

# 原子与双模相干强场依赖强度耦合多光子 过程中纠缠量度与制备\*

刘小娟<sup>†</sup> 刘一曼 周并举

(湖南科技大学物理系,湘潭 411201)

(2010 年 3 月 31 日收到,2010 年 7 月 2 日收到修改稿)

给出了依赖强度耦合双模多光子过程 Jaynes-Cummings 模型的有效哈密顿量. 在强场条件下,分别用量子约化熵和量子相对熵研究了上述模型中原子与场之间的纠缠以及双模相干场的模间纠缠演化. 研究表明,这两类纠缠演化均与原子跃迁时吸收(或发射)的光子数  $k$  密切相关. 同时,还揭示了双光子过程( $k=1$ )和多光子过程( $k \geq 2$ )中不同的纠缠特性. 讨论了纠缠态的制备,制备了与时间无关的原子-场的 Einstein-Podolsky-Rosen 态和双模相干场的模间纠缠态.

**关键词:** 依赖强度耦合, 量子纠缠, 量子约化熵, 量子相对熵

**PACC:** 4250

## 1. 引 言

自从量子纠缠首先被 Einstein, Podolsky, Rosen (EPR)<sup>[1]</sup> 和 Schrödinger<sup>[2]</sup> 提出以来,它一直是物理学中一个引人注目的研究领域. 一方面,是因为量子纠缠体现了量子态的非定域性<sup>[3]</sup>;另一方面,是因为它在量子信息处理(如量子隐形传态<sup>[4]</sup>、量子编码及量子纠错<sup>[5]</sup>、量子密钥分配<sup>[6]</sup>和量子计算<sup>[7]</sup>)中具有重要应用,是量子信息工程中的重要物理资源<sup>[8]</sup>. 因此,两体之间的纠缠量度和纠缠态制备具有重要的意义. 现有的研究表明,原子与双模量子光场系统的纠缠是处理量子信息的有效途径,众多学者对该系统开展了研究,如文献[9,10]分别研究原子与双模相干光场和双模压缩真空场的纠缠,但未考虑依赖强度耦合和多光子过程.

在光强较弱的情况下,量子系统中只须考虑原子和单一光子的相互作用,就足以解释绝大多数原子与光的各种反应. 随着光强的急速增加,光子数密度增大,在这种情况下,原子与光场相互作用过程中对光场强度的依赖不能忽略. 这使得依赖强度耦合 Jaynes-Cummings (J-C) 模型中的原子与反转的

崩塌和回复、光场的熵及原子信息熵压缩等量子特性研究成为热点<sup>[11-15]</sup>. 另一方面,随着光强的增加,导致原子中的电子和多个光子的非线性相互作用凸显,原子中的电子在强光下可能吸收若干个至上百个光子而带有很高的能量. 这种高能量的电子可能就此离开原子产生多光子解离,也可能重新回到基态而放出一高能量的光子,生成高次谐波. 这对于探索发生在短于飞秒级时间内的内层电子跃迁或解离等原子反应过程有着重要的意义. 从激光手术到引发核子融合都是强光与物质相互作用的多光子过程引人注目的应用,多光子过程已成为人们关注的一个焦点,理论研究和应用研究都取得了很大进展<sup>[16,17]</sup>.

近十多年来,多光子过程也成为量子信息领域的研究热点. 刘堂昆<sup>[18]</sup>研究了多光子过程双模场的压缩特性;张登玉<sup>[19]</sup>研究了置于外部环境(热库)中的二能级原子简并多光子过程相干性的消除;文献[20]研究了双模相干光场与 Bell 态原子多光子作用的原子布居数演化;文献[21]研究了依赖强度耦合双模 J-C 模型多光子过程中原子与单模光场的纠缠与 Schrödinger 猫态. 然而,作者至今未见有文献涉及双模场与二能级原子依赖强度耦合多光子

\* 国家自然科学基金(批准号:10374025)和湖南省自然科学基金(批准号:09JJ3012)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: lxjdx@163.net

过程中的纠缠特性研究.

本文将依赖强度耦合双模 J-C 模型<sup>[22]</sup>推广到多光子过程, 给出它的有效哈密顿量. 在强场条件下, 分别用量子约化熵和量子相对熵研究原子与双模相干光场之间的纠缠(以下简称原子-场纠缠)以及双模光场之间的纠缠(以下简称模间纠缠)性质, 揭示原子与强场相互作用中原子跃迁时吸收(或发射)的光子数  $k$  对上述两类纠缠演化的影响, 获得对两类纠缠演化的控制和纠缠态制备的系统参数. 本文的研究结果对利用该系统的纠缠特性实现量子通信具有重要的意义.

## 2. 模型及解

在文献[22]的基础上, 给出旋波近似下原子与双模场依赖强度耦合多光子过程 J-C 模型的哈密顿算符

$$H = \omega_0 S_z + \sum_{j=1}^2 \omega_j a_j^+ a_j + g(S_+ a_1^k a_2^k \sqrt{a_1^+ a_2^+ a_1 a_2} + \sqrt{a_1^+ a_2^+ a_1 a_2} a_1^+ a_2^+ S_-), \quad (1)$$

式中  $S_i (i = z, +, -)$  为二能级原子的赝自旋算符,  $a_j^+ (a_j)$  为频率为  $\omega_j (j = 1, 2)$  的场模的产生(湮没)算符,  $g$  为双模相干场与二能级原子之间的耦合常数,  $k$  为原子跃迁过程中吸收(或发射)的光子数. 为简便起见, 令光场与原子共振, 即  $\omega_0 = k(\omega_1 + \omega_2)$  且  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ . (1)式由两部分构成, 即

$$H = H_0 + H_1, \quad (2)$$

其中

$$H_0 = \omega(2kS_z + a_1^+ a_1 + a_2^+ a_2), \quad (3)$$

$$H_1 = g(S_+ a_1^k a_2^k \sqrt{a_1^+ a_2^+ a_1 a_2} + \sqrt{a_1^+ a_2^+ a_1 a_2} a_1^+ a_2^+ S_-). \quad (4)$$

设二能级原子初始时刻处于激发态  $|+\rangle$  和基态  $|-\rangle$  的叠加态

$$\begin{aligned} |\Psi_a(0)\rangle &= \cos \frac{\theta}{2} |+\rangle + \sin \frac{\theta}{2} \exp(i\phi) |-\rangle \\ &= \cos \frac{\theta}{2} |+\rangle + \sin \frac{\theta}{2} |-\rangle, \end{aligned} \quad (5)$$

光场处于双模相干态

$$\begin{aligned} |\psi_f(0)\rangle &= |\alpha_1, \alpha_2\rangle \\ &= \sum_{n_1, n_2=0}^{\infty} f(n_1) f(n_2) |n_1, n_2\rangle, \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} f(n_j) &= \exp\left(-\frac{\bar{n}_j}{2}\right) \frac{\bar{n}_j^{n_j/2}}{\sqrt{n_j!}} \exp(in_j \varphi_j) \\ &\quad (j = 1, 2). \end{aligned} \quad (7)$$

这里  $\phi$  为原子偶极矩相位,  $\theta$  为原子分布角,  $\bar{n}_1, \bar{n}_2$  和  $\varphi_1, \varphi_2$  分别为两模场的平均光子数和相位角. 在本文计算中, 取  $\phi = 0, 0 \leq \theta \leq \pi$ .

若初始时刻原子和双模光场处于直积态, 则系统初始态矢可表示为

$$\begin{aligned} |\psi_{fa}(0)\rangle &= |\psi_f(0)\rangle \otimes |\psi_a(0)\rangle \\ &= \sum_{n_1, n_2}^{\infty} f(n_1) f(n_2) \cos \frac{\theta}{2} |n_1, n_2, +\rangle \\ &\quad + \sum_{n_1, n_2}^{\infty} f(n_1) f(n_2) \sin \frac{\theta}{2} |n_1, n_2, -\rangle. \end{aligned} \quad (8)$$

在相互作用绘景中, Schrödinger 方程为

$$i \frac{d}{dt} |\psi_{fa}(t)\rangle = H_1 |\psi_{fa}(t)\rangle. \quad (9)$$

利用初始态矢和共振条件, 解方程(9), 得到系统在任意时刻的态矢为

$$|\Psi_{fa}(t)\rangle = \sum_{n_1, n_2}^{\infty} \{ |D\rangle |+\rangle + |C\rangle |-\rangle \}. \quad (10)$$

根据(10)式, 对光场或原子系统求迹, 可分别得到原子或光场的约化密度算符如下:

$$\rho_a(t) = \begin{bmatrix} \langle D | D \rangle & \langle C | D \rangle \\ \langle D | C \rangle & \langle C | C \rangle \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\rho_f(t) = |D\rangle \langle D| + |C\rangle \langle C|, \quad (12)$$

式中

$$\begin{aligned} \langle D | D \rangle &= \frac{1}{2} \sum_{n_1, n_2} \frac{(|\alpha_1|^2)^{n_1} (|\alpha_2|^2)^{n_2}}{n_1! n_2!} \\ &\quad \times \exp[-(|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2)] \\ &\quad \times [1 + \cos\theta \cos(2vgt)], \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \langle C | C \rangle &= \frac{1}{2} \sum_{n_1, n_2} \frac{(|\alpha_1|^2)^{n_1} (|\alpha_2|^2)^{n_2}}{n_1! n_2!} \\ &\quad \times \exp[-(|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2)] \\ &\quad \times [1 - \cos\theta \cos(2vgt)], \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \langle C | D \rangle &= \frac{i}{2} \sum_{n_1, n_2} \frac{(|\alpha_1|^2)^{n_1+k/2} (|\alpha_2|^2)^{n_2+k/2}}{\sqrt{(n_1+k)! n_1! (n_2+k)! n_2!}} \\ &\quad \times \exp[-(|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2)] \exp(ik\beta) \\ &\quad \times [\sin(ugt - vgt) + \cos\theta \sin(ugt + vgt) \\ &\quad - i \sin\theta \cos(ugt - vgt)], \end{aligned} \quad (15)$$

$\langle D | C \rangle$  为  $\langle C | D \rangle$  的共轭量. 这里,  $\beta$  为原子和双模相干场之间的相对相位,

$$\beta = \phi - (\varphi_1 + \varphi_2),$$

$$v = \sqrt{\frac{n_1 n_1! n_2 n_2!}{(n_1 - k)! (n_2 - k)!}},$$

$$u = \sqrt{\frac{(n_1 + k)(n_1 + k)! (n_2 + k)(n_2 + k)!}{n_1! n_2!}}.$$

与(11)和(12)式对应的原子和光场约化密度算符的本征矢分别为<sup>[23]</sup>

$$|\psi_a^\pm(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi_f^\pm \cosh\delta}} \left( \exp\left[-\frac{1}{2}(i\eta \mp \delta)\right] |+\rangle \pm \exp\left[\frac{1}{2}(i\eta \mp \delta)\right] |-\rangle \right), \quad (16)$$

$$|\psi_f^\pm(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi_f^\pm \cosh\delta}} \left( \exp\left[\frac{1}{2}(i\eta \pm \delta)\right] |D\rangle \pm \exp\left[-\frac{1}{2}(i\eta \pm \delta)\right] |C\rangle \right), \quad (17)$$

其中

$$\delta = \text{arsh}\left(\frac{\langle D|D\rangle - \langle C|C\rangle}{2|\langle C|D\rangle|}\right), \quad (18)$$

$$\eta = \text{arth}\left[\frac{\text{Im}(\langle D|C\rangle)}{\text{Re}(\langle D|C\rangle)}\right].$$

可以证明原子和光场约化算符本征值具有相同的表达式,即

$$\begin{aligned} \pi_a^\pm(t) &= \pi_f^\pm(t) \\ &= \pi^\pm \\ &= \frac{1}{2}(\langle C|C\rangle + \langle D|D\rangle) \\ &\quad \pm \frac{1}{2}[(\langle C|C\rangle - \langle D|D\rangle)^2 \\ &\quad + 4|\langle C|D\rangle|^2]^{1/2}. \end{aligned} \quad (19)$$

根据 Schmidt 分解定理<sup>[24]</sup>,可把系统的态矢表示为

$$|\Psi_{fa}(t)\rangle = \sqrt{\pi^+} |\Psi_a^+\rangle |\Psi_f^+\rangle + \sqrt{\pi^-} |\Psi_a^-\rangle |\Psi_f^-\rangle. \quad (20)$$

利用以上结果讨论强场条件  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 30$  下原子-场纠缠及光场的模间纠缠特性.

### 3. 原子与双模相干场的纠缠

#### 3.1. 数值讨论

根据 Phoenix 和 Knight<sup>[23]</sup>的工作,可以依据(19)式所确定的本征值表示依赖强度耦合多光子过程中原子或光场的约化熵

$$\begin{aligned} S(\rho_a) &= S(\rho_f) \\ &= -\pi^+ \text{lb}\pi^+ - \pi^- \text{lb}\pi^-. \end{aligned} \quad (21)$$

$S(\rho_a)$  (或  $S(\rho_f)$ ) 是量度原子-双模光场间的纠缠度. 如果  $S(\rho_a)$  取它的最大值,即  $S(\rho_a) = 1$ , 表明原子和双模光场之间处在最大纠缠态, 如果  $S(\rho_a)$  取它的最小值,即  $S(\rho_a) = 0$ , 表明原子和双模光场之间解纠缠.

首先讨论  $k=1$  的双光子过程.

图 1 中的虚线展示了原子初始处于激发态 ( $\theta = 0$ ) 时,在  $\beta = 0, \pi/4$  两种情况下的双光子过程的原子约化熵  $S(\rho_a)$  随时间的演化. 从图 1 可以看出,在  $\beta = 0, \pi/4$  两种情况下纠缠度的演化规律是相同的. 这说明原子与双模相干场之间的相对相位  $\beta = \phi - (\varphi_1 + \varphi_2)$  对纠缠度的演化不产生影响.

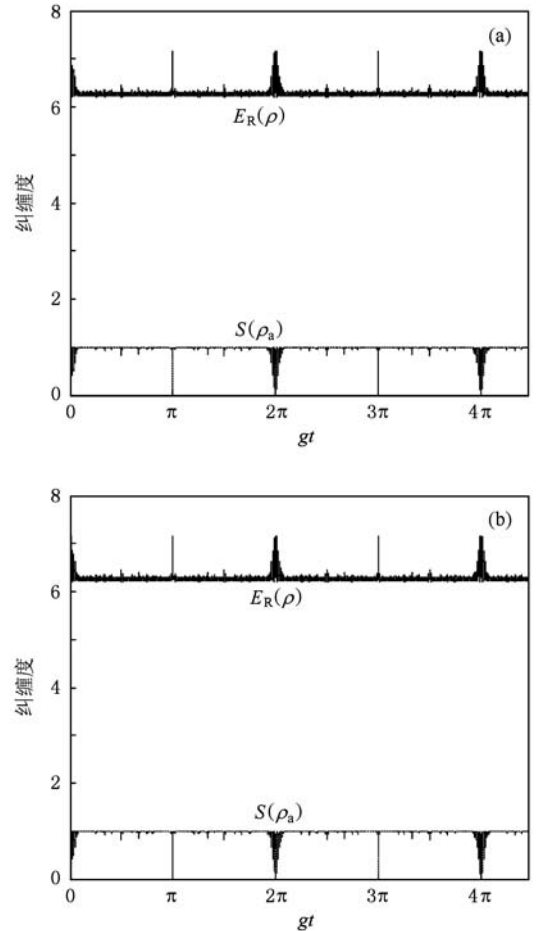


图 1  $\beta=0, \pi/4$  时纠缠度随时间的演化  $k = 1, \bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 30, \theta = 0$ . (a)  $\beta = 0$ , (b)  $\beta = \pi/4$

图 2 中的虚线展示了强场条件  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 30$  下,双光子过程在不同原子初态时原子-场的纠缠度随时间的演化规律. 从图 2 可以看出: 纠缠度在 0 和 1 之间周期性演化,演化周期受原子初态的影响. 当

原子初始处于激发态 ( $\theta = 0$ ) 时, 演化周期为  $\pi$ , 但在  $gt = 2n\pi (n = 0, 1, 2, \dots)$  附近具有更加明显的退纠缠趋势. 当原子初态为基态与激发态的叠加态 ( $\theta = \pi/4, \pi/8$ ) 时, 在  $gt = 2n\pi$  时刻原子和场完全退纠缠; 但在  $gt = (2n + 1)\pi (n = 0, 1, 2, \dots)$  时刻, 原

子与场处于次退纠缠, 随着原子分布角  $\theta$  趋向于  $\pi/2$  而趋于最大纠缠. 当原子初态为基态与激发态等概率叠加态 ( $\theta = \pi/2$ ) 时, 演化周期为  $2\pi$ , 除了在  $gt = 2n\pi$  时刻原子和场完全退纠缠外, 其他时域原子和场保持着最大纠缠.

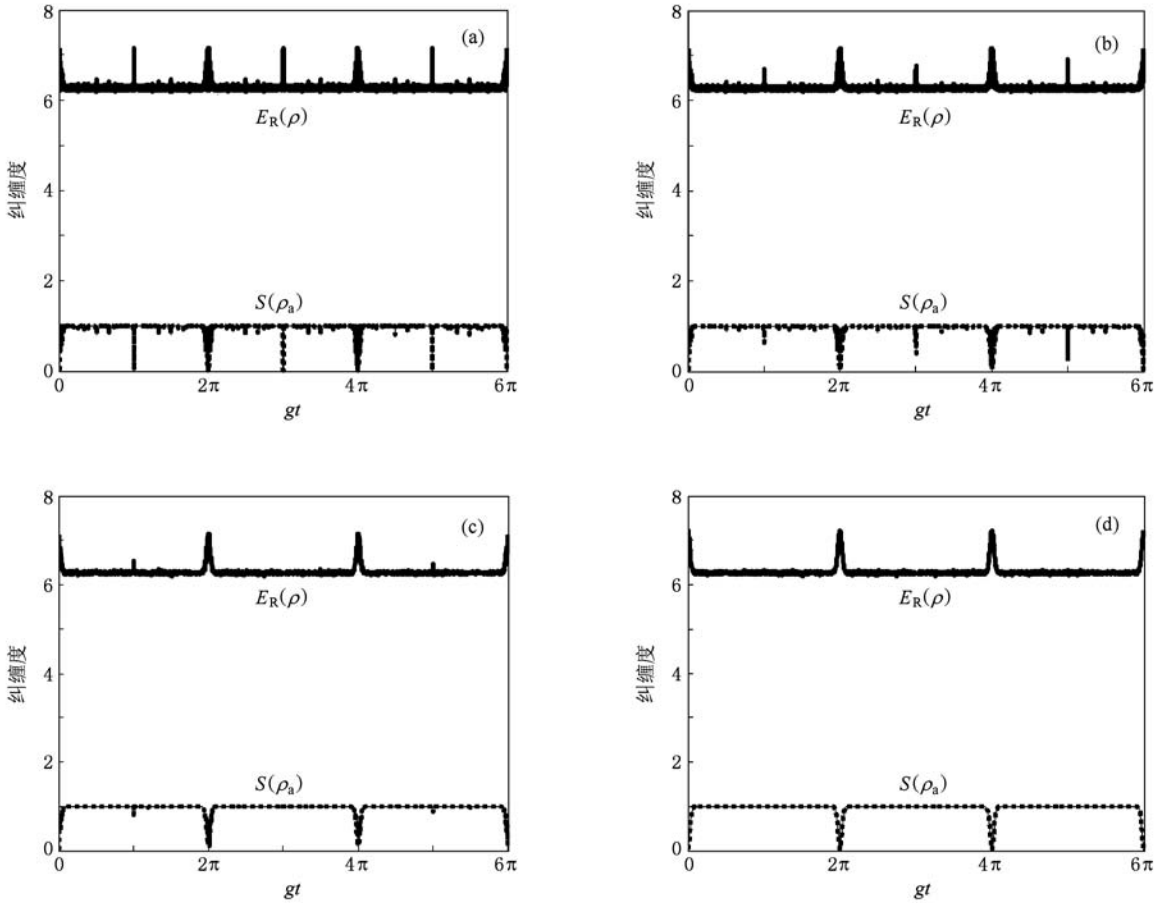


图2  $\theta = 0, \pi/8, \pi/4, \pi/2$  时纠缠度随时间的演化  $k = 1, \bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 30$ . (a)  $\theta = 0$ , (b)  $\theta = \pi/8$ , (c)  $\theta = \pi/4$ , (d)  $\theta = \pi/2$

下面讨论  $k \geq 2$  的多光子过程.

图3中的虚线展示了原子初态为基态与激发态等概率叠加态 ( $\theta = \pi/2$ ) 时, 强场条件  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 30$  下  $k = 2-20$  的原子约化熵  $S(\rho_a)$  的演化规律. 从图3可以看出: 在整个演化过程中, 原子约化熵总是保持最大, 说明场与原子始终处于最大纠缠, 光场为统计混合态. 这种情形适合于由测量原子的性质来推断光场的性质.

### 3.2. 解析分析和态的制备

首先讨论  $k=1$  的双光子过程.

选取  $gt = (2n + 1)\pi$  时刻, 仅当原子初态为基态 ( $\theta = \pi$ ) 或激发态 ( $\theta = 0$ ) 时, 将其代入(19)式得

$\pi^+ = 1, \pi^- = 0$ . 根据(20)式, 系统处于可分离态

$$|\psi_{fa}\rangle = |\psi_f\rangle \otimes |\psi_a\rangle \quad (gt = 2(n + 1)\pi), \quad (22)$$

原子的态为

$$|\psi_a\rangle = |+\rangle \quad (\theta = 0), \quad (23)$$

$$|\psi_a\rangle = |-\rangle \quad (\theta = \pi). \quad (24)$$

而光场回到初始相干态

$$|\psi_f\rangle = \sum_{n_1, n_2}^{\infty} f(n_1)f(n_2) |n_1, n_2\rangle \quad (\theta = 0, \pi). \quad (25)$$

若选取  $gt = 2n\pi (n = 0, 1, 2, \dots)$  时刻, 则无论  $\theta$  取何值, 代入(19)式有  $\pi^+ = 1, \pi^- = 0$ , 系统态矢亦为直积形式, 即

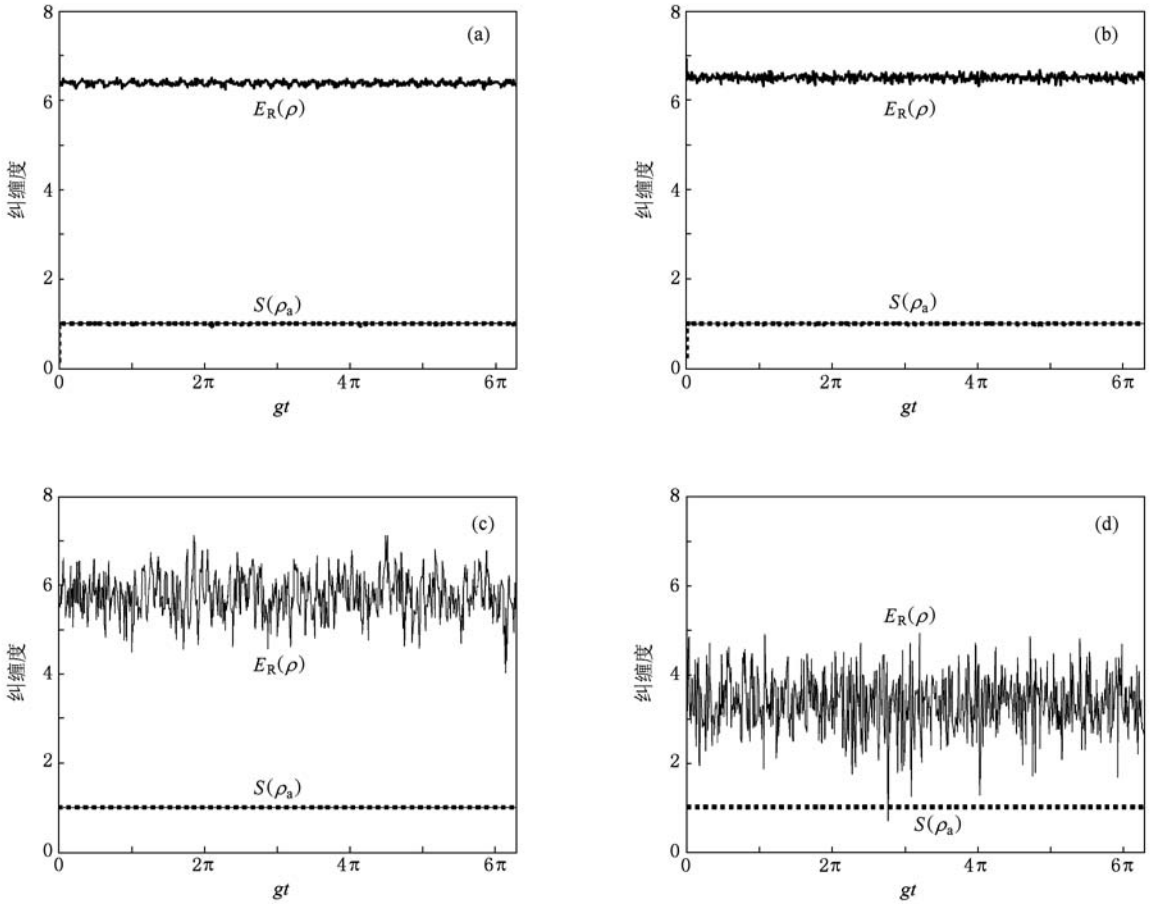


图3  $k=2, 10, 15, 20$  时纠缠度随时间的演化  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 30, \theta = \pi/2$ . (a)  $k=2$ , (b)  $k=10$ , (c)  $k=15$ , (d)  $k=20$

$$|\psi_{\text{fa}}\rangle = |\psi_f^+\rangle \otimes |\psi_a^+\rangle \quad (gt = 2n\pi). \quad (26)$$

双模场仍制备在(23)式的相干态,但原子却制备在如下任意叠加态:

$$|\psi_a\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |+\rangle + \sin \frac{\theta}{2} |-\rangle. \quad (27)$$

若取  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , 可将原子制备在  $S_x$  分量的最佳熵压缩态

$$|\psi_a\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + |-\rangle). \quad (28)$$

这在低噪声量子通信中有重要应用. 显然,在上述两种情况下,系统(原子和场)、场和原子均回到原来状态,即制备了三类信息保真态.

在其他时刻,  $\pi^+ \neq 1, \pi^- \neq 0$ , 系统的态矢不能写成两子系统的直积形式,系统处于纠缠态. 特别是当原子初态为基态与激发态的等概率叠加态 ( $\theta = \pi/2$ ) 时,原子-场纠缠度只有在  $gt = 2n\pi$  时刻附近为零,其他时刻都为最大值 1. 此情形下由(19)式可

得  $\pi^+ \approx 1/2, \pi^- \approx 1/2$ , 因此  $S(\rho_f) \approx 1$ . 当  $k=1, \theta = \frac{\pi}{2}, gt \neq 2n\pi$  时,根据(20)式得到系统的态矢

$$|\psi\rangle_{\text{fa}} = \frac{1}{\sqrt{2}}[|\psi_a^+\rangle |\psi_f^+\rangle + |\psi_a^-\rangle |\psi_f^-\rangle], \quad (29)$$

即将系统制备在 EPR 态. 这在量子信息处理中有广泛的应用.

下面讨论  $k \geq 2$  的多光子过程.

初始制备原子为基态与激发态的等概率叠加态 ( $\theta = \pi/2$ ), 由(14)式可知,无论  $gt$  取何值均有  $\pi^+ = \pi^- = 1/2$ , 场-原子持续保持着最大纠缠,可制备与时间无关的 EPR 态,即

$$|\psi\rangle_{\text{fa}} = \frac{1}{\sqrt{2}}[|\psi_a^+\rangle |\psi_f^+\rangle + |\psi_a^-\rangle |\psi_f^-\rangle]. \quad (30)$$

这表明,强场条件  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 30$  下,原子与双模相干场依赖强度耦合多光子 ( $k \geq 2$ ) 过程的非线性相互作用导致了持续的原子-场最大纠缠. 这是一种较双光子过程更好的纠缠资源.

## 4. 双模相干场的模间纠缠

由于双模光场与原子相互作用, 在绝大部分时间与原子纠缠, 双模光场由初始的纯态演变为混合态, 因而模间纠缠不能再用量子约化熵来度量, 而是要用相对熵纠缠度来度量. 相对熵纠缠度的定义为<sup>[25]</sup>

$$E_R(\rho) = \min_{\sigma \in D} S(\rho \parallel \sigma), \quad (31)$$

式中  $S(\rho \parallel \sigma) = \text{tr}[\rho(\ln \rho - \ln \sigma)]$  为量子相对熵,  $D$  为全部两体可分离态的集合. 文献<sup>[26]</sup>给出了相对熵纠缠度的计算公式. 对于两体量子态, 其密度算符为

$$\rho = \sum_{n_1, n_2} a_{n_1 n_2} |\Phi_{n_1} \Psi_{n_2}\rangle \langle \Phi_{n_2} \Psi_{n_2}|, \quad (32)$$

相对熵纠缠度可以表示为

$$E_R(\rho) = - \sum_n a_{nn} \ln a_{nn} + \text{tr}(\rho \ln \rho), \quad (33)$$

$E_R$  取最小值时的可分离态为

$$\sigma = \sum_n a_{nn} |\Phi_n \Psi_n\rangle \langle \Phi_n \Psi_n|, \quad (34)$$

式中  $|\Phi_n\rangle$  和  $|\Psi_n\rangle$  是每个子系统的正交态. 把(12)式改写为下列形式:

$$\rho_f = \sum_{mn} a_{mn} |mm\rangle \langle nn|, \quad (35)$$

其中  $a_{mn} = \langle mm | \rho_f | nn \rangle$ . 这样, 用相对熵纠缠度来度量光场的模间纠缠程度, 具体表示如下:

$$E_R(\rho_f) = - \sum_n a_{nn} \ln a_{nn} + \pi^+ \ln \pi^+ + \pi^- \ln \pi^-. \quad (36)$$

显然, 利用(36)式可以进行数值计算.

图 1 和图 2 中的实线表示相对熵纠缠度随时间的演化, 它反映了双光子 ( $k=1$ ) 过程中双模相干场之间的纠缠度演化. 比较图 1 和图 2 中的实线与虚线可知, 双模相干场之间的纠缠度总是与原子-场之间的纠缠度变化规律成对抗关系, 即原子-场的纠缠度随时间减小时, 模间纠缠度却随时间增大. 这是因为原子和两模场分别成单光子的相互作用使原子-场纠缠, 而这两者的纠缠削弱了场的模间纠缠, 削弱程度取决于原子-场的纠缠程度, 纠缠程度越大, 对模间纠缠的削弱也越大. 这与文献<sup>[11]</sup>的结论一致, 表明双光子过程中 ( $k=1$ ) 中光场强度对系统纠缠的影响不大.

图 3 中的实线表明了  $2 \leq k \leq 20$  的多光子过程, 随着原子跃迁时吸收 (或发射) 的光子数  $k$  增加, 原子中的电子与多个光子的非线性相互作用极大地影响双模光场的模间纠缠的演化. 当  $k=2$

时, 模间纠缠度保持在平稳状态 (图 3(a)). 由(17)式可知, 光场双模之间可制备在与时间无关的纠缠态

$$|\psi_f\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n_1, n_2} (f(n_1)f(n_2) |n_1, n_2\rangle + f(n_1 - 1)f(n_2 - 1) |n_1 - 1, n_2 - 1\rangle). \quad (37)$$

当  $k$  增加到 10 时, 模间纠缠出现小幅振荡, 极大值和极小值增大 (图 3(b) 实线). 当  $k$  增加到 15, 20 时, 模间纠缠的振荡振幅增大, 极大值和极小值反而减小 (图 3(c) 和 (d) 实线). 但无论  $k$  取何值, 光场的双模间不出现解纠缠.

总之, 强场条件下的多光子过程中, 双模场的模间纠缠演化呈现出非线性, 与原子-场间纠缠失去了对抗关系. 这种与双光子过程不同的光模间纠缠特性, 源于原子与多光子强烈的非线性相互作用.

## 5. 结 论

本文给出了旋波近似下依赖强度耦合双模多光子过程 J-C 模型的有效哈密顿量. 在强场条件下, 分别用量子约化熵和量子相对熵研究了原子与双模相干场之间和双模相干场的模间纠缠演化和态的制备. 上述两类纠缠演化与原子跃迁时吸收 (或发射) 的光子数  $k$  密切相关, 与双模相干场和二能级原子之间的相对相位  $\beta$  无关. 对于  $k=1$  的双光子过程, 无论原子初态如何, 原子约化熵的演化具有一定的周期性. 在  $gt \neq n\pi$  时, 原子与场纠缠; 特别在原子初态为激发态和基态等概率叠加态时, 只有在  $gt = 2n\pi$  附近, 原子-场纠缠度趋于零, 其他时刻原子-场处于最大纠缠, 制备了原子-场的 EPR 态. 双模相干场的模间纠缠度的演化与原子-场纠缠度的演化规律相反, 表明双光子过程 ( $k=1$ ) 中光场强度对系统纠缠的影响不大. 双模相干场的平均光子数增大, 其模间纠缠相应增强, 获得了双模相干纠缠态. 对于  $k \geq 2$  的多光子过程, 原子初始处于基态与激发态等概率叠加态, 原子约化熵在整个演化过程中保持最大值, 制备了与时间无关的原子-场的 EPR 态和光场双模之间的纠缠态. 随着原子跃迁时吸收 (或发射) 的光子数增加到  $k \geq 15$  时, 双模相干场的模间纠缠度振荡出现非线性变化, 与原子-场纠缠演化失去对抗关系, 但模间不出现解纠缠. 研究结果表明, 在强场条件下原子与双模相干光场依赖强度

耦合多光子过程是一种好的纠缠资源,对于实验实

现纠缠控制和纠缠态制备是有价值的.

- [1] Einstein A, Podolsky B, Rosen N 1935 *Phys. Rev.* **47** 777
- [2] Schrödinger E 1935 *Naturwissenschaften* **23** 807
- [3] Bell J S 1964 *Physics* **1** 195
- [4] Bouwmeester D, Pan J W, Mattle K, Eibl M, Weinfurter H, Zeilinger A 1997 *Nature* **390** 575
- [5] Shor P W 1995 *Phys. Rev. A* **52** 2493
- [6] Deusch D, Ekert A, Jozsa R, Macchiavello C, Popescu S, Sanpera A 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2022
- [7] Gover L K 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 325
- [8] Liu T K, Wang J S, Liu X J, Zhan M S 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 708 (in Chinese) [刘堂昆、王继锁、柳晓军、詹明生 2000 物理学报 **49** 708]
- [9] Wang C Z, Fang M F 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1989 (in Chinese) [王成志、方卯发 2002 物理学报 **51** 1989]
- [10] Liu X J, Fang M F 2003 *Chin. Phys.* **12** 971
- [11] Tan X, Zhang C Q, Xia Y J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2263 (in Chinese) [谭霞、张成强、夏云杰 2006 物理学报 **55** 2263]
- [12] Zhou P, Peng J S 1992 *J. Mod. Opt.* **39** 49
- [13] Fang M F 1995 *Acta Opt. Sin.* **15** 296 (in Chinese) [方卯发 1995 光学学报 **15** 296]
- [14] Li C X, Fang M F 2003 *Chin. Phys.* **12** 294
- [15] Gao Y F, Feng J, Zhang G M 2006 *J. At. Mol. Phys.* **20** 887 (in Chinese) [高云峰、冯健、张桂明 2006 原子与分子物理学报 **20** 887]
- [16] Gu Z Y, Ji P Y 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1022 (in Chinese) [顾震宇、季沛勇 2002 物理学报 **51** 1022]
- [17] Tang Z L, Liang R S, Chang H S 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1076 (in Chinese) [唐志列、梁瑞生、常鸿森 2000 物理学报 **49** 1076]
- [18] Liu T K 1994 *J. Central China Normal Univ. (Nat. Sci.)* **28** 185 (in Chinese) [刘堂昆 1994 华中师范大学学报(自然科学版) **28** 185]
- [19] Zhang D Y 2002 *Acta Photon. Sin.* **31** 537 (in Chinese) [张登玉 2002 光子学报 **31** 537]
- [20] Zhang C Q, Tan X, Xia Y J 2006 *Chin. J. Quantum Electron.* **23** 825 (in Chinese) [张成强、谭霞、夏云杰 2006 量子电子学报 **23** 825]
- [21] Zhou Q P 1998 *Acta Opt. Sin.* **18** 712 (in Chinese) [周清平 1998 光学学报 **18** 712]
- [22] Napoli A, Messin A 1996 *J. Mod. Opt.* **43** 649
- [23] Phoenix S J D, Knight P L 1998 *Ann. Phys.* **186** 381
- [24] Schmidt E 1907 *Math. Ann.* **63** 433
- [25] Vedral V, Plenio M B 1998 *Phys. Rev. A* **57** 1619
- [26] Rains E 1999 *Phys. Rev. A* **60** 179

# Entanglement and preparation for an atom interacting with two-mode coherent strong field via intensity-dependent coupling multiphoton processes \*

Liu Xiao-Juan<sup>†</sup> Liu Yi-Man Zhou Bing-Ju

(*Department of Physics, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China*)

(received 31 March 2010; revised manuscript received 2 July 2010)

## Abstract

In this paper, effective Hamiltonian of the two-mode multiphoton Jaynes-Cummings model is given via the intensity-dependent coupling in the rotating wave approximation. Under strong field, the atom-field entanglement and the entanglement between two modes of coherent field, according to the above model, are investigated by using the quantum reduced entropy and the quantum relative entropy, respectively. It is showed that properties of these two types of entanglements are considerably relevant to the absorption or emission photon number  $k$ , per atomic transition. Different properties of entanglements in the processes of two-photon ( $k=1$ ) and mutiphoton ( $k>2$ ) are revealed respectively. The preparation of entangled states is discussed. The Einstein-Podolsky-Rosen states of atom-field irrelevant to time, as well as entangled states between two models of the coherent field are prepared, respectively.

**Keywords:** intensity-dependent coupling, quantum entanglement, quantum reduced entropy, quantum relative entropy

**PACC:** 4250

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10374025) and the Natural Science Foundation of Hunan Province, China (Grant No. 09JJ3012).

<sup>†</sup> E-mail: lxjdx@163.net