

Bragg 光纤光栅傅里叶模式耦合理论

曾祥楷^{1)†} 饶云江²⁾³⁾

1)(重庆理工大学电子信息与自动化学院,汽车零部件制造及检测技术教育部重点实验室,重庆 400050)

2)(重庆大学光电技术与系统教育部重点实验室,重庆 400044)

3)(电子科技大学光纤传感与通信教育部重点实验室,成都 610054)

(2009 年 11 月 2 日收到;2010 年 5 月 17 日收到修改稿)

建立了 Bragg 光纤光栅傅里叶模式耦合理论. 在分析光纤光栅的耦合模时,发现了耦合模式的振幅系数间存在傅里叶变换关系. 推导了将傅里叶变换和模式耦合融合在一起的 Bragg 光纤光栅反射谱和透射谱的通用表达式. 该理论是用傅里叶变换得到 Bragg 光纤光栅折射率微扰的空域谱,再对该空域谱进行模式耦合分析计算,从而得到 Bragg 光纤光栅的光谱特性. 根据该理论,仿真分析了 Bragg 光纤光栅的谱特性,与耦合模理论、直接傅里叶变换法进行了对比分析. 结果表明,傅里叶模式耦合理论与传统的耦合模理论及实际 Bragg 光纤光栅的光谱特性一致,具有简单、清晰、直接、精确和分析效率高的特点,可分析任意轴向折射率微扰分布的 Bragg 光纤光栅结构.

关键词: 光纤器件, Bragg 光纤光栅, 傅里叶模式耦合, 光谱特性

PACC: 4280F, 4281, 4230K

1. 引 言

自从 Bragg 光纤光栅 (FBG) 发明后,尤其是 1989 年 Meltz 等人发明了横向全息光栅写入法以来,光纤光栅被广泛应用于光纤通信和光纤传感领域. 光纤光栅的光谱分析在光纤光栅及其模板结构设计、特性分析和实际应用中都有非常重要的作用. 目前光纤光栅光谱特性的分析方法有耦合模理论^[1]、传输矩阵理论^[2]、Wenzel-Kramers-Brillouin (WKB) 理论^[3]、散射理论^[4]、Bloch 波理论^[5]及直接傅里叶变换^[6,7]等,其中 WKB 理论、散射理论和 Bloch 波理论较为复杂,而用得较多且实用性强的是耦合模理论和传输矩阵理论.

耦合模理论是分析规则光纤光栅的普遍方法,应用该理论可得到均匀光纤光栅的解析解并能精确计算其反射谱. Lam 等^[1]于 1981 年首先用耦合模理论分析了 FBG. Erdogan 等^[8-11]对 FBG 耦合模理论进行了大量研究,1996 年分析了倾斜相位光栅的耦合模式,以后又利用弱导理论和耦合模理论分析了光纤光栅的谐振谱特性,包括均匀光栅、高斯变迹光栅、升余弦变迹光栅、相移光栅、超结构光栅及螺旋形光纤光栅的谱特性. 王燕花等^[12]用相位修正

耦合模理论计算了 FBG 的特性,文献[13,14]用耦合模理论分别分析了磁光光纤 FBG 和双周期光纤光栅的特性. 但分析非均匀周期光栅(如啁啾光栅、变迹光栅等)时没有解析解,需用数值计算法求解,此时可采用传输矩阵或 Rouard 分层理论来分析. 采用传输矩阵或 Rouard 分层理论的分析过程是将光纤光栅分成若干小段或层,用均匀结构的耦合模理论计算每小段的传输矩阵或求取各层的菲涅耳系数矩阵,再将各矩阵相乘得光纤光栅的传输光谱特性^[4,15-18]. 为达到足够精度,光栅的分段或分层数需足够大,矩阵相乘的计算量就很大,计算误差也大^[19].

在分析非均匀任意折射率分布的光纤光栅时,耦合模理论或传输矩阵法都比较繁琐,且没有解析解. 目前可借用的方法主要是直接傅里叶变换法,该方法在光纤光栅发明之前已用于周期性结构波导的分析^[6,7]. 直接傅里叶变换法的分析过程是对折射率微扰分布在光纤轴 z 向按 $z/(2n)$ 缩放后(n 为导模有效折射率),再进行相应的变换而直接得到 FBG 的反射谱. 该方法简单快捷,在 FBG 模板设计、采样光栅特性分析等方面已有应用. 但该傅里叶变换本身并不代表真正的 FBG 反射谱,只是在不考虑非线性和模式耦合性时的一阶近似,与光纤光

† E-mail: zxkai@cqu.edu.cn

栅的反射谱相似而已,并不能精确计算 FBG 的反射谱,尤其对高反射 FBG 的计算偏差很大,仅适于低反射 FBG 的分析.另外,郑吉林等^[20]研究了用傅里叶反变换重构超结构光纤光栅的方法来消除其啁啾性. Mazzetto 等^[21]在设折射率微扰为振幅由包络曲线所调制的标准余弦函数分布时,用分数傅里叶变换对包络函数进行变换后而得到 FBG 的反射系数.其本质与直接傅里叶变换法一致,在反射中心波长附近的细节更清楚或准确,但对任意折射率分布的 FBG 及啁啾或相移 FBG 的分析仍比较繁琐和困难.

本文提出了 FBG 的傅里叶模式耦合(FMC)理论,用于 FBG 光谱特性的分析.它是先对 FBG 折射率微扰进行傅里叶变换得到其空域谱,再基于耦合模理论对空域谱进行模式耦合分析,从而得到 FBG 光谱特性的通用表达式.该方法将傅里叶变换与模式耦合融合在一起,可分析不规则任意轴向折射率微扰分布的光纤光栅结构,具有简单、清晰、精确和分析效率高的特点.下面论述该 FBG 的 FMC 理论及其仿真对比分析结果.

2. FBG 的 FMC 理论

2.1. FBG 的模式耦合

光纤光栅是用激光照射或刻蚀、腐蚀等方法在光纤中形成的一种轴向周期性折射率微扰分布.光纤中的周期性折射率分布扰动了本征模式,为光纤模式间的耦合提供了结构条件.根据周期性波导的导模耦合理论^[22,23],光纤光栅中的光传输符合耦合模理论.无源光纤光栅中电磁场的 Maxwell 方程和物质方程为

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} &= -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \\ \mathbf{D} &= (\varepsilon + \Delta\varepsilon)\mathbf{E}, \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t},\end{aligned}\quad (1)$$

式中 \mathbf{E} 为电场矢量, \mathbf{H} 为磁场矢量, \mathbf{D} 为电位移矢量, μ 为磁导率, ε 是光纤介电常数, $\Delta\varepsilon$ 是折射率微扰部分的介电常数, t 为时间. $\Delta\varepsilon\mathbf{E}$ 是光纤光栅折射率微扰对 \mathbf{D} 的贡献,光纤光栅微扰部分的介电常数相对较小,可看作是理想波导的微扰.在无源光纤情况下,由(1)式可得光纤光栅的场方程为

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}, \quad (2)$$

式中 $\mathbf{P} = \Delta\varepsilon\mathbf{E}$,与光纤电介质微扰 $\Delta\varepsilon$ 有关.

光纤光栅折射率微扰一般是标量,光纤光栅只会引起同类模式间的耦合,当 $\Delta\varepsilon$ 为张量时才会引起两类不同模式间的耦合.倾斜光纤光栅的模式耦合较为复杂,这里用标量方法分析除倾斜光纤光栅外的 FBG 模场.

设介电常数为 ε 的光纤纤芯中的简正本征模电场为 $E_m(r, \phi) \exp[j(\omega t - \beta_m z)]$,其中 r, ϕ, z 是柱坐标, $E_m(r, \phi)$ 为 m 阶模电场的横向分量, ω 为频率, β_m 为光纤纤芯 m 阶模的传输常数,光纤导模的 m 是离散的.这些本征模构成一个正交完备集,每个模式均满足光波导的波动方程.无微扰介质中的电场是光纤中本征模的叠加,可用本征模的组合来表示.当存在电介质微扰时,本征模 $E_m(r, \phi) \exp[j(\omega t - \beta_m z)]$ 在有微扰的介质中传播时将产生附加的微扰极化量 P .该附加微扰极化量作为一种分布源,可把本征模的能量馈入另一光纤模式,如 s 阶模式 $E_s(r, \phi) \exp[j(\omega t - \beta_s z)]$.这样,电介质微扰 $\Delta\varepsilon$ 使 m 阶模式和 s 阶模式发生了能量耦合.

光纤光栅存在电介质微扰,其中的光波不再是本征模.此时,光纤光栅中的电场 E 可表示成无微扰电介质中简正本征模的线性组合

$$\begin{aligned}E &= \sum_m B_m(z) E_m(r, \phi) \\ &\quad \times \exp[j(\omega t - \beta_m z)],\end{aligned}\quad (3)$$

式中 $B_m(z)$ 是 m 阶本征模电场的系数,随 z 缓慢变化.将(3)式代入(2)式,并利用本征模的波动方程化简后得

$$\begin{aligned}\sum_m -j\beta_m \frac{dB_m(z)}{dz} E_m(r, \phi) \exp[j(\omega t - \beta_m z)] + C \\ = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial^2 P(r, \phi, z, t)}{\partial t^2},\end{aligned}\quad (4)$$

式中 C 是等号左边第一项的共轭项.(4)式中对 m 的求和包括两项,即同一 m 值的沿 $+z$ 和 $-z$ 方向传播的光波,两方向光的传输常数符号相反.当传输常数符号考虑在 z 轴方向时,模式耦合中的共轭项可不写入.这里是论述 FBG 的光谱,而 FBG 的光栅区发生前向和后向传输光波之间的能量耦合,故只考虑沿反方向($-z$ 方向)传输光的耦合,用上标“ $-$ ”表示.

对(4)式等号两边同乘以 $E_s^*(r, \phi)$,在光纤全空间横截面内积分,并利用本征模的正交性关系

可得

$$\begin{aligned} & \frac{dB_s^-}{dz} \exp[j(\omega t + \beta_s z)] \\ &= -\frac{j}{4\omega} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \iint_{A_\infty} P(r, \phi, z, t) E_s^*(r, \phi) dA, \quad (5) \end{aligned}$$

式中 A 为横截面积, A_∞ 表示整个横截面; B_s^- 为反向耦合光的电场系数, 可表征反向耦合光的大小.

在光纤光栅中, 总介电常数是在光纤的介电常数上叠加了一个微扰量. 而光纤介质介电常数 ε 与折射率 n 的关系为 $\varepsilon = \varepsilon_0 n^2$, 则折射率微扰产生的附加微扰极化量 P 为

$$\begin{aligned} P(r, \phi, z, t) &= 2n\varepsilon_0 \Delta n(r, \phi, z) \\ &\quad \times E(r, \phi, z, t), \quad (6) \end{aligned}$$

式中 Δn 为光纤介质折射率微扰变化量, ε_0 为真空介电常数. 将(3)式代入(6)式得

$$\begin{aligned} P(r, \phi, z, t) &= 2n\varepsilon_0 \Delta n(r, \phi, z) \sum_m B_m(z) \\ &\quad \times E_m(r, \phi) \exp[j(\omega t - \beta_m z)]. \quad (7) \end{aligned}$$

将(7)式代入(5)式得

$$\begin{aligned} & \frac{dB_s^-}{dz} \exp[j(\omega t + \beta_s z)] \\ &= -\frac{jn\varepsilon_0}{2\omega} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \sum_m B_m(z) \iint_{A_\infty} \Delta n(r, \phi, z) E_m(r, \phi) \right. \\ &\quad \left. \times E_s^*(r, \phi) \exp[j(\omega t - \beta_m z)] dA \right\}. \quad (8) \end{aligned}$$

(8)式等号右边为引起纤芯导模耦合到反向波的源, $E_m(r, \phi)$ 为激励模式的源场, $E_s(r, \phi)$ 为被激励模式的场. 为使波源和被激励模式的相互作用在传输距离内不被平均或抵消, 要求波源和被激励模式间的频率相同, 且须有近乎相同的相位. 换言之, 为使 m 阶模式耦合到反向 s 阶模式, (8)式右边的乘积项 $\Delta n(r, \phi, z) \exp(-j\beta_m z)$ 须包含正比于 $\exp(-j\beta_s z)$ 的项. 因此, 光纤中模式的耦合依赖于光纤折射率微扰 $\Delta n(r, \phi, z)$.

2.2. FBG 的 FMC

设光纤光栅中仅有纤芯折射率发生变化, 且沿其横截面分布的折射率变化是均匀的或是光纤轴向 z 变量可分离的, 则 $\Delta n(r, \phi, z)$ 可认为只是光纤轴 z 的函数, 简称为 $\Delta n(z)$. 根据(8)式可得 FBG 正向和反向耦合模振幅系数的关系为

$$\frac{dB_s^-}{dz} \exp[j(\omega t + \beta_s z)]$$

$$\begin{aligned} &= \frac{jn\omega\varepsilon_0}{2} \sum_m \left\{ B_m(z) \Delta n(z) \exp[j(\omega t - \beta_m z)] \right. \\ &\quad \left. \times \iint_{A_\infty} E_m(r, \phi) E_s^*(r, \phi) dA \right\}. \quad (9) \end{aligned}$$

令 $k = \frac{\varepsilon_0 \omega n}{2} \iint_{A_\infty} E_m(r, \phi) E_s^*(r, \phi) dA$ 是正向模式与反向模式的耦合系数, k 与两耦合模式的场量横向分布有关. 不同模式的模场分布不相同, 其耦合系数也不相同. 对弱导单模光纤 FBG, 纤芯基模的耦合系数在小波长范围内可视为常数. 由(9)式可得

$$\frac{dB_s^-}{dz} = j \sum_m k B_m(z) \Delta n(z) \exp[-j(\beta_m + \beta_s)z]. \quad (10)$$

在弱导单模光纤上制作的 FBG 光栅中, 光纤的纤芯只传输基模 (HE_{11} 或 LP_{01}). 因此, (10)式等号右边的累加项只取一个耦合源模式, 且仅存在纤芯中正向和反向导模间的耦合.

由于单模光纤中 FBG 的耦合长度仅为数毫米至数厘米, 同时传导模与辐射模之间的耦合不显著, 故可忽略材料吸收损耗和导模辐射损耗. 根据能量守恒定律, 模式耦合时 $B_m(z)$ 在 z 处耦合出的能量应与反向光波 $B_s^-(z)$ 耦合入的能量相等. 光波能量是电场振幅的平方, 与电场振幅系数的平方成正比. 设沿 z 正向的增加为正, 衰减为负, 则耦合源 $B_m(z)$ 和反向光波 $B_s^-(z)$ 沿 z 向的能量变化是同符号的, 即有 $d[B_m(z)]^2 = d[B_s^-(z)]^2$, 匹配的相位包含在耦合模振幅系数的关系方程中. 在无过耦合时, 根据弱导单模光纤光栅的耦合方程也可证明该式是成立的. 另外, FBG 的边界条件是在 FBG 末端 $z = L$ 处的反向光能量为零, 如图 1 所示. 因而在无过耦合时正向和反向耦合模式的电场系数关系为

$$B_m(z) = \sqrt{[B_s^-(z)]^2 + [B_m(L)]^2}. \quad (11)$$

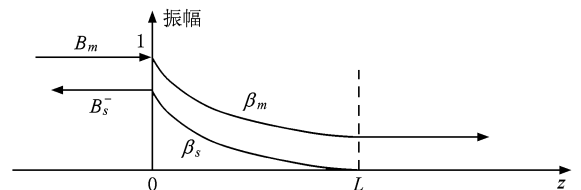


图1 FBG 正向和反向耦合模式的振幅系数

根据模式传播常数与有效折射率的关系可知, $\beta_m = 2\pi n_m / \lambda$, $\beta_s = 2\pi n_s / \lambda$, 其中 n_m 和 n_s 分别为纤芯中正向和反向导模的有效折射率, λ 为波长. 单模光

纤 FBG 是将光纤纤芯的正向基模耦合为纤芯的反向基模,正向和反向基模的传输常数大小相等方向相反.考虑传播模式的方向性后,正向和反向基模的有效折射率相等,即 $n_m = n_s$.对(10)式两边在 FBG 轴线长度范围内取积分,则由(10)和(11)两式可得

$$\int_{B_s^-(0)}^0 \frac{dB_s^-(z)}{\sqrt{[B_s^-(z)]^2 + [B_m(L)]^2}} = jk \int_0^L \Delta n(z) \exp(-j2\pi\nu z) dz, \quad (12)$$

式中 ν 是与光频率成正比的频率, $\nu = 2n_s/\lambda$.(12)式等号右边是光纤光栅折射率微扰分布 $\Delta n(z)$ 的傅里叶变换,其变换结果是以 ν 为变量的谱函数,也是光波长 λ 的函数.令(12)式等号右边的傅里叶变换为

$$\int_0^L \Delta n(z) \exp(-j2\pi\nu z) dz = \gamma(\nu) + j\eta(\nu). \quad (13)$$

将(13)式代入(12)式并解得

$$\operatorname{arsinh}\left[\frac{B_s^-(0)}{B_m(L)}\right] = k[\eta(\nu) - j\gamma(\nu)]. \quad (14)$$

根据能量守恒定律和光纤光栅的边界条件,FBG 未耦合的能量应等于耦合前的总能量与反向耦合的能量之差,故有关系式

$$|B_m(L)|^2 = |B_m(0)|^2 - |B_s^-(0)|^2. \quad (15)$$

由(14)和(15)式得振幅系数关系为

$$\frac{|B_s^-(0)|^2}{|B_m(0)|^2 - |B_s^-(0)|^2} = \frac{1}{4} \{ [\exp(k\eta) - \exp(-k\gamma)]^2 \cos^2(k\gamma) + [\exp(k\eta) + \exp(-k\gamma)]^2 \times \sin^2(k\gamma) \}, \quad (16)$$

从(16)式可得 FBG 的反射率 R 和透射率 T 分别为

$$R = \frac{\cos^2(k\gamma) \sinh^2(k\eta) + \sin^2(k\gamma) \cosh^2(k\eta)}{1 + \cos^2(k\gamma) \sinh^2(k\eta) + \sin^2(k\gamma) \cosh^2(k\eta)}, \quad (17)$$

$$T = \frac{1}{1 + \cos^2(k\gamma) \sinh^2(k\eta) + \sin^2(k\gamma) \cosh^2(k\eta)}. \quad (18)$$

(16)–(18)式中省略了 γ 和 η 的变量 ν .(17)和(18)两式是由任意折射率微扰分布的傅里叶变换结果得到的无过耦合时 FBG 反射光谱和透射光谱

的通用表达式.该两式可分析 FBG 的反射或透射谱特性,均是可为解析解也可为数值解的通用表达式,具体的表达式与折射率微扰的表示有关.当光栅折射率微扰及其傅里叶积分可用解析式表达时(如均匀正弦光栅或余弦光栅,高斯光栅或变迹高斯光栅、相移光栅、采样光栅等),该 FMC 解是解析解.当折射率微扰或其傅里叶积分只能用数值式表达时(如幅值或周期有一定随机性变化的非正规光栅等),该 FMC 解是数值解.无论是解析解还是数值解,FMC 的解都有相同的形式,融合了傅里叶变换和模式耦合分析计算.

3. 仿真与对比分析

3.1. 均匀正弦结构 FBG

利用(17)和(18)两式计算均匀正弦结构 FBG 的反射光谱和透射光谱,仿真数据如下:光纤光栅周期 $\Lambda = 0.28 \mu\text{m}$,光栅长度 $L = 4.2 \text{ mm}$;折射率微扰分布是均值为零的正弦型分布,微扰幅值 $\delta n = 1.2 \times 10^{-4}$;光纤纤芯折射率为 1.478,包层折射率为 1.4771,纤芯半径为 $4.5 \mu\text{m}$;单模光纤的截止波长为 607 nm ,计算光波长范围为 $600\text{--}1000 \text{ nm}$,显示细节时的范围为 $827\text{--}828 \text{ nm}$;光纤纤芯导模(HE_{11} 或 LP_{01})的有效折射率 $n_m = 1.4774$, 827 nm 波长附近的功率归一化耦合系数 $k = 4743\pi \text{ N/s}$,波长计算分辨率为 2 pm .根据本文 FBG 的 FMC 理论,计算出的均匀正弦结构 FBG 反射光谱和透射光谱分别如图 2(a)和(b)所示.该 FBG 的反射谱表现为一个窄反射带,其透射谱表现为一个窄阻带;反射中心波长为 827.344 nm ,与耦合模理论的相位匹配条件得到的中心波长值一致.

同时,还用直接傅里叶变换法计算了上述相同参数 FBG 的反射谱,结果如图 2(c)所示;用传统的耦合模理论也分析计算了上述相同参数 FBG 的反射谱,结果如图 2(d)所示.耦合模理论中的耦合系数约为 0.45585 mm^{-1} ,与本文 FMC 中耦合系数的定义不同.在其他参数相同的条件下,用上述三种方法分别计算了 FBG 在长度 $L = 4.2, 2.45$ 和 1.4 mm 时的反射光谱(图 3),分别计算了 FBG 在微扰幅值 $\delta n = 1.2 \times 10^{-4}, 0.8 \times 10^{-4}$ 和 0.5×10^{-4} 时的反射光谱(图 4).在图 3 和图 4 中,相同线型代表相同的计算条件.实际上,折射率微扰的直接傅里叶

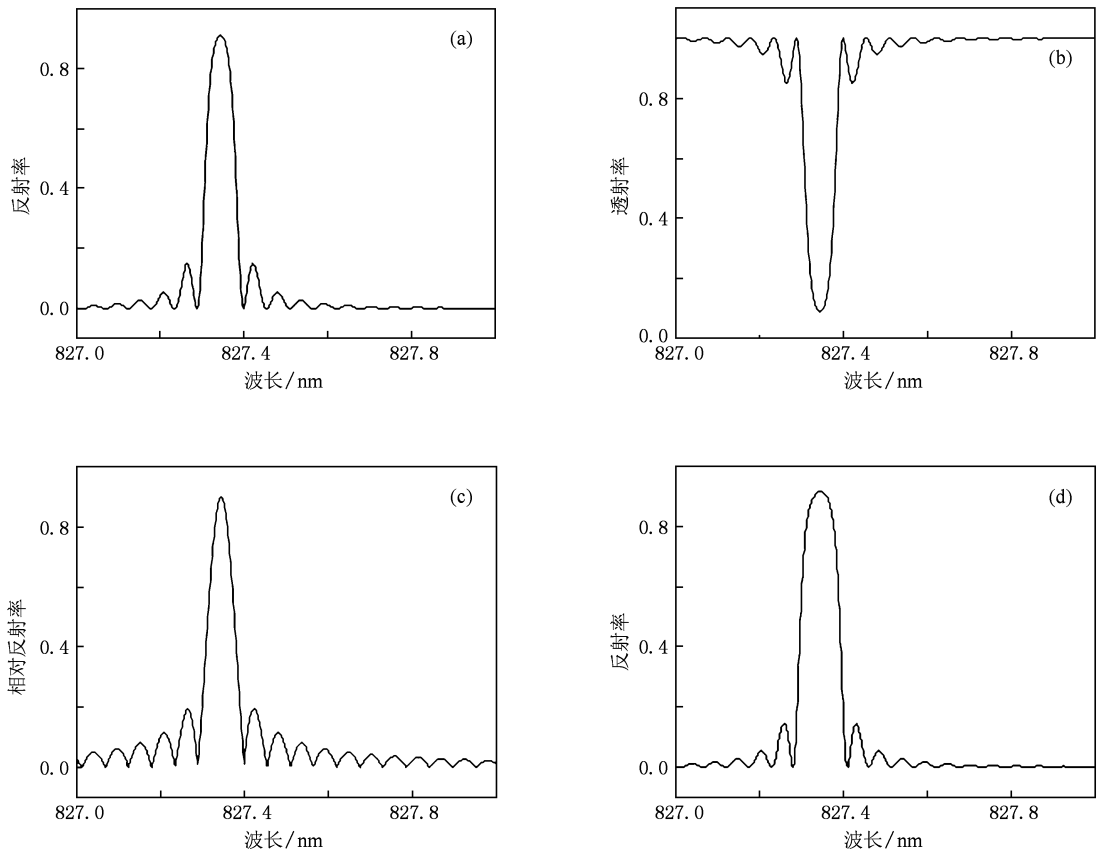


图2 均匀 FBG 的计算光谱 (a)FMC 计算的反射谱,(b)FMC 计算的透射谱,(c)直接傅里叶变换法计算的相对反射谱,(d)传统耦合模理论计算的反射谱

变换并不代表真正的光纤光栅反射系数,只是它的变化关系与光纤光栅的反射谱相似.所以,直接傅里叶变换法中反射谱的纵坐标只是表示反射光强随波长变化的相对大小,不是归一化的反射率.

通过比较图 2—图 4 中各计算反射谱可知:本文的 FMC 理论与传统的耦合模理论的分析结果基本一致,耦合中心波长及主边模幅值比一致,边模数量都较少(约为 2—4 个),且边模幅值都较小(约为主模的 1/10);反射强度随 FBG 长度及微扰幅值的增加而增大;主模在零幅值附近的宽度随长度的减小而变宽,而与微扰幅值变化的关系不大.这些特性与实际 FBG 的性质是一致的.而直接傅里叶变换法中有数量较多(多于 10 个)且幅值较大(约为主模的 1/5)的边模,与耦合模理论的结果有较大的差异,尤其在高反射率时的计算差异更大.

在上述仿真计算中,所用仿真环境是方正 S360R 型通用微机.在分析均匀正弦或余弦结构 FBG 的反射谱并满足上述计算范围和分辨率要求时,耦合模理论的平均分析时间约为 0.39 s,直接傅

里叶变换法的平均分析时间约为 6.03 s,FMC 的平均分析时间约为 8.27 s,FMC 分析 FBG 的反射谱及透射谱时需时约为 10 s.这说明在分析均匀正弦或余弦结构 FBG 时,耦合模理论的分析效率较高,直接傅里叶变换法的效率次之,FMC 的计算效率稍低于直接傅里叶变换法.

图 5 是中心波长在 827.3 nm 附近的同一个均匀 FBG 的实测反射谱,其折射率微扰为正弦分布,其中图 5(a)是温度为 25 °C 时的反射谱,图 5(b)是温度为 37 °C 时的反射谱.从这两个实际反射谱可知,FBG 的边模数量较少,只有 1—2 个,且边模的幅值小(约为主模的 1/16).将实测反射谱与图 2—图 4 的反射谱计算曲线比较后可知:耦合模理论分析法与实际 FBG 的光谱特性基本一致;直接傅里叶变换法计算的反射谱有数量较多且幅值较大的边模,与实际 FBG 的反射谱有较大的差异;而本文 FMC 计算得到的 FBG 光谱与实际 FBG 的光谱特性一致,所计算的边模也符合实际 FBG 的反射谱.这些说明在分析均匀 FBG 时,耦合模理论的效率和精度

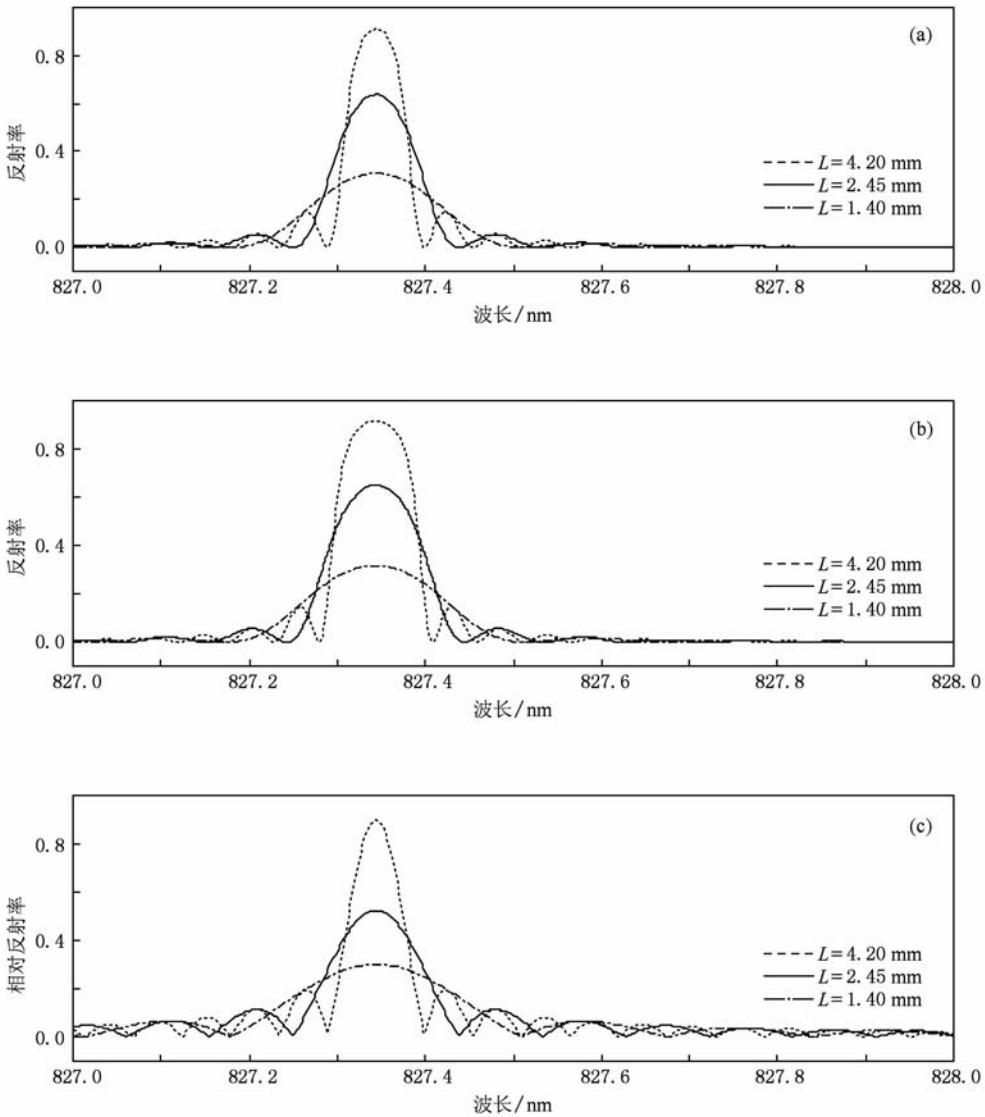


图3 不同长度均匀 FBG 的反射谱 (a)FMC 计算的反射谱,(b)耦合模理论计算的反射谱,(c)直接傅里叶变换法计算的相对反射谱

都较高,直接傅里叶变换法的效率次之但精度低, FMC 的效率稍低于直接傅里叶变换法但精度高.

3.2. 线性啁啾 Bragg 光纤光栅 (CFBG)

下面分析线性 CFBG 的反射谱. 线性 CFBG 的仿真参数如下: 所用单模光纤参数与上述相同, 计算波长范围为 1250—1650 nm, 显示范围为 1554—1558 nm, 1556 nm 附近的波长分辨率为 2.5 pm; 光栅长度为 108.0032 mm (整周期点), 初始周期为 0.5265 μm , 长度范围内的总啁啾量为 0.52 nm, 折射率微扰幅值为 3×10^{-5} , 不变迹, FMC 中 1556 nm 波长附近的功率归一化耦合系数为 2520.86 $\pi\text{N/s}$; 仿真环境与上述计算环境相同. 利用本文 FMC 中

(17)或(18)式计算的该 CFBG 反射谱如图 6(a)所示, 其平均计算时间约为 9.27 s. 从该反射谱可知, 线性 CFBG 的反射带有较宽的带宽(约 0.7 nm), 中心波长在 1556 nm 附近, 反射带的反射率约为 40%—50%, 在顶部有较大的波动起伏. 由于线性 CFBG 是非均匀光纤光栅, 耦合模理论对线性 CFBG 没有解析解, 只有数值解. 采用的数值解法是把该 CFBG 分成 200 段, 每段视为均匀光栅, 根据耦合模理论计算每小段光栅的传输矩阵并将各矩阵相乘, 再计算出线性 CFBG 的反射谱(图 6(b)), 其平均计算时间约为 1206.81 s (可通过缩小范围以减少计算时间). 用直接傅里叶变换法计算该相同参数 CFBG 的反射谱(图 6(c)), 其平均计算时间约为

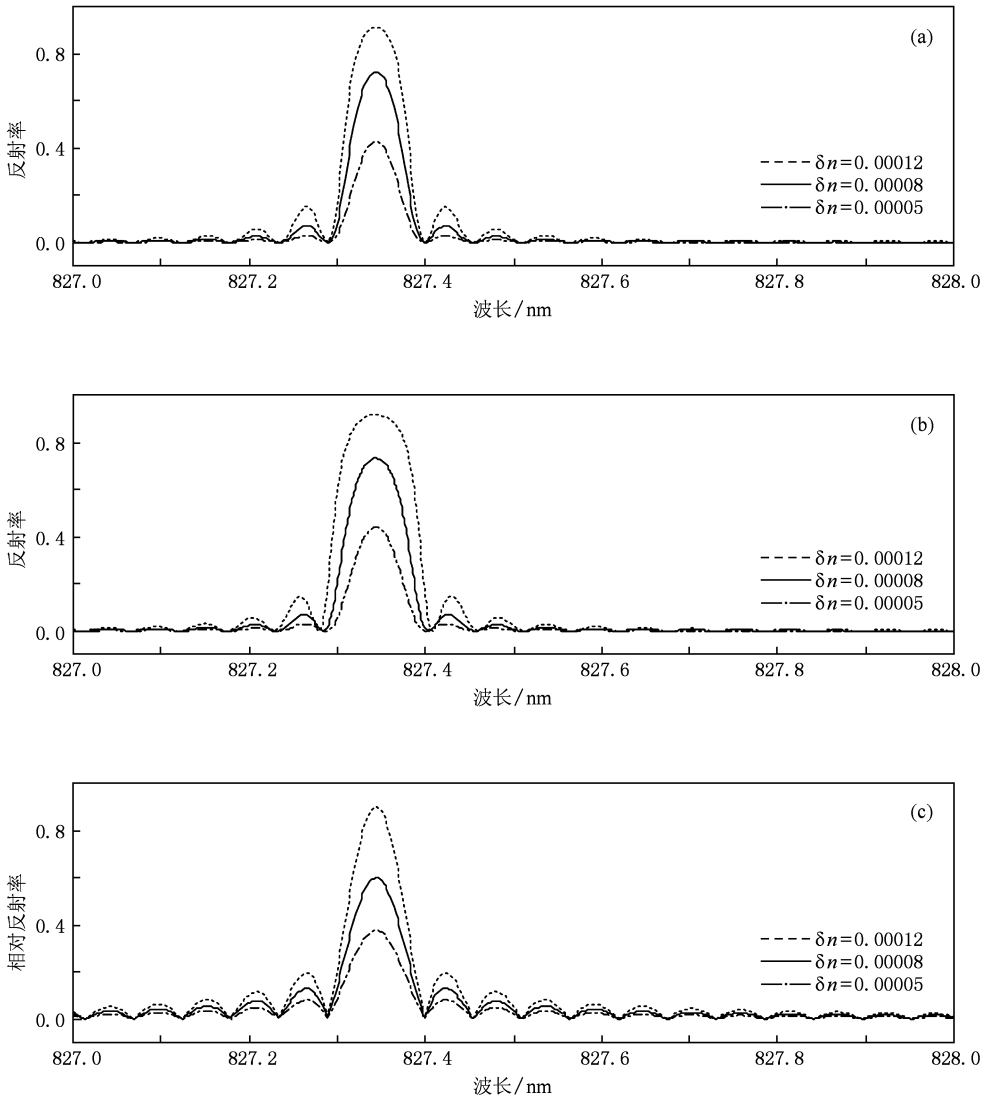


图4 不同微扰幅值均匀 FBG 的反射谱 (a)FMC 计算的反射谱,(b)耦合模理论计算的反射谱,(c)直接傅里叶变换法计算的相对反射谱

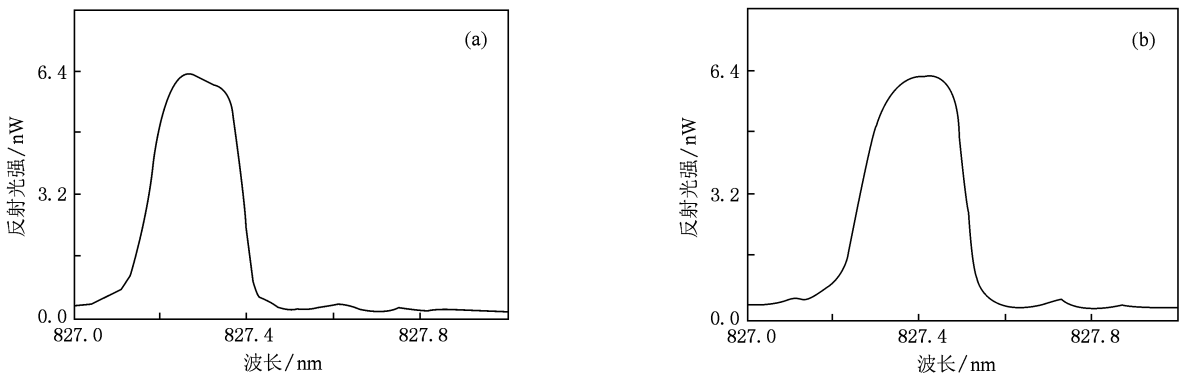


图5 均匀 FBG 的实测反射光谱 (a)温度为 25 °C 时的实际反射谱,(b)温度为 37 °C 时的实际反射谱

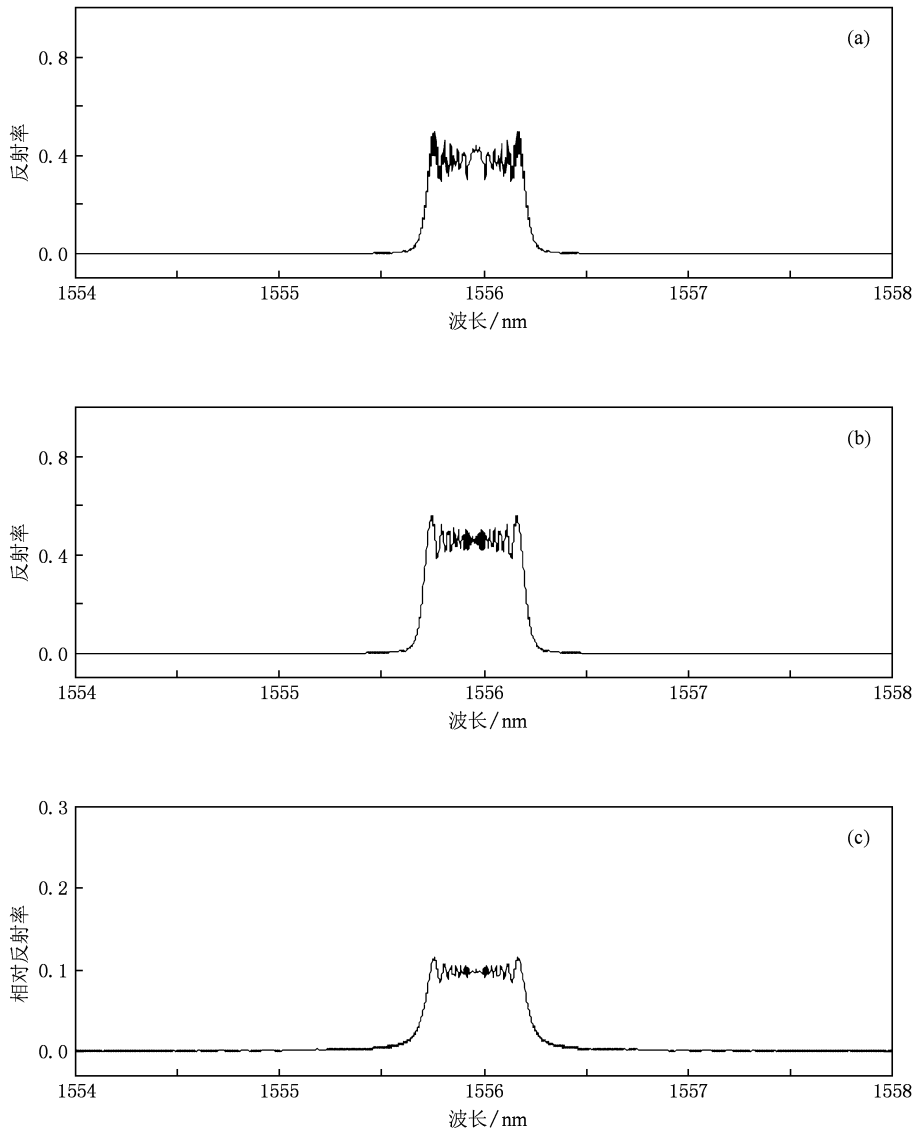


图 6 不同方法计算的线性 CFBG 反射谱 (a)FMC 计算的反射谱,(b)耦合模理论计算的反射谱,(c)直接傅里叶变换法计算的相对反射谱

6.59 s. 采用 FMC 和直接傅里叶变换法对非均匀 FBG 进行计算所需时间与对均匀 FBG 计算所需时间相近. 从计算得到的线性 CFBG 反射谱可知,用这三种方法计算出的线性 CFBG 反射谱在带基本形状、带宽及中心波长等方面都是一致的,边模量都极小,FMC 和耦合模理论得到的反射幅值(约为 40%—50%)基本一致. 三者不同之处是直接傅里叶变换法得到的反射幅值较小,耦合模理论和直接傅里叶变换法得到的反射谱在中心波长附近的波动较小,而 FMC 得到的反射谱波动较大且有宽而大的凸起波纹.

图 7 是在中心波长 1556 nm 附近的实际非变迹线性 CFBG 的反射谱^[24]. 该 CFBG 的折射率微扰为

周期有线性啁啾的准正弦分布,未变迹,光栅长度为 108 mm,光栅长度上的相位总啁啾量为 0.52 nm. 从该实际反射谱可知:线性 CFBG 有一带宽较大(约为 0.71 nm)的反射带,边模量较小;在反射带的顶部有幅度较大(约为反射峰值的 1/4—1/3)的波动,反射带中心处有一大而宽的凸起波纹. 比较图 6 和图 7 的线性 CFBG 反射谱可知:上述三种方法计算得到的线性 CFBG 反射谱在谱带基本形状、带宽、中心波长等方面与实际线性 CFBG 的反射谱是一致的,FMC 和耦合模理论得到的幅值与实际反射幅值也基本一致;在反射带顶部的波动幅度、中心波长附近的凸起波纹等方面,实际线性 CFBG 的反射带与 FMC 计算得到的反射带是一致的,而与耦

合模理论得到的反射带有差异,与直接傅里叶变换法得到的反射带差异更大一些.上述仿真和对比表明,分析非均匀结构 FBG 时,耦合模理论的精度较高但效率很低,直接傅里叶变换法的效率较高但精度较低,而 FMC 同时具有分析效率高和精度高的优点.

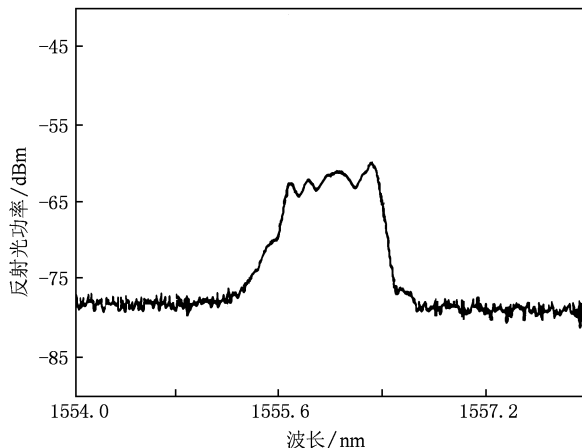


图7 实际线性CFBG的反射谱

从上述均匀和非均匀结构 FBG 的仿真计算及对比分析可知,在计算效率方面,耦合模理论在计算均匀结构 FBG 时的效率最高,但计算非均匀结构 FBG 的效率很低;FMC 和直接傅里叶变换法计算各种不同结构 FBG 时的效率都较高且相近,随不同结构的变化不大.在计算精度上,直接傅里叶变换法的精确性较差,FMC 和耦合模理论的精确性都较高,而 FMC 的精度更高一些.其原因是耦合模理论数值法或传输矩阵法在分段数较大时存在较大的累积计算误差,同时耦合模理论主要是基于折射率微扰的直流和基频谐波而计算其模式耦合量,忽略了非谐波及高阶量.实际的 FBG 总是有限长的和非理想(非均匀)的,存在非谐波及高阶量,这就带来了计算误差.直接傅里叶变换法虽然保留了各分量,但忽略了光纤中模式间的耦合性及其非线性

性,因此计算误差也大.而 FMC 将傅里叶变换和模式耦合融合在一起后,既保留了各谐波及其非谐波量,又考虑了光纤中模式的耦合特性及非线性,因此对各种轴向折射率微扰结构 FBG 的计算精度都较高.总之,FMC 适合于各种轴向折射率微扰结构 FBG 的精确分析,尤其适合非均匀轴向折射率微扰 FBG 的高效精确分析.

4. 结 论

本文将傅里叶变换与模式耦合融合在一起,形成了 FBG 的 FMC 理论,用于 FBG 光谱特性的高效精确分析.该分析方法是对 FBG 的折射率微扰进行傅里叶变换,再进行模式耦合分析,从而得到 FBG 光谱特性.上述仿真和对比分析说明,本 FMC 与实际 FBG 的光谱特性及传统耦合模理论相一致,与传统耦合模理论一样可用于 FBG 的特性分析,具有较好的分析能力和性能.而 FMC 具有更大的优越性,即对不规则任意轴向折射率微扰分布的 FBG 都有相同形式的通用表达式,可精确高效地分析折射率微扰在横截面上均匀分布而在轴向为任意形式的各种 FBG,如均匀正弦或余弦 FBG、升余弦变迹光栅、高斯及变迹高斯 FBG、啁啾和相移 FBG、采样光栅及其他不规则非均匀 FBG 等(各种不规则折变分布 FBG 的 FMC 分析将另文介绍),也适合无过耦合的高反射率 FBG 的分析.对传统的耦合模理论而言,只能进行数值计算,而没有统一形式的解.这是由于 FMC 中的傅里叶变换适于不规则任意轴向折射率微扰分布的快速计算,而模式耦合又适于各反射率结构的精确分析.因此,FMC 同时兼具有计算精度高和分析效率高的特点,克服了传统耦合模理论和直接傅里叶变换法的一些不足,可用于 FBG 尤其是非均匀 FBG 及其模板的设计与制作、光栅光谱特性分析及其工程应用等方面.

[1] Lam D K W, Garside B K 1981 *Appl. Opt.* **20** 440
 [2] Yamada M, Sakuda K 1987 *Appl. Opt.* **26** 3474
 [3] Poladian L 1993 *Phys. Rev. E* **48** 4758
 [4] Bouzid A, Abushagur M A G 1997 *Appl. Opt.* **36** 558
 [5] Peral E, Capmany J 1997 *J. Lightwave Technol.* **15** 1295
 [6] Kogelnik H 1976 *Bell Sys. Tech. J.* **55** 109
 [7] Kogelnik H 1990 *Theory of Optical Waveguides in Guided-wave Optoelectronics* (Berlin: Springer-Verlag)

[8] Erdogan T, Sipe J E 1996 *J. Opt. Soc. Am. A* **13** 296
 [9] Erdogan T 1997 *J. Opt. Soc. Am. A* **14** 1760
 [10] Erdogan T 1997 *J. Lightwave Technol.* **15** 1277
 [11] Lee K S, Erdogan T 2001 *Electron. Lett.* **37** 156
 [12] Wang Y H, Ren W H, Liu Y, Tan Z W, Jian S S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 363 (in Chinese) [王燕花、任文华、刘艳、谭中伟、简水生 2008 物理学报 **57** 363]
 [13] Qiu K, Wu B J, Wen F 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1726 (in Chinese)

- [邱 昆、武保剑、文 峰 2009 物理学报 **58** 1726]
- [14] Wang M G, Wei H, Jian S S 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 609 (in Chinese) [王目光、魏 淮、简水生 2003 物理学报 **52** 609]
- [15] Shu X W, Huang D X, Deng G H, Shi W, Jiang S 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1731 (in Chinese) [舒学文、黄德修、邓桂华、施 伟、江 山 2000 物理学报 **49** 1731]
- [16] Ouellette F, Cliche J F, Gagnon S 1994 *J. Lightwave Technol.* **12** 1728
- [17] Weller-Brophy L A, Hall D G 1985 *J. Opt. Soc. Am. A* **2** 864
- [18] Weller-Brophy L A, Hall D G 1988 *Appl. Opt.* **27** 963
- [19] Kashyap R 1999 *Fiber Bragg Gratings* (San Diego: Academic Press)
- [20] Zheng J L, Wang R, Fang T, Lu L, Pu T, Chen X F 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 7017 (in Chinese) [郑吉林、王 荣、方 涛、卢 麟、蒲 涛、陈向飞 2009 物理学报 **58** 7017]
- [21] Mazzetto E, Someda C G, Acebron J A, Spigler R 2005 *Opt. Quantum Electron.* **37** 755
- [22] Marcuse D 1974 *Theory of Dielectric Optical Waveguide* (New York: Academic Press)
- [23] Fang J X, Cao Z Q, Yang F Z 1987 *Physical Foundation of Optical Waveguide Technology* (Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press) (in Chinese) [方俊鑫、曹庄琪、杨傅子 1987 光波导技术物理基础 (上海:上海交通大学出版社)]
- [24] Shu X W 2000 *Ph. D. Dissertation* (Wuhan: Huazhong University of Science and Technology) (in Chinese) [舒学文 2000 博士学位论文 (武汉:华中理工大学)]

Theory of Fourier mode coupling for fiber Bragg gratings

Zeng Xiang-Kai^{1)†} Rao Yun-Jiang²⁾³⁾

1) (Key Laboratory of Manufacture and Test Techniques for Automobile Parts of Ministry of Education, School of Electronic Information and Automation, Chongqing University of Technology, Chongqing 400050, China)

2) (Key Laboratory of Optoelectronic Technology and Systems of Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

3) (Key Laboratory of Optical Fiber Sensing and Communications of Ministry of Education, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

(Received 2 November 2009; revised manuscript received 17 May 2010)

Abstract

A novel theory, namely, Fourier mode coupling (FMC) theory for fiber Bragg gratings (FBGs) is proposed in this paper. During analyzing coupled modes of FBGs, the Fourier transform relations among the amplitude coefficients of coupled modes are found for the first time. The general expressions of reflective and transmissive spectra of FBGs are deduced from the combination of Fourier transform with the well-known coupled-mode theory. In the proposed FMC theory, the spectral characteristics of the FBG are achieved by the calculation of coupled modes in the spatial domain spectrum, which is the Fourier transform result of refractive index perturbation in the FBG. The FBG spectrum based on the FMC theory is simulated here, and compared with those obtained from the coupled mode theory and pure Fourier transform. The comparison shows that the FMC theory for and the derived spectra of FBGs are in accordance with the coupled mode theory and the practical spectra of the FBG respectively. The FMC theory has many features, these being simple, clear, direct, accurate and fast, which could be used as a universal tool for fast spectrum analysis of any FBG with an arbitrary distribution of refractive index perturbation along the fiber axis.

Keywords: fiber-optic component, fiber Bragg grating, Fourier mode coupling, spectral characteristics

PACC: 4280F, 4281, 4230K