

利用干涉光场的相位涡旋测量拉盖尔-高斯 光束的轨道角动量*

刘 曼¹⁾²⁾ 陈小艺²⁾ 李海霞²⁾ 宋洪胜²⁾ 滕树云²⁾ 程传福^{2)†}

1) (山东轻工业学院数理科学学院, 济南 250353)

2) (山东师范大学物理与电子科学学院, 济南 250014)

(2010 年 2 月 27 日收到; 2010 年 7 月 10 日收到修改稿)

对拉盖尔-高斯光束经多圆孔衍射屏在远场平面上形成的干涉光场的相位和零值线进行了计算模拟. 当入射光束的轨道角动量量子数为零时, 实部零值线与虚部零值线在干涉光场中心点不相交, 因而在该点上不能形成相位涡旋. 当入射光束的轨道角动量量子数为+1 和-1 时, 实部零值线与虚部零值线在干涉光场中心垂直并相交, 干涉光场相应位置处的相位涡旋的符号相反. 当入射光束的轨道角动量量子数为 ± 2 和 ± 3 时, 有四条零值线相交于干涉光场的中心点上, 并且实部零值线和虚部零值线交替分布, 该交点处形成的相位涡旋的拓扑荷的值恰好与拉盖尔-高斯光束的轨道角动量量子数相等. 这种结果可以用来测量涡旋光束的轨道角动量.

关键词: 轨道角动量, 相位涡旋, 干涉光场

PACC: 4225H, 4230

1. 引 言

光具有角动量, 并且在特定情况下可以分为旋转轨道角动量和自旋角动量, 轨道角动量是由光束具有螺旋形相位结构产生的, 自旋角动量是由光束的偏振(或极化)特性产生的^[1-3]. 具有轨道角动量的光子在量子信息处理^[4-6]、原子操纵^[7,8]、微操作^[9,10]和生命科学^[11,12]以及远程传感等领域具有潜在的应用, 并越来越多地受到人们的关注^[13-15]. 一般而言, 任意具有螺旋波前的光束都具有轨道角动量. Allen 等^[1]指出, 拉盖尔-高斯光束具有螺旋相位结构, 其相位分布函数中含有与旋转方位角 φ 成正比的项 $\exp(il\varphi)$ (其中 l 通常是整数), 近轴圆柱形光束在其传播方向上, 每一个光子具有确定的轨道角动量 lh . 在螺旋相位中心的光场振幅为零, 导致光束的中心出现了“黑心”现象, 光束中心的相位不能确定, 该点叫相位奇异点, 其周围的相位呈螺旋变化, 所以相位奇异又叫光学涡旋或相位涡旋^[16]. 如果相位围绕着相位奇异点按顺时针方向递增, 形成负涡旋, 相位围绕着奇异点按逆时针方向

递增, 则形成正涡旋^[17]. 携带轨道角动量的光束被称为光学涡旋光束, 光学涡旋是指具有螺旋相位波前或相位奇异点的特殊光场.

为了探测光学涡旋的轨道角动量, 可以把探测器放在靠近光学涡旋的地方, 但这些地方的光强非常弱, 一般探测器很难探测到. 另外, 还可以把探测器放在光强大的区域, 但该区域的相位几乎不发生变化. 最近, Berkhout 和 Beijersbergen^[18,19]提出用多孔干涉仪在远场平面上测量任意大小的光学涡旋的轨道角动量, 并且还可以用来测量天体所发光的轨道角动量. 但是, 当衍射屏上圆孔数为偶数而 l 的符号相反时, 得到的干涉光场的光强图关于 x 轴呈对称分布^[18], 在这种情况下, 不能准确确定入射光束的轨道角动量量子数 l 的正负值. 要准确确定一个光学涡旋的轨道角动量的状态, 需要知道该涡旋周围的相位分布情况. 我们在实验中已利用傅里叶变换法成功提取出了散斑光场的实部和虚部^[20,21], 进而可以得到散斑光场的相位分布. 同样, 我们也可以通过相似的方法提取拉盖尔-高斯光束经过多孔衍射屏形成的干涉光场的实部和虚部, 进而得到干涉光场相位的分布情况. 因而, 可以准确地确定

* 国家自然科学基金(批准号:10974122,10874105)和山东省优秀中青年科学家科研奖励基金(批准号:2007BS04031)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: chengchuanfu@sdu.edu.cn

入射光束的轨道角动量.

本文计算模拟了拉盖尔-高斯光束通过多圆孔衍射屏在远场平面上形成的干涉光场相位和零值线的分布情况,发现当入射光束的轨道角动量量子数 $l = 0$ 时,实部零值线和虚部零值线在干涉光场中心点不相交,因而该点不能形成相位涡旋. 当入射光束的轨道角动量量子数 $l = +1$ 和 $l = -1$ 时,形成的两干涉光场对应位置处的相位涡旋的符号相反. 当入射光束的轨道角动量量子数 $l = \pm 2$ 和 $l = \pm 3$ 时,在干涉光场的中心处有四条零值线相交于一点,并且实部零值线和虚部零值线交替分布,该交点处形成的相位涡旋的拓扑荷的值恰好与入射光束的轨道角动量量子数相等. 利用本文的结果可以准确确定涡旋光束的轨道角动量. 这对探测入射光的轨道角动量具有非常重要的作用,对研究多圆孔干涉仪的设计具有重要意义,而且对帮助理解相位涡旋点的本质结构和新的涡旋现象具有重要作用.

2. 多圆孔衍射屏形成的干涉光场的计算方法

图 1 给出了多圆孔衍射屏在夫琅禾费面上形成的干涉光场示意图. 衍射屏为透明的边长为 L 的正方形平面玻璃,其衍射面贴有一张不透明的开了许多透光小孔的黑纸,同一张黑纸上的小孔大小相等,且均匀分布在 x - y 平面上一个半径为 R 的圆周上. $P_1, P_2, P_i, \dots, P_N$ 表示圆周上的小圆孔, α_i 是圆孔 P_i 的角坐标. 观察面平行于衍射屏所在的平面, z 为两者之间的距离. 我们用中心携带光学涡旋的拉盖尔-高斯光束照明如图 1 所示的多圆孔衍射屏,衍射屏后出射平面上任意一点的干涉光场复振幅 $U_{0l}^N(x, y)$ 可以表示为

$$U_{0l}^N(x, y) = \sum_{i=1}^N T_i(x - x_i, y - y_i) \times \exp[ik(n-1)h(x, y)] \rho_i \exp(i\alpha_i), \quad (1)$$

其中 $h(x, y)$ 为衍射屏的厚度, n 为衍射屏的折射率, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 为波矢量的大小, $T_i(x - x_i, y - y_i)$ 为圆孔 P_i 的孔径透过率函数, ρ_i 和 α_i 分别是相应的振幅和相位, (x_i, y_i) 是小圆孔 P_i 的圆心坐标. 如果小圆孔的半径足够小,圆孔 P_i 上的相位 α_i 可以看成是一个常数,则在夫琅禾费面上 $Q(x, y, z)$ 点处形成的

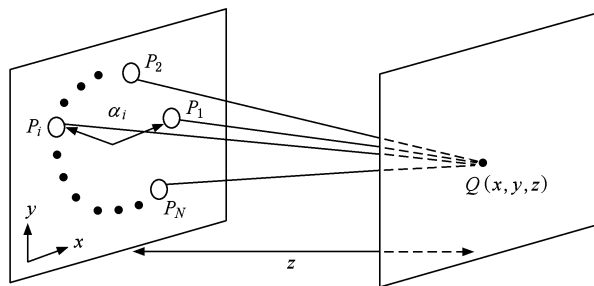


图 1 多圆孔衍射屏在夫琅禾费面上形成的干涉光场示意图

干涉光场的复振幅 $U_l^N(x, y)$ 为

$$U_l^N(x, y) = U_{0l}^N(x, y) \sum_{i=1}^N \exp[-i2\pi(xx_i + yy_i)/(\lambda z)], \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} \alpha_i &= 2\pi(i-1)/N, \\ x_i &= R\cos(\alpha_i), \\ y_i &= R\sin(\alpha_i). \end{aligned}$$

干涉光场的复振幅也可以用振幅和相位或用实部和虚部来表示,即

$$U_l^N(x, y) = \rho \exp[i\varphi(x, y)] = \xi(x, y) + i\eta(x, y), \quad (3)$$

其中 ρ 为振幅, $\varphi(x, y)$ 为相位,取值范围为 $(-\pi, \pi]$. 在 ξ 和 η 同时为零的点出现相位涡旋. 对于任一个相位涡旋,若考虑围绕该点一微小圆周的闭合环路 c ,则相位连续变化的值应该是 2π 的整数倍,即

$$\Delta\varphi = \oint_c d\varphi = \oint_c \nabla\varphi \cdot d\boldsymbol{\rho} = 2S\pi. \quad (4)$$

这里的 S 称为相位涡旋点的拓扑荷,如果相位值围绕该点按逆时针方向递增, S 取 $+1$, 如果相位值围绕该点按顺时针方向递增, S 取 -1 . 略去常数项,远场平面上任意一点的光强可写为

$$I_l^N = \left| \sum_{i=1}^N \rho_i \exp(-i\alpha_i) \times \exp\left[i\frac{2\pi R}{z}(x\cos\alpha_i + y\sin\alpha_i)\right] \right|^2. \quad (5)$$

3. 多圆孔形成的干涉光场的相位分布特性

在计算过程中,设定观察屏与衍射屏之间的距离为 20.0 cm,每一圆孔中心到坐标原点的距离

$R=21.0 \mu\text{m}$, 同时设定 $n=1.532$, $\lambda=0.6328 \mu\text{m}$, 观察面的范围设定为 $4.0 \text{ cm} \times 4.0 \text{ cm}$, 其中包括 400×400 个取样点. 我们分别计算模拟了如图 2 所示的多

圆孔衍射屏. 对于每一种衍射孔径, 我们计算了当 $l = \pm 3, \pm 2, \pm 1, 0$ 时的干涉光场的相位和零值线分布情况, 分别在图 3 和图 4 中给出了部分结果.

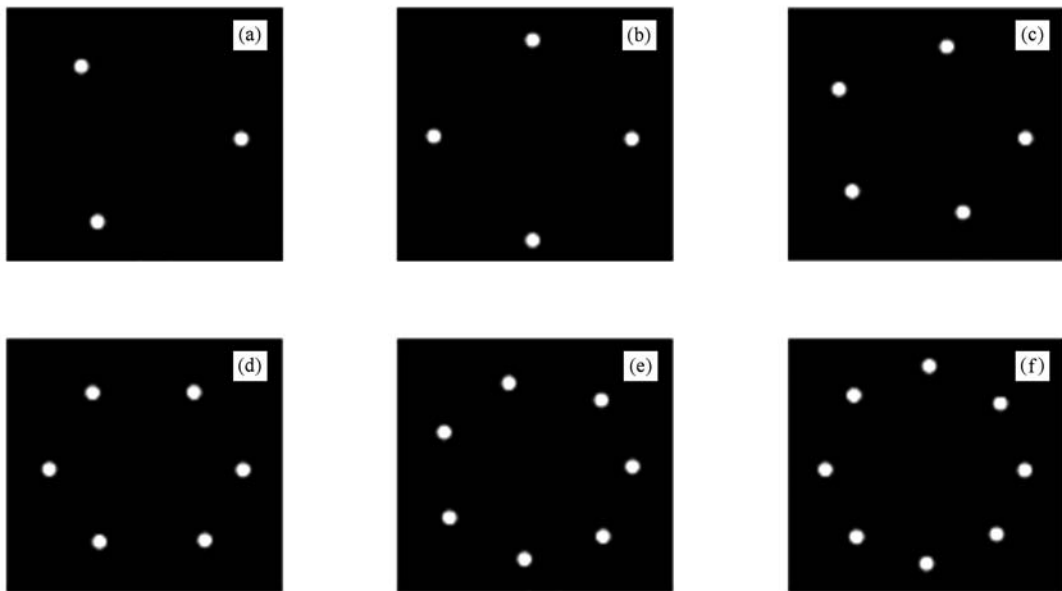


图 2 N 取不同值时的衍射屏 (a) $N=3$, (b) $N=4$, (c) $N=5$, (d) $N=6$, (e) $N=7$, (f) $N=8$

图 3 给出了 $N=3, 4, 5, 6, 7, 8$ 和 $l=0, -1, -2$ 时的相位分布. 灰度的取值范围是从 $-\pi$ 到 π , 共分为八个灰度等级, 所以对于传统的相位涡旋, 从每个涡旋点辐射出八条等相线, 每条等相线代表区间 $(-\pi, \pi]$ 上的一个相位值, 相邻等相线的相位值相差 $\pi/4$, 由此将涡旋周围的相位分成八个区域.

从图 3 的第一列可以看出, 当 $l=0, N=3, 4, 5, 6, 7, 8$ 时, 在干涉光场的中心没有相位涡旋存在, 因为 $l=0$ 对应的入射光束为高斯光束, 不是涡旋光束, 因此在中心不可能出现相位涡旋. 当 $l=0, N$ 为奇数时, 围绕着干涉光场的中心区域有很多相位涡旋.

从图 3 的第二列可以看出, 当 $l=-1, N=3, 4, 5, 6, 7, 8$ 时, 在每一干涉光场的中心都有一个相位涡旋, 其周围的相位分布比较均匀, 并且按顺时针方向螺旋递增, 如图中白色圆圈内的相位分布. 按照相位涡旋拓扑荷的定义, 该相位涡旋的拓扑荷的值为 -1 , 即拓扑荷的值和入射光束的轨道角动量量子数恰好相等.

从图 3 的第三列可以看出, 当 $l=-2, N=3$ 时, 干涉光场的中心出现了一个相位涡旋, 相位按逆时针方向连续变化, 所以该涡旋的拓扑荷与入射光束的轨道角动量量子数没有关系. 当 $l=-2, N=4$ 时, 干涉光场中没有相位涡旋存在. 当 $l=-2, N=5, 6, 7,$

8 时, 干涉光场的中心出现了一个复杂的相位涡旋, 该涡旋点等值线的条数比普通相位涡旋点的多一倍, 即相同值的相位等值线围成的相位区间隔出现两次, 好像两个完全一样的相位涡旋背靠在一起, 这两个相位涡旋在区间 $(-\pi, \pi]$ 上分别是连续变化的, 并且相位都是按顺时针方向递增, 即每一个相位涡旋的拓扑荷的值都等于 -1 . 因此, 该点的拓扑荷的值为 -2 , 这也与入射光束的轨道角动量量子数相等.

为了解释多圆孔衍射屏形成的干涉光场相位分布的情况, 我们给出了与图 3 相对应的远场平面上干涉光场复振幅的实部零值线和虚部零值线分布情况. 图 4 所示为 $N=3, 4, 5, 6, 7, 8$ 和 $l=0, -1, -2$ 时的零值线分布.

从图 4 的第一列可以看出, 中心处实部零值线和虚部零值线不相交, 所以在图 3 中第一列图中心处看不到相位涡旋. 从图 4 的第二列可以看出, 中心处实部零值线和虚部零值线垂直并相交, 因此, 在图 3 中的第二列中心处的相位涡旋周围的相位分布比较均匀. 从图 4 的第三列 (除了 $N=3, 4$) 可以看出, 中心处有两条实部零值线和两条虚部零值线同时相交于一点, 并且实部零值线和虚部零值线交替分布, 这使得图 3 中的第三列 (除了 $N=3, 4$) 中心处的相位呈对称分布.

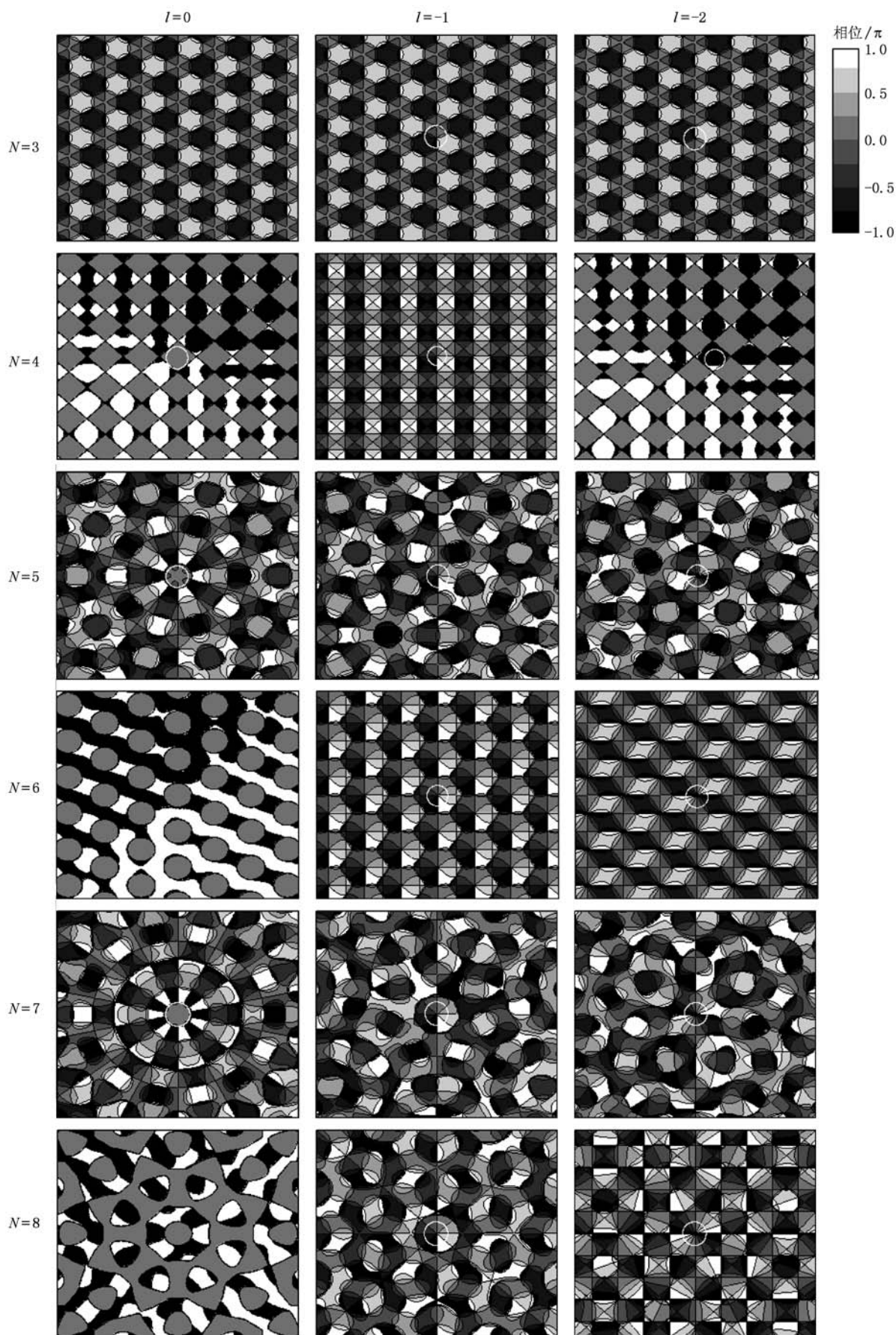


图3 拉盖尔-高斯光束通过多圆孔衍射屏在远场平面上形成的相位分布

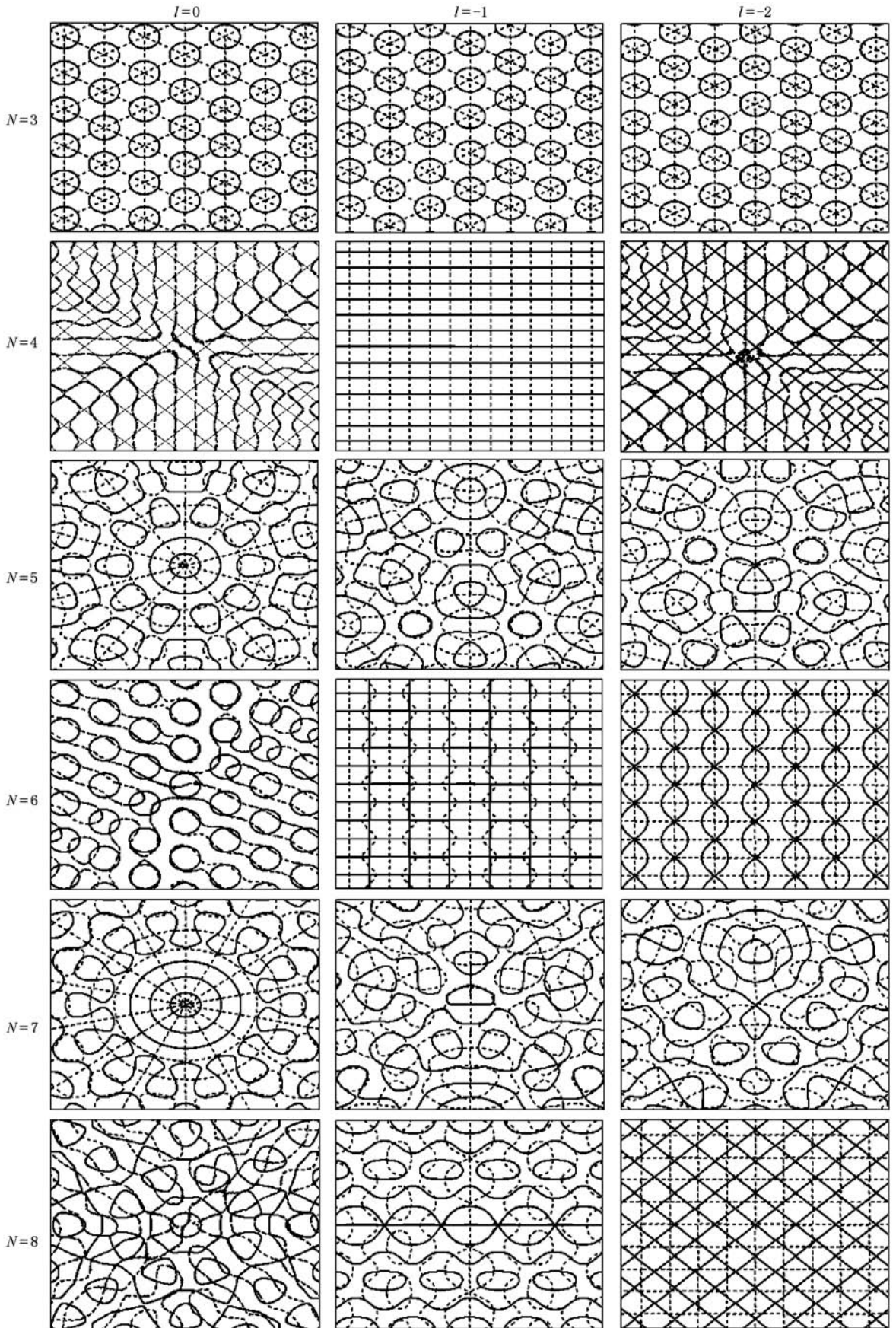


图4 拉盖尔-高斯光束通过多圆孔衍射屏在远场平面上形成的零值线分布 实线表示实部零值线,虚线表示虚部零值线

下面以 $N=8$ 为例,说明当 N 为偶数时用本文的方法仍能探测出入射光束的轨道角动量. 我们给出了当 $N=8$ 和 $l=1, -1, -3$ 时的光强和相位分布,如图 5 所示,图中光强和相位的灰度等级分别为 32 和 8.

从图 5(a)可以看出,图中心处是一圆形的黑暗区域,其周围较亮,围绕着中心还有很多类似于圆形的黑暗区域,在图 5(a)中我们已用白色的圆圈标

出了这些区域. 图 5(b)中白色圆圈内是一些相位分布相似的相位涡旋. 从图 5(b)可以看出,中心处的相位涡旋周围的相位是按逆时针方向螺旋递增的,按照相位涡旋的符号法则,该相位涡旋的符号为正,并且该点的拓扑荷为+1. 对比图 5(a)和(b)可以发现,相同形状黑暗区域中心对应的相位涡旋的符号也相同.

对比图 5(a)和(c)可以发现,这两幅图完全相

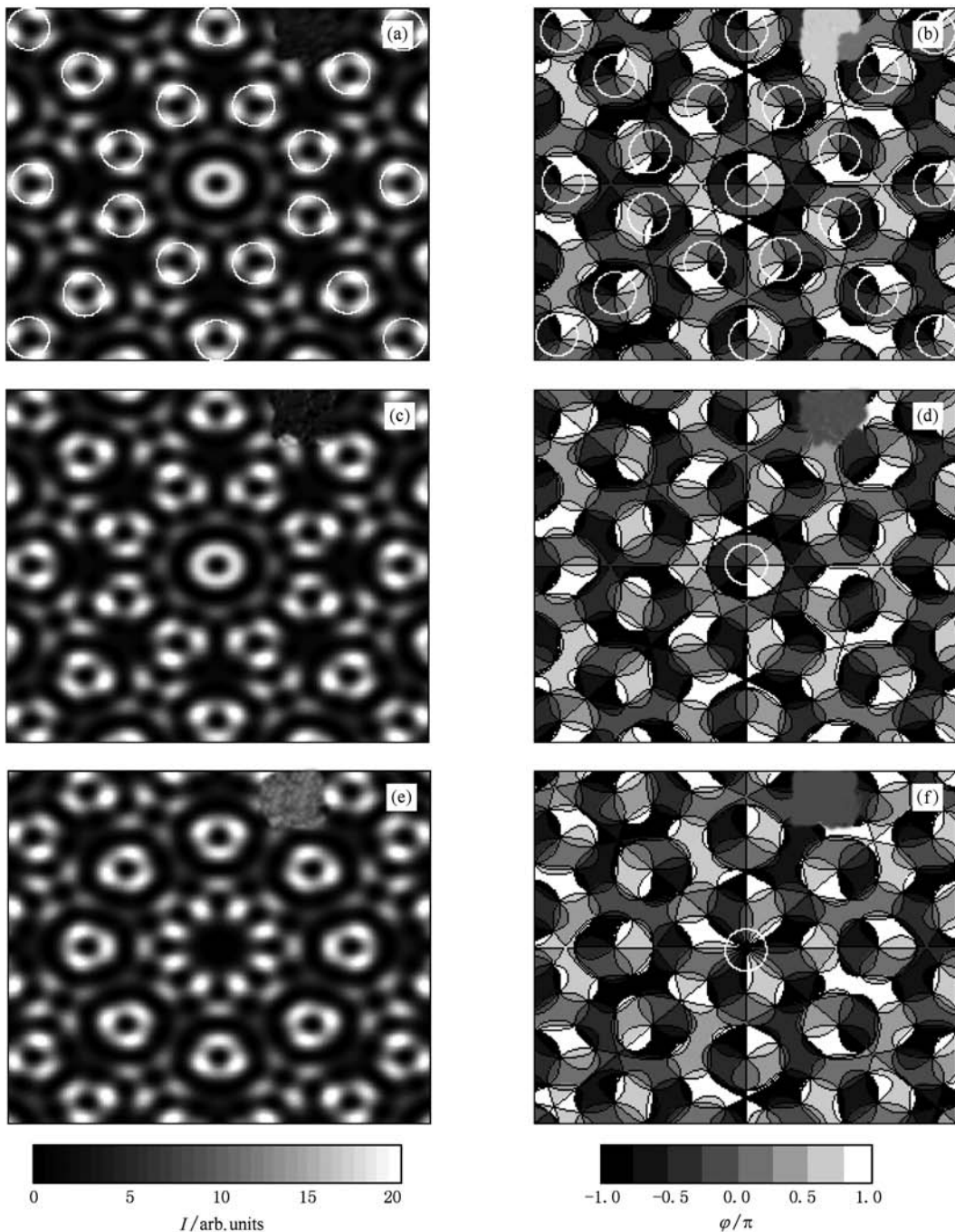


图 5 $N=8$ 时部分光强和相位的分布 (a) $l=+1$ 的光强分布, (b) $l=+1$ 的相位分布, (c) $l=-1$ 的光强分布, (d) $l=-1$ 的相位分布, (e) $l=-3$ 的光强分布, (f) $l=-3$ 的相位分布

同,当 N 为偶数且 l 的符号相反时,不能根据光强分布来确定入射光的轨道量子数. 再对比图 5(b) 和 (d) 容易看出,中心处的相位涡旋周围的相位递增方向完全相反. 因此,根据涡旋点周围的相位分布可以准确确定入射光束的轨道角动量.

与图 5(a) 和 (c) 相比,图 5(e) 的中心处的圆形黑暗区域变大. 从图 5(f) 可以看出,中心出现了一个复杂的相位涡旋,相同值的相位等值线围成的相位区间隔出现了三次,好像三个完全一样的相位涡旋背靠在一起,这三个相位涡旋在区间 $(-\pi, \pi]$ 上都是连续变化的,并且相位都是按顺时针方向递增,因而每一个相位涡旋的拓扑荷的值都等于 -1 . 因此,该点的拓扑荷的和为 -3 ,这与入射光束的轨道角动量量子数也恰好相等. 对比图 5(e) 和 (f) 仍然可以发现,相同形状的光强黑暗区域中心对应的相位涡旋的符号相同.

为了更直观地观察干涉光场中心处的相位涡旋点周围的相位分布,我们在图 6 给出了 $N=8$ 和 $l=+1, +2, +3$ 时,以干涉光场中心为圆心,以 $1500 \mu\text{m}$ 为半径的圆周上的相位分布情况,横坐标 M 表

示从最小相位值开始按逆时针方向在圆周上所取点的序号,纵坐标 φ 表示与圆周上所取点对应的相位值.

从图 6(a) 可以看出,当 $l=+1$ 时,干涉光场中心点周围圆周上的相位在区间 $(0, 2\pi]$ 上连续变化,并逐渐增加. 从图 6(b) 可以看出,当 $l=+2$ 时,干涉光场中心点周围圆周上的相位变化以 $M=30$ 为界分为两部分,相位值分别在半圆周上螺旋增加. 从图 6(c) 可以看出,当 $1 \leq M \leq 25$, $26 \leq M \leq 42$ 和 $43 \leq M \leq 60$ 时相位 φ 在区间 $(0, 2\pi]$ 单调递增.

综上所述可知,当入射光束的轨道角动量量子数 $l=1$ 和 $l=-1$ 时,干涉光场中心处的实部零值线和虚部零值线垂直并相交,形成的相位涡旋的符号相反,并且相位涡旋的拓扑荷和入射光束的轨道角动量量子数相等. 当入射光束的轨道角动量量子数为 $l=\pm 2$ 和 $l=\pm 3$ 时,干涉光场中心处有四条零值线相交于一点,并且实部零值线和虚部零值线交替分布,该交点处形成的相位涡旋的拓扑荷的和恰好与入射光束轨道角动量量子数相等. 当入射光束的轨道角动量量子数符号相反时,干涉光场对应位置的

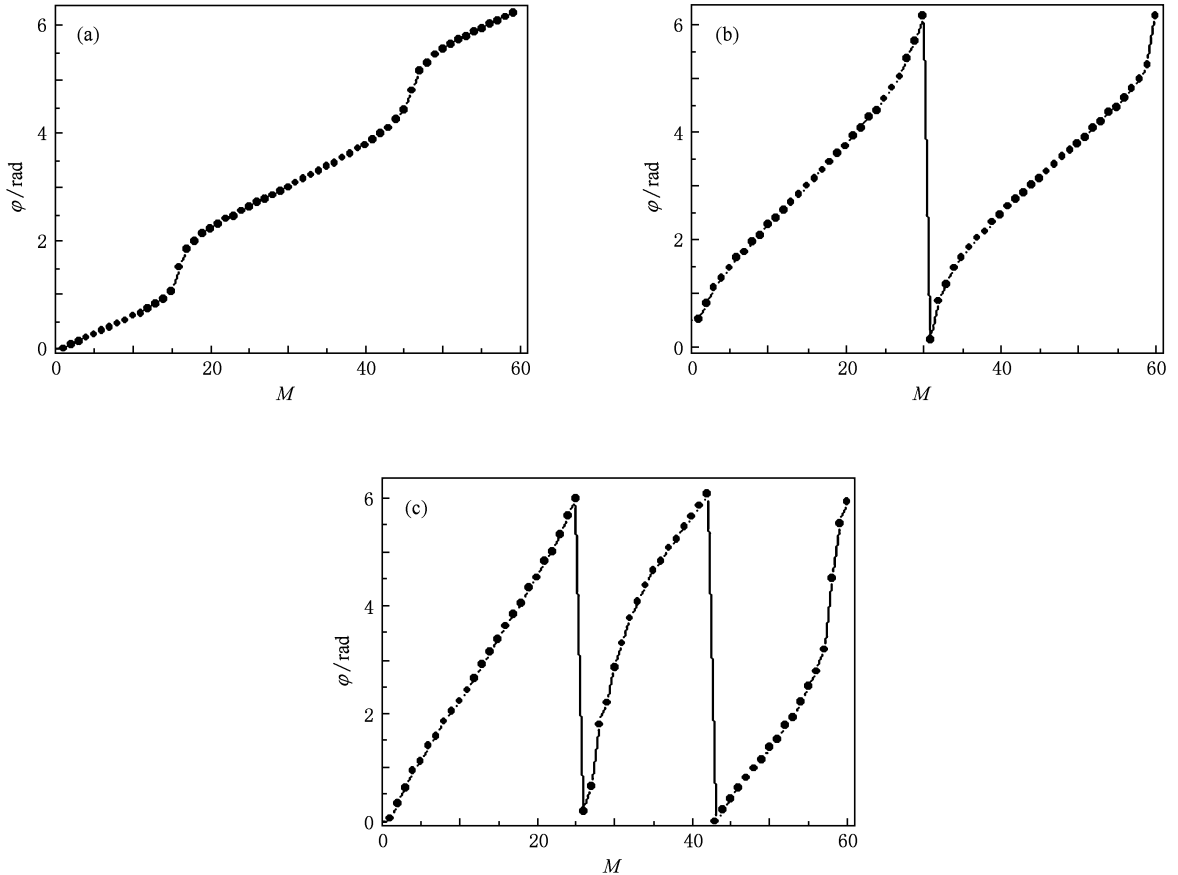


图 6 当 $N=8$ 时干涉光场中心周围小圆周上的相位分布 (a) $l=+1$, (b) $l=+2$, (c) $l=+3$

涡旋符号也相反. 因此, 当圆孔数 $N > 4$ 时, 可以通过测量多圆孔衍射屏形成的干涉光场中心点处的相位涡旋的拓扑荷来获得入射光束的轨道角动量子数.

4. 结 论

本文从理论上详细研究了拉盖尔-高斯光束通过多圆孔衍射屏在远场平面上形成的干涉光场的

光强、相位和零值线的分布特性. 发现干涉光场中心处的相位涡旋周围的相位分布特性和入射光束的轨道角动量有一定的关系, 并且该相位涡旋点的拓扑荷的值恰好等于拉盖尔-高斯光束的轨道角动量子数. 这对多圆孔干涉仪的设计和探测入射光的轨道角动量有重要作用, 并且对研究相位涡旋点的本质结构和新的涡旋现象具有重要意义. 本文也为准确理解和分析相位涡旋点或涡旋光束中心周围的相位分布提供了实验观察的理论依据.

-
- [1] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, Woerdman J P 1992 *Phys. Rev. A* **45** 8185
- [2] Molina T G, Torres J P, Torner L 2007 *Nat. Phys.* **3** 305
- [3] Beth R A 1936 *Phys. Rev.* **50** 115
- [4] Vaziri A, Pan J W, Weihs G, Zeilinger A 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 227902
- [5] Langford N K, Dalton R B, Harvey M D, O'Brien J L, Pryde G J, Gilchrist A, Bartlett S D, White A G 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 053601
- [6] Molina T G, Vaziri A, Ursin R, Zeilinger A 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 040501
- [7] Dutton Z, Ruostekoski J 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 193602
- [8] Kapale K T, Dowling J P 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 173601
- [9] Curtis J E, Koss B A, Grier D G 2002 *Opt. Commun.* **207** 169
- [10] Ladavac K, Grier D G 2004 *Opt. Express* **12** 1144
- [11] Padgett M J, Allen L 2000 *Contemp. Phys.* **41** 275
- [12] Paterson L, MacDonald M P, Arlt J, Sibbett W, Bryant P E, Dholakia K 2001 *Science* **292** 912
- [13] Qi X Q, Guo C Q, Liu Y D 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 264 (in Chinese) [齐晓庆、高春清、刘义东 2010 物理学报 **59** 264]
- [14] Lü H, Ke X Z 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 8302 (in Chinese) [吕宏、柯熙政 2009 物理学报 **58** 8302]
- [15] Ke X Z, Lu N, Yang Q L 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 6159 (in Chinese) [柯熙政、卢宁、杨秦岭 2010 物理学报 **59** 6159]
- [16] Berry M V 1978 *J. Phys. A* **11** 27
- [17] Shvartsman N, Freund I 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 1008
- [18] Berkhout G C G, Beijersbergen M W 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 100801
- [19] Berkhout G C G, Beijersbergen M W 2009 *J. Opt. A* **11** 094021
- [20] Song H S, Cheng C F, Liu M, Teng S Y, Zhang N Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3887 (in Chinese) [宋洪胜、程传福、刘曼、滕树云、张宁玉 2009 物理学报 **58** 3887]
- [21] Liu M, Cheng C F, Song H S, Liu G Y, Teng S Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 964 (in Chinese) [刘曼、程传福、宋洪胜、刘桂媛、滕树云 2010 物理学报 **59** 964]

Measurement of orbital angular momentum of Laguerre-Gaussian beam by using phase vortices of interference fields^{*}

Liu Man¹⁾²⁾ Chen Xiao-Yi²⁾ Li Hai-Xia²⁾ Song Hong-Sheng²⁾ Teng Shu-Yun²⁾ Cheng Chuan-Fu^{2)†}

1) (*School of Mathematical and Physical Sciences, Shandong Institute of Light Industry, Jinan 250353, China*)

2) (*College of Physics and Electronics, Shandong Normal University, Jinan 250014, China*)

(Received 27 February 2010; revised manuscript received 10 July 2010)

Abstract

The phase and the zero-contour of the real part and the imaginary part of the interference field on a far-field plane generated by multi-aperture diffraction screen are simulated. It is found that when the orbital angular momentum quantum number of incident beam is equal to zero, at the center of interference field the zero-lines cannot cross each other, therefore, thereby the phase vortices cannot form. When the orbital angular momentum quantum numbers of incident beam are opposite to each other in sign, namely -1 and $+1$ at the center of interference field the zero-lines are perpendicular to and cross each other, the signs of the phase vortices at the corresponding positions in interference fields are also opposite to each other. When the orbital angular momentum quantum numbers of incident beam are equal to ± 2 and ± 3 , there are four zero-lines that cross each other at the center of interference fields, where the topological charge values of phase vortices are just equal to the orbital angular momentum quantum numbers of the Laguerre-Gaussian beam. Therefore, these results can be used to measure the orbital angular momentum of optical vortex beam.

Keywords: orbital angular momentum, phase vortices, interference fields

PACC: 4225H, 4230

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10974122, 10874105) and the Distinguished Middle-aged and Young Scientist Encourage and Reward Foundation of Shandong Province, China (Grant No. 2007BS04031).

[†] Corresponding author. E-mail: chengchuanfu@sdu.edu.cn