这种特性的交通流模型中,阻塞出流 (outflow from jams) 的流量低于系统中能够达到的最大流量,如果交通流密度不大,

则单个阻塞的存在反而造成自由流区密度较小,从而保证了两相分离状态的存在.

实验 3 随机 OV 模型与随机 NS 模型

由于通行能力下降这一性质在随机慢化 NS 模型中不存在,因而阻塞出流等于模型能够达到的最大流量,因此在车辆密度不大的情况下,即使由于外部干扰出现了阻塞也会很快消散,不会出现“相分离”现象,基本图上没有分支.对于随机 OV 模型,在 $\alpha = 1$ 时其基本图上仍然可见明显的分支现象,说明通行能力下降这一性质仍然存在;而在 $\alpha = 2$ 时,其本图上没有分支.并且通过对比图 5(a), (b) 与图 3(a), 图 5(c) 与图 4(b), 以及图 5(d) 与图 3(b), 可以发现具有随机慢化规则的模型具有至少三个特点: 1) 随机减速导致最大流量比确定模型有较大下降; 2) 随机性使得基本图上点的分布更加分

散;3)中、高密度(>0.17)区对应的基本图曲线是非线性的,这在随机 OV 模型的基本图上十分明显.

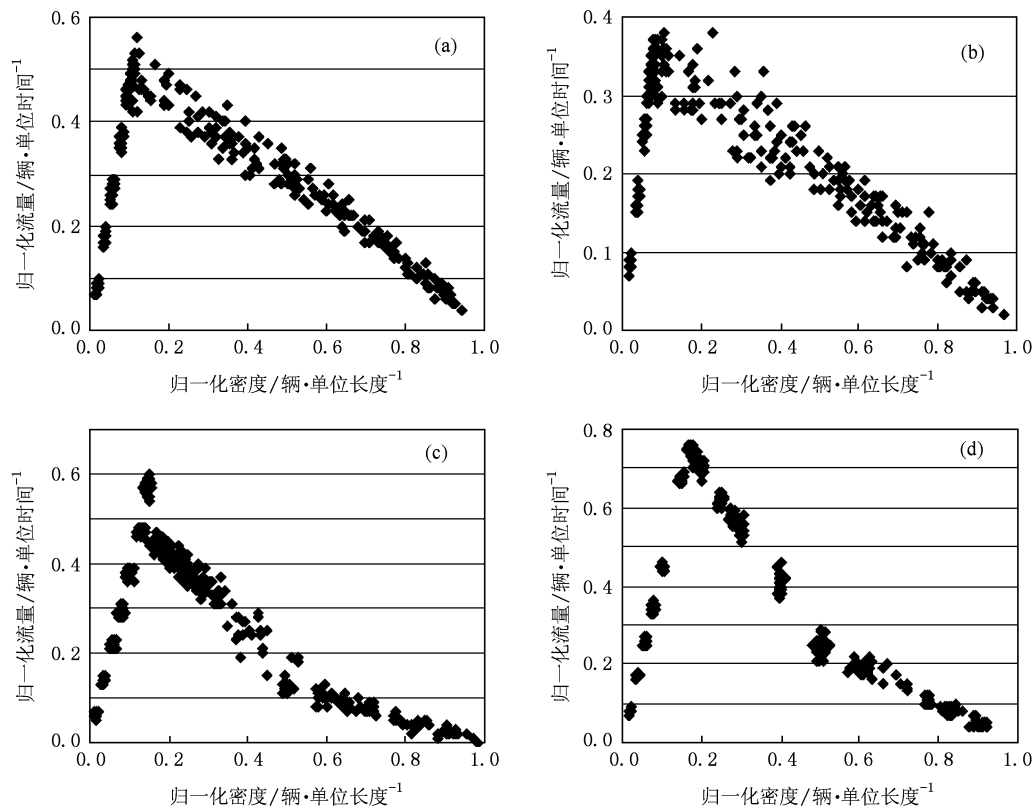


图 5 仿真获得的不同模型的密度-流量图 (a) 随机 NS 模型 $p = 0.25$; (b) 随机 NS 模型 $p = 0.45$; (c) 随机 OV 模型 $\alpha = 1, p = 0.45$; (d) 随机 OV 模型 $\alpha = 2, p = 0.45$

4.2. 开放边界下的动态特性

阻塞的产生、传播、消散过程反应了交通流模型相(phase)与相变(phase transition)的性质,也是模型能否反映真实交通流特性的重要依据.文献[24]给出了一个考察模型中表现交通流中拥堵产生、传播及消散全过程的方法.定义如下的场景:一条很长的道路,使用开放边界条件,入境概率为 p_{in} ,右边界完全开放;运行时间 T_1 后,道路某处被完全阻塞,阻塞时长 T_2 ;然后阻塞处以概率 p_{out} 部分开放,持续时长 T_3 ;最后通行完全恢复.在这个过程中,不同模型可以表现出完全不同的行为^[4].本节使用该方法,对 NS 模型与 OV 模型进行仿真实验.

实验设定为:道路长度为 7500 m(1000 元胞),单车长度为 7.5 m(1 元胞),最大速度为 37.5 m/s(5 元胞/步). $T_1 = 300$ s, $T_2 = 450$ s, $T_3 = 600$ s. 边界采用文献[25]中提出的开放边界条件. OV 模型中取 $\Delta t = 0.5$ s, 不允许后车超越前车,并且将 p_{out} 固定取值为 0.5. 系统的演化过程以时空斑图

(temporal-spatio plots)表示,其中纵轴自上而下表示时间演进,横轴自左至右表示道路入口到出口.

以确定 NS 模型的时空斑图为例,演示本实验的过程(见图 6).

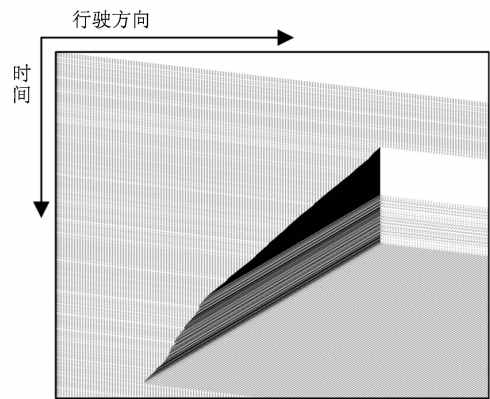


图 6 确定 NS 模型在实验中的时空斑图

从时空斑图上不难发现,在这个过程中模型经历了以下几个阶段:

阶段 1:自由流状态.

阶段 2: 当道路中段被完全封闭后, 形成完全的交通阻塞, 车辆完全无法移动 (图中最深色部分).

阶段 3: 道路中段以概率开放, 阻塞开始消散, 完全阻塞部分逐渐减小. 并在阻塞前方形成密度较大, 平均速度较低的交通流 (颜色次深部分).

阶段 4: 道路中段完全开发, 高密度流也开始消散.

阶段 5: 完全阻塞消散, 只残留高密度流部分.

阶段 6: 高密度流消散, 恢复自由流状态.

以下将结果相似的实验归为一组进行对比.

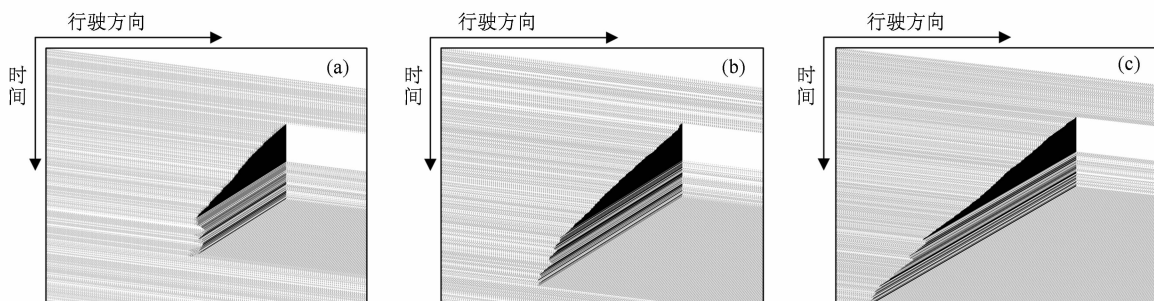


图 7 确定 OV 模型的时空斑图 (a) $\alpha = 3, p_{in} = 0.6$; (b) $\alpha = 2, p_{in} = 0.6$; (c) $\alpha = 2, p_{in} = 0.8$

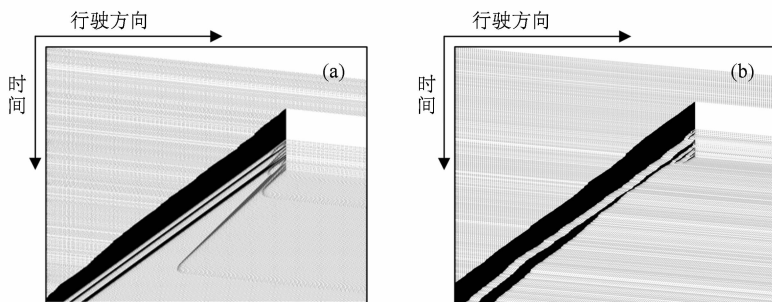


图 8 时空斑图 (a) 确定 OV 模型, $\alpha = 1, p_{in} = 0.6$; (b) 慢启动 NS 模型, $p_0 = 0, p_1 = 0.3, p_{in} = 0.6$

实验 2 确定 OV 模型 ($\alpha = 1$) 和慢启动 NS 模型

确定 OV 模型 ($\alpha = 1$) 与慢启动 NS 模型的时空斑图具有非常类似的性质, 在这两种模型中, 自由流相与阻塞相可以稳定共存, 如果流入流量比较大, 阻塞带甚至有扩大的趋势 (见图 8(b)). 此时交通流处于前文提到的“相分离”状态, 阻塞相与自由流相共存, 可以用通行能力下降来解释: 一旦阻塞形成, 则阻塞区域的流出流量将下降到大大低于自由流流量的水平, 因而不需要很高的流入流量就可以稳定地维持阻塞. 这一点也体现在图 8 的斑图上, 对比图 7 与图 8 可以发现, 本实验所使用的两个模

实验 1 确定 OV 模型 ($\alpha = 3, 2$) 与确定 NS 模型

当 $\alpha = 3$ (稳定) 或 $\alpha = 2$ (周期) 情况下, 确定 OV 模型与确定 NS 模型 (见图 7) 的时空斑图表现出极为相似的性质, 在这两类模型中, 一旦外界影响消失 (外来原因造成的道路封闭), 阻塞 (包括完全阻塞与高密度流) 便迅速消散, 即使增大流入流量也无济于事. 在图 7(c) 中, 即使将流入流量增大到 0.8, 也只能稍稍减缓阻塞消散的速度. 在这两类模型中, 自由流相与阻塞相不能共存.

型中, 阻塞出流的流量大大小于确定 NS 和简单 OV 模型, 在图上体现为阻塞带前方颜色较浅.

实验 3 随机 NS 模型和随机 OV 模型

随机 NS 模型在流入流量较大的情况下, 随机慢化 NS 模型中自由流相与阻塞相也能共存较长时间 (见图 9(a), (b)), 但从长期行为来看, 其阻塞带的密度、长度是趋于减小的; 随机 OV 模型表现出的性质仍然类似于前两个实验: 当 $\alpha = 1$ 时, 两相稳定共存 (见图 9(d)), 当 $\alpha = 2$ 时, 外界条件撤去后阻塞相很快消失 (见图 9(e)), 并且从图 9(e) 可以观察到, 当 $\alpha = 2$ 时, 阻塞出流流量很大 (斑图上颜色较深). 图 9(c), (f) 显示了这两类随机模型的另一

特点：阻塞带的微观结构都呈现出“车辆簇 (cluster)”的形态，与前面两个实验所使用的模型有明显区别。在确定 NS 模型、慢启动 NS 模型以及确定 OV 模型中，阻塞带表现为致密排列的静止车辆，

而随机 NS 模型与随机 OV 模型中的阻塞带是由一系列完全停止和速度很低的车辆混合而成^[26]，可以看做若干个更小型的阻塞带。

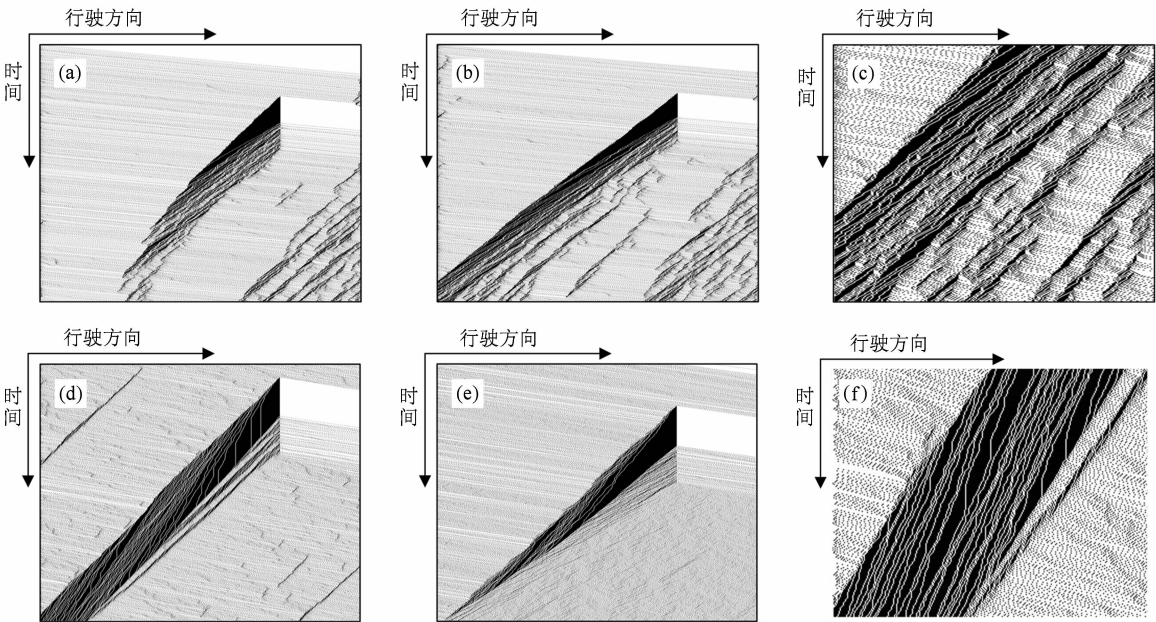


图9 仿真获得的不同模型时空斑图 (a)随机 NS 模型, $p = 0.3, q_{in} = 0.4$;(b) 随机 NS 模型, $p = 0.3, q_{in} = 0.6$;(c) 图(b)左下细部;(d) 随机 OV 模型, $\alpha = 1, p = 0.3, p_{in} = 0.6$;(e) 随机 OV 模型, $\alpha = 2, p = 0.3, p_{in} = 0.6$;(f) 图(e)左下细部

5. 结 论

本文针对最经典的元胞自动机模型——NS 模型,与最经典的一种跟驰模型——OV 模型,首先从理论角度讨论了两种模型的内在联系,证明了确定 NS 模型就是最优速度模型在离散状态下的一种具体形式. 随后使用数值仿真的手段,考察了两种模型一般形式下性质的异同. 得出了几点定性的结果,并基于此对两种模型的区别与联系进行了简单总结.

两模型的联系体现在如下几个方面:

- 1) 基于元胞自动机理论的 NS 模型与基于跟驰规则的 OV 模型建立的基础是一致的,描述了同样的现象,本质上是关联的.
- 2) 虽然 NS 模型的规则中并没有体现“车辆跟驰”概念,但确定 NS 模型却是 OV 模型的一种离散的具体形式,这种一致性是 NS 模型中车辆自组织过程的结果.
- 3) 确定 NS 模型与简单 OV 模型,其基本图是简单的线性关系,自由流相与阻塞相无法共存,只适

合作为实际交通流的“示意性”描述.

4) 不稳定 OV 模型与慢启动 NS 模型的性质高度相似,都具有通行能力下降的特性,模型中存在亚稳态,并且两相可以稳定共存. 再现了实际交通流中的现象^[27—29],是对真实现象比较好的抽象.

5) 两种模型的完全随机形式具有非常相似的性质,突出表现在阻塞带所呈现出的“车辆簇”形式. 并且在随机慢化模型中,阻塞可能从密度比较小的自由流中自发产生(见图9).

两模型的区别在于如下几个方面:

- 1) 两模型的建模思想不同,分别是车辆跟驰理论与元胞自动机理论.
- 2) OV 模型的方程描述了前车对本车的影响,而 NS 模型的规则并不显示包括车辆间的相互关系.
- 3) 两种模型的改进形式都能够反映真实交通流的某些关键特性,但达成这种目的的途径不完全相同. OV 模型主要是通过改变敏感系数或最优速度函数,而 NS 模型主要是依靠引入各种随机因素.
- 4) 两种模型都有其优势和劣势,借助微分方程和动力系统理论,可以使用解析方法精细分析 OV

模型的行为,但对于大规模模拟,该模型计算量太大.而 NS 模型的计算机模拟易于实现,并且能够灵活地修改规则以适应各种复杂情况,但是它不容易做到精确模拟,并且解析分析比较困难.

另外,本文对比交通流模型性质的意义只在于深入理解模型的行为和性质,对模型的使用和改进提供参考,并不能据此断定模型的好坏.无论元胞自动机模型或跟驰模型,都被实践证明是非常有效的,在各自适合的领域发挥了重要的作用.本文给出的观点如下:

1)模型只是对实际现象的抽象,不可能完全模拟真实对象的行为,模型的有效性应该体现为能否反映模拟对象的关键特性,而不是量的精确一致.

2)每种模型都有其适用的范围,需要互相借鉴.例如本文提到的随机 OV 模型就可以看作元胞自动机模型与传统 OV 模型的融合.

3)本文的研究只考虑了 OV 模型一种简单的具体形式(最优速度函数是分段线性函数,且无反应延迟),因而是有局限性的.对于两类模型中更复杂的形式,将在进一步研究中涉及.

- [1] Chen J Y 1997 *Journal of Tongji University (Natural Science)* **25** 46 (in Chinese) [陈建阳 1997 同济大学学报(自然科学版) **25** 46]
- [2] Maerivoet S, Logghe S 2005 *Traffic and Granular Flow* ' 03 (Berlin:Springer)
- [3] Nagel K 1996 *Phys. Rev. E* **53** 4655
- [4] Wagner P, Nagel K 2008 *Eur. Phys. J. B* **63** 315
- [5] Bando M, Hasebe K 1997 *Phys. Rev. E* **51** 1035
- [6] Kerner B S, Klenov S L 2006 *J. Phys. A* **39** 1775
- [7] Nagel K, Schreckenberg M 1992 *J. Phys. I (France)* **2** 2221
- [8] Nagatani T 1996 *Physica A* **223** 137
- [9] Dong L Y, Xue Y, Dai S Q 2002 *App. Math. Mech.* **23** 331 (in Chinese) [董力耘、薛郁、戴世强 2002 应用数学和力学 **23** 331]
- [10] Bando M, Hasebe K 1998 *Phys. Rev. E* **51** 5429
- [11] Chen Y H, He G G 2006 *Journal of Changsha Communications University* **22** 53 (in Chinese) [陈永海、贺国光 2006 长沙交通学院学报 **22** 53]
- [12] Igarashi Y, Itoh K 2001 *Phys. Rev. E* **64** 047102
- [13] Mei C Q, Huang H J, Tang T Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4786 (in Chinese) [梅超群、黄海军、唐铁桥 2008 物理学报 **57** 4786]
- [14] Mei C Q, Huang H J, Tang T Q 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3014 (in Chinese) [梅超群、黄海军、唐铁桥 2009 物理学报 **58** 3014]
- [15] Peng L J, Kang R 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 830 (in Chinese) [彭丽娟、康瑞 2004 物理学报 **58** 830]
- [16] Qian Y S, Wang H L, Wang C L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2115 (in Chinese) [钱永生、汪海龙、王春雷 2008 物理学报 **57** 2115]
- [17] Emmerich H, Rank E 1997 *Physica A* **234** 676
- [18] Helbing D, Schreckenberg M 1999 *Phys. Rev. E* **59** R2505
- [19] Kanai M, Nishinari K, Tokihiro T 2005 *Phys. Rev. E* **72** 035102
- [20] Wang L, Wang B H 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 808 (in Chinese) [王雷、汪秉宏 1999 物理学报 **48** 808]
- [21] Fukui M, Ishibashi Y 1996 *J. Phys. Soc. Jpn.* **65** 1868
- [22] Wang B H, Wang L 1998 *Phys. Rev. E* **58** 2876
- [23] Barlovic R, Santen L, Schadschneider A 1998 *Eur. Phys. J. B* **5** 793
- [24] Leutzbach W 1988 *Introduction to the Theory of Traffic* (Berlin: Springer)
- [25] Barlovic R, Huisinga T, Schadschneider A 2002 *Phys. Rev. E* **66** 046113
- [26] Krauss S, Wagner P 1998 *Phys. Rev. E* **58** 2876
- [27] Kerner B S, Konhauser P 1994 *Phys. Rev. E* **50** 54
- [28] Kerner B S, Rehborn H 1996 *Phys. Rev. E* **53** 1297
- [29] Kerner B S, Rehborn H 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 4030

Comparison between the optimal velocity model and the Nagel-Schreckenberg model^{*}

Jia Ning Ma Shou-Feng[†]

(*Institute of System Engineering, School of Management, Tianjin University, Tianjin 300072, China*)

(Received 1 December 2008; revised manuscript received 19 June 2009)

Abstract

The similarities as well as the differences of the optimal velocity model (OV model) and the Nagel-Schreckenberg model (NS model) are compared by both analytical and numerical approaches. By analyzing the rules of both models, we prove that the NS model is a discrete form model of OV model. By numerical simulations, OV model with different parameters and stochastic NS model are compared from two aspects, namely the fundamental diagram and their dynamics under open boundary conditions. The results show that these two models have very similar behaviors. However, they are different in essence, and each model has their own advantages, which makes it useful. This study provides a basis for the application and improvement of traffic flow models.

Keywords: optimal velocity model, Nagel-Schreckenberg model, fundamental diagram, temporal-spatio plots

PACC: 0550, 0565, 0520

^{*} Project supported by the High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2006AA11Z210) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 70671073).

[†] Corresponding author. E-mail: sfma@tju.edu.cn