

基于单丝行为的平面型丝阵 Z 箍缩模拟*

王亮平[†] 韩娟娟 吴 坚 郭 宁 吴 刚 李 岩 邱爱慈

(西北核技术研究所, 西安 710024)

(2009 年 12 月 9 日收到; 2010 年 5 月 28 日收到修改稿)

平面型丝阵负载是近年来 Z 箍缩实验中研究较多的一种非圆柱型丝阵负载. 基于平面型丝阵中单丝的静磁场分析并结合单丝的径向运动方程, 计算获得了聚爆过程中负载电流在每根丝上分配、每根丝所受磁场力、丝阵负载区磁场分布、负载总电感及聚爆过程中负载动能变化等规律. 模拟计算了平面型丝阵负载 Z 箍缩聚爆轨迹及聚爆时间, 并与“强光一号”加速器上进行的平面型丝阵实验结果进行了对比. 结果表明, 基于单丝行为的模拟误差约为 10%, 可较为准确地获得平面型丝阵负载聚爆时间. 计算结果有助于深入理解平面型丝阵负载 Z 箍缩物理过程, 同时该模型可用于平面型丝阵负载参数设计.

关键词: Z 箍缩, 平面型丝阵, “强光一号”加速器

PACC: 5225P, 5230

1. 引 言

Z 箍缩技术具有广阔的应用前景. 多年来, 圆柱型丝阵负载一直是 Z 箍缩技术研究的主要构型, 但近几年来随着对丝阵负载 Z 箍缩的深入研究, 各种不同构型的丝阵负载越来越多地被采用, 例如平面型丝阵、球型丝阵、锥型丝阵、螺旋型丝阵、径向辐状丝阵等. 开展这些构型迥异的丝阵 Z 箍缩研究, 有助于更深入地理解丝阵聚爆的物理机制, 进一步拓宽 Z 箍缩研究的应用领域.

平面型丝阵负载是各种异型负载中被研究较多的一类负载, 国外多家实验室先后在各自的装置上开展了实验研究. 最先开展平面型丝阵研究的是美国海军实验室, 用于研究先导等离子体柱的形成^[1]. 随后, 英国帝国理工大学在 MAGPIE 装置 (1 MA, 240 ns) 上利用平面型丝阵负载进行了丝的融蚀动力学及先导柱形成的实验研究^[2]. 美国的内华达大学首先进行了利用平面型丝阵负载作为一种强 X 射线辐射源的实验研究, 在 Zebra 装置 (1 MA, 100 ns) 上利用双层钼平面型丝阵获得了总能量为 23 kJ, keV 级辐射功率为 0.9 TW 的 X 射线^[3]. 另外, 俄罗斯的托莫斯克大电流所也利用 GIT-12 装置 (4.7 MA, 1.7 μ s) 进行了长脉冲下平面

丝阵负载 Z 箍缩实验研究^[4]. 最近, 美国圣地亚 (Sandia) 实验室在 Saturn 装置 (10 MA, 100 ns) 上也进行了平面型丝阵负载 Z 箍缩实验研究^[5], 结果表明利用平面型丝阵负载产生的 X 射线辐射功率足够用于驱动惯性约束聚变 (ICF) 靶丸, 因而是 ICF 驱动源的一种潜在的有竞争力的构型.

然而, 要对平面型丝阵负载 Z 箍缩过程有较深入的研究, 首先应对其初始阶段以及聚爆过程中的基本物理问题 (如电流分布、磁场、磁场力、电感变化等规律) 有清晰的认识, 同时基于负载参数设计方面的考虑, 应建立相对简洁的模型对不同参数丝阵负载的聚爆轨迹及聚爆时间进行初步估算. 本文在对平面型丝阵负载中单丝聚爆行为进行研究的基础上, 结合“强光一号”加速器的电流参数, 对上述问题进行分析.

2. 单丝动力学模型

与传统圆柱型丝阵负载的壳层模型不同, 单丝动力学模型主要考虑丝阵中单根丝的运动情况. 将每根丝当作载流导线处理, 很容易获得第 i 根丝的受力情况, 在平面直角坐标系中, 单丝运动方程可表示为

* 国家自然科学基金 (批准号: 10905047) 资助的课题.

[†] E-mail: wlpzhj@163.com

$$m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} = \frac{\mu_0 I_i}{2\pi} \left(\sum_{j=1}^{N_w} I_j \frac{x_j - x_i}{r_{ij}^2} + \sum_{k=1}^{N_b} I_k \frac{x_k - x_i}{r_{ik}^2} \right), (1)$$

$$m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} = \frac{\mu_0 I_i}{2\pi} \left(\sum_{j=1}^{N_w} I_j \frac{y_j - y_i}{r_{ij}^2} + \sum_{k=1}^{N_b} I_k \frac{y_k - y_i}{r_{ik}^2} \right), (2)$$

式中 m 和 I 分别为线质量和电流,下标 i, j 和 k 分别表示第 i 根丝、第 j 根丝和第 k 根回流柱, r_{ij} 和 r_{ik} 分别为第 i 根丝与第 j 根丝和第 i 根丝与第 k 根回流柱间的距离, N_w 和 N_b 分别表示单丝和回流柱总数.

单丝运动过程中由于外层丝运动速度较快,会与内层丝发生碰撞,当两丝间距小于一特定值(实际计算中取 200 μm)时可确定两丝发生碰撞. 根据 Z 箍缩过程中的雪耙效应,其碰撞为完全非弹性碰撞,部分动能转换为热能,因此伴随动能的损失. 模型中计算聚爆过程丝阵负载的动能为整个过程中获得的最大动能,即包括每次两丝碰撞所损失的那部分动能.

利用方程(1), (2)进行计算时,必须先考虑负载电流在每根丝上的分配. 由于每根丝本身具有电感和电阻,因此电流分配模式相应地有电感占优和电阻占优两种模式.

2.1. 电流分配方式

对于电阻占优分配模式,由于每根丝的电阻相同,因此每根丝上电流 $I_i = I/N_w$,其中 I 为流过负载的总电流.

然而对于电感占优分配模式,由于每根丝的电感不同,情况会相对复杂些. 一般的方法是将丝阵负载分割成若干单独电流回路,通过分析每个单独电流回路中的磁通量来最终确定电路方程^[6].

如图 1 所示,对于由第 i 根丝与第 k 根回流柱构成的单元回路,第 j 根丝产生的磁场通过回路面 ik 的磁通 $\Phi_{ik,j}$ 可等效为磁感应强度 B_j 通过 α 面、 β 面和 γ 面的磁通之和. 由于 B_j 通过 β 面的磁通为零,因此 $\Phi_{ik,j}$ 可表示为

$$\begin{aligned} \Phi_{ik,j} &= \int_{\gamma} \frac{\mu_0 I_j}{2\pi r} dr - \int_{\alpha} \frac{\mu_0 I_j}{2\pi r} dr \\ &= \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{r_{jk}}{r_{ij}}\right) I_j \\ &\equiv L_{j,ik} I_j, \end{aligned} \quad (3)$$

式中 μ_0 是真空磁导率, r_{jk} 为第 j 根丝与第 k 根回流柱间的距离, L 为第 j 根丝对回路面 ik 的电感, l 为丝阵长度. (3)式成立的条件为 $j \neq i$. 当 $j = i$ 时,有

$$\Phi_{ik,i} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{r_{ik}}{r_{ii}}\right) I_i$$

$$\equiv L_{i,ik} I_i. \quad (4)$$

此时 r_{ii} 表示第 i 根丝的有效半径. 对所有的丝和回流柱在回路 ik 中产生的磁通进行求和,即可得回路 ik 中总的磁通

$$\Phi_{ik} = \sum_{j=1}^{N_w} L_{j,ik} I_j + \sum_{m=1}^{N_b} L_{m,ik} I_m. \quad (5)$$

根据上述原则最终可列出计算电流的方程组. 第 i 根丝的电流方程为

$$\begin{aligned} \frac{1}{N_b} \sum_{k=1}^{N_b} \Phi_{ik} &= \sum_{j=1}^{N_w} \frac{1}{N_b} \sum_{k=1}^{N_b} L_{j,ik} I_j \\ &+ \sum_{m=1}^{N_b} \frac{1}{N_b} \sum_{k=1}^{N_b} L_{m,ik} I_m. \end{aligned} \quad (6)$$

第 k 根回流柱的电流方程为

$$\begin{aligned} \frac{1}{N_w} \sum_{i=1}^{N_w} \Phi_{ik} &= \sum_{j=1}^{N_w} \frac{1}{N_w} \sum_{i=1}^{N_w} L_{j,ik} I_j \\ &+ \sum_{m=1}^{N_b} \frac{1}{N_w} \sum_{i=1}^{N_w} L_{m,ik} I_m. \end{aligned} \quad (7)$$

方程组(6), (7)共同构成含有 $N_w + N_b + 1$ 个未知数的 $N_w + N_b$ 个方程,因此为了求解方程组,可在计算过程中将方程组左边取特定常数进行计算.

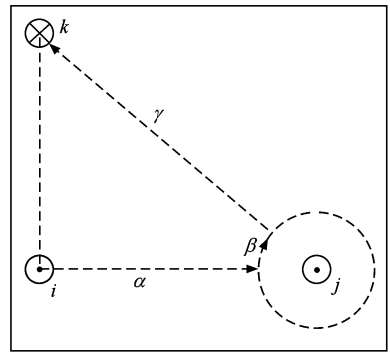


图 1 第 i 根丝与第 k 根回流柱构成的单元回路

“强光一号”所用平面型丝阵负载具体参数如下:丝总数 $N_w = 2 \times 10$,单排丝阵宽度 $D = 9$ mm,丝间距为 1 mm,两排间距 $b = 3$ mm,铝丝直径为 20 μm . 回流柱总数 $N_b = 6$,均布于半径 $a = 33$ mm 的圆周上. 本文计算中均采用上述负载参数.

为了便于比较负载电流在不同丝上的分配情况,定义第 i 根丝的归一化电流强度为 $g_i = I_i N_w / I$,利用上述方法可求得“强光一号”加速器使用的平面型丝阵双排铝丝阵负载的电流分布如图 2 所示.

从图 2 可以看出:在电感占优模式下电流分配相当不均匀,整个聚爆过程中最外围的丝上始终分

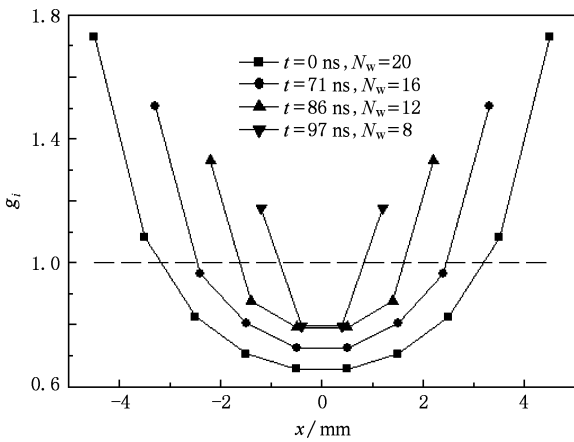


图 2 不同聚爆时刻(伴随丝数变化)电感模式下的归一化电流分布

配有较多的电流,而内层大多数丝上的电流小于平均值.在起始时刻,最外层与最内层的电流之比为 2.6,随着聚爆的进行,丝相互发生融合导致总丝数减少,外围丝与内层丝上电流逐渐趋向均匀.

2.2. 单丝受力情况

方程(1),(2)分别给出了每根丝在 x 方向和 y 方向上的受力表达式,在表达式中把每根丝宏观等效为载流导线.从磁场及磁压角度看,对于图 1 中第 i 根丝,除了处于自身所带电流产生的磁场外,还处于其他丝及回流柱所产生的磁场中,会受到其他丝及回流柱所产生的磁场力作用.为了更清楚地理解单丝的受力情况,下面将采取文献[7]中所用的方法对单丝受力进行计算.

假设第 i 根丝发生电离并形成芯与等离子体壳层混合结构,壳层承担了大部分电流,由于其他丝及回流柱所产生磁场影响,壳层中的电流在如图 3 所示的角方向(φ 方向)分布并非均匀.假设壳层中的电流可以分为更加细小的电流通道(图 4),并设等离子体壳层的有效半径为 r_c ,则电流微通道半径 $r_k = r_c \Delta\varphi/2$,其中 $\Delta\varphi$ 为每个电流微通道所对应的张

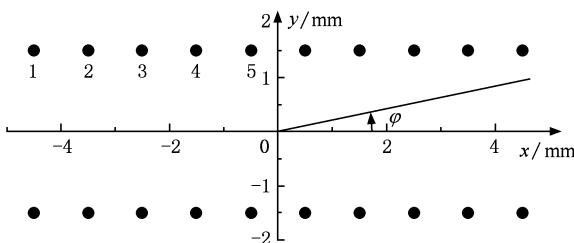


图 3 丝阵角方向示意图

角.应用该方法可将每根丝分为若干电流微通道,再利用以上给出的计算方法即可获得每根丝 φ 方向上的电流密度.为了便于分析丝上的电流分布情况,分别将丝上的电流密度 $J_i(\varphi)$ 对其平均电流密度 $\bar{J}_i = I_i/(2\pi)$ 进行归一化处理,图 5 给出了 $t = 0$ 时刻不同丝上的归一化电流密度随角度 φ 的变化情况.图 3 和图 5 中的 1,2,3,4,5 均为丝编号.

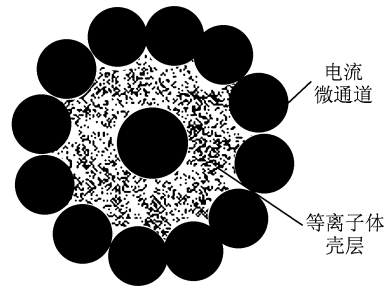


图 4 单根丝上电流微通道示意图

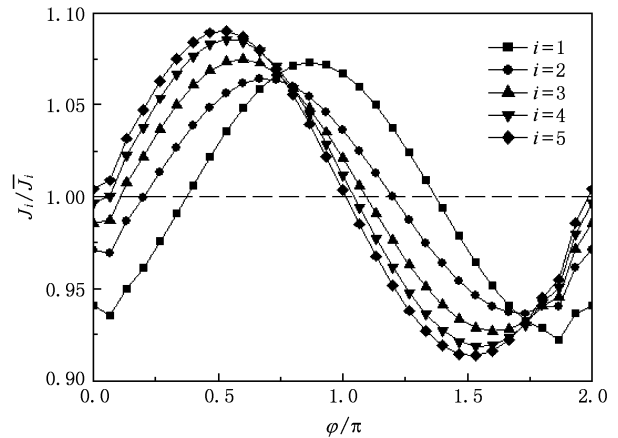


图 5 不同丝上初始时刻的归一化电流密度分布

从图 5 可以看出,由于不同丝及回流柱所载电流产生的磁场的相互影响,电流在每根丝上呈现不均匀分布,在最外围的丝上电流密度最大值处位于丝的最外端($\varphi = \pi$ 处),随着丝位置的内移,电流密度最大值逐渐向垂直方向($\varphi = \pi/2$ 处)移动,因此每根丝上电流密度最大值位置基本上是在沿在该处由所有丝和回流柱电流共同产生的全局磁场磁力线方向移动.

每根丝上随 φ 变化的磁压 $p_i(\varphi)$ 可表示为

$$p_i(\varphi) = \frac{\mu_0}{2} J_i^2.$$

利用傅里叶变换有

$$\frac{p_i(\varphi)}{p_0} = a_0^i + a_1^i \cos(\varphi) + b_1^i \sin(\varphi) + a_2^i \cos(2\varphi) + b_2^i \sin(2\varphi), \quad (8)$$

其中

$$p_0 = \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{I}{2\pi N_w} \right),$$

a_0^i 表示第 i 根丝上的平均磁压对 p_0 进行归一化后的值, 因此有

$$a_0^i = g_i^2.$$

根据丝阵的融蚀模型可知单丝的融蚀速度正比于磁压, 因此 a_0^i 项表征了第 i 根丝的融蚀速度. 不难分析, a_1^i 代表第 i 根丝水平方向 (x 方向) 的归一化作用力 $F_{//}^i$, 而 b_1^i 代表第 i 根丝垂直方向 (y 方向) 的归一化作用力 F_{\perp}^i , a_2^i 则表征第 i 根丝形成的等离子体柱在水平方向上向外围扩散的归一化作用力 F_d^i . 通过计算对比可知, 利用方程 (8) 获得的各丝所受水平力 a_1^i 、垂直力 b_1^i 与方程 (1), (2) 中给出的力 $F_{//}^i, F_{\perp}^i$ 归一化后的结果一致 (图 6).

图 6 给出了 $t=0$ 时刻不同丝上的受力情况. 在初始时刻最外围丝主要受 x 方向力的作用, 且与内层丝上所受力相差很大, 而内层丝上受力情况恰巧相反. 同时, 内外层丝在 y 方向上受力情况接近相同. 上述情况表明, 在聚爆初始阶段外围丝主要表现为向内层丝运动, 同时随内层丝在 y 方向上向另外一排丝靠近, 而内层丝则主要是在 y 方向上运动.

图 7 给出了不同聚爆时刻每根丝上的受力情况. 从图 7 可以看出: 随着丝数的减少, 最外层丝与内层丝所受 x 方向的力相差越来越大; 而促使每根丝形成的等离子体柱向外围扩散的力一直较小, 且每根丝上所受力较为接近. 另外, 随着丝数的减少,

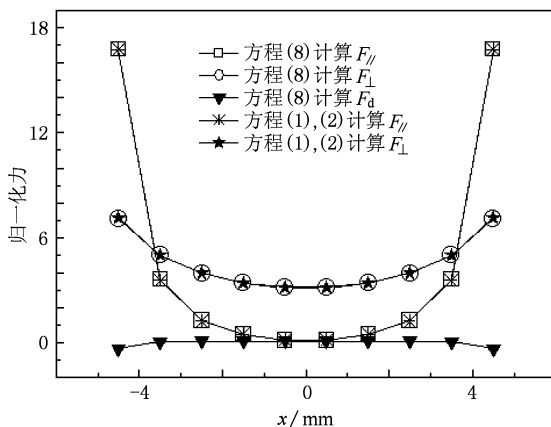


图 6 在 $t=0$ 时刻不同丝上的受力情况

内外层丝所受 y 方向的力逐渐增大, 但每根丝上受力始终较为接近. 这表明在聚爆过程中每根丝在 y 方向上的运动基本一致, 因此在对平面型丝阵负载聚爆过程进行数值模拟时可集中考虑其在 x 方向上的运动.

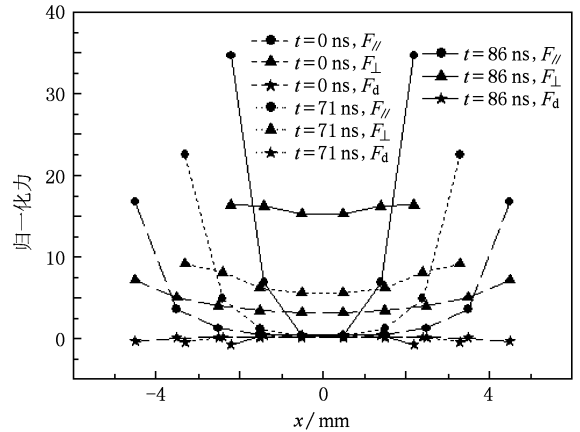


图 7 不同聚爆时刻 (伴随丝数变化) 每根丝上的受力情况

3. 双层平面型丝阵 Z 箍缩模拟

3.1. 磁场及电感变化

在确定了每根丝及回流柱上的电流后, 可计算获得整个负载区域的磁场分布.

图 8 给出了电阻模式和电感模式下 $t=0$ 时平面丝阵负载区的磁场分布情况. 从图 8 可以看出, 在靠近丝阵中心区域, 磁场形状近似椭圆, 电阻模式下电流的平均分配使得磁场分布更加均匀, 单根丝产生的局部磁场在较小区域内能够相互联合形成全局磁场, 而电感模式下中心区域的磁场相对不均匀, 全局磁场在离中心较远的区域形成; 在远离中心的区域内, 两种模式的磁场分布并未呈现明显差别, 磁力线呈椭圆分布, 在靠近回流柱处呈正六边形分布.

电感的计算可采取以下方法进行: 选取一定截面, 计算磁感应强度在该截面内的积分获得磁通量, 利用磁通量除以电流即获得负载电感. 显然, 对于图 8 所示的磁场分布, 选取 $y=0$ 平面的上半部分作为积分截面会使计算得到简化. 另外, 如果将其中心等效为椭圆载流面, 并假设电流趋肤效应明显. 平面型丝阵负载电感还可根据下式进行计算^[8]:

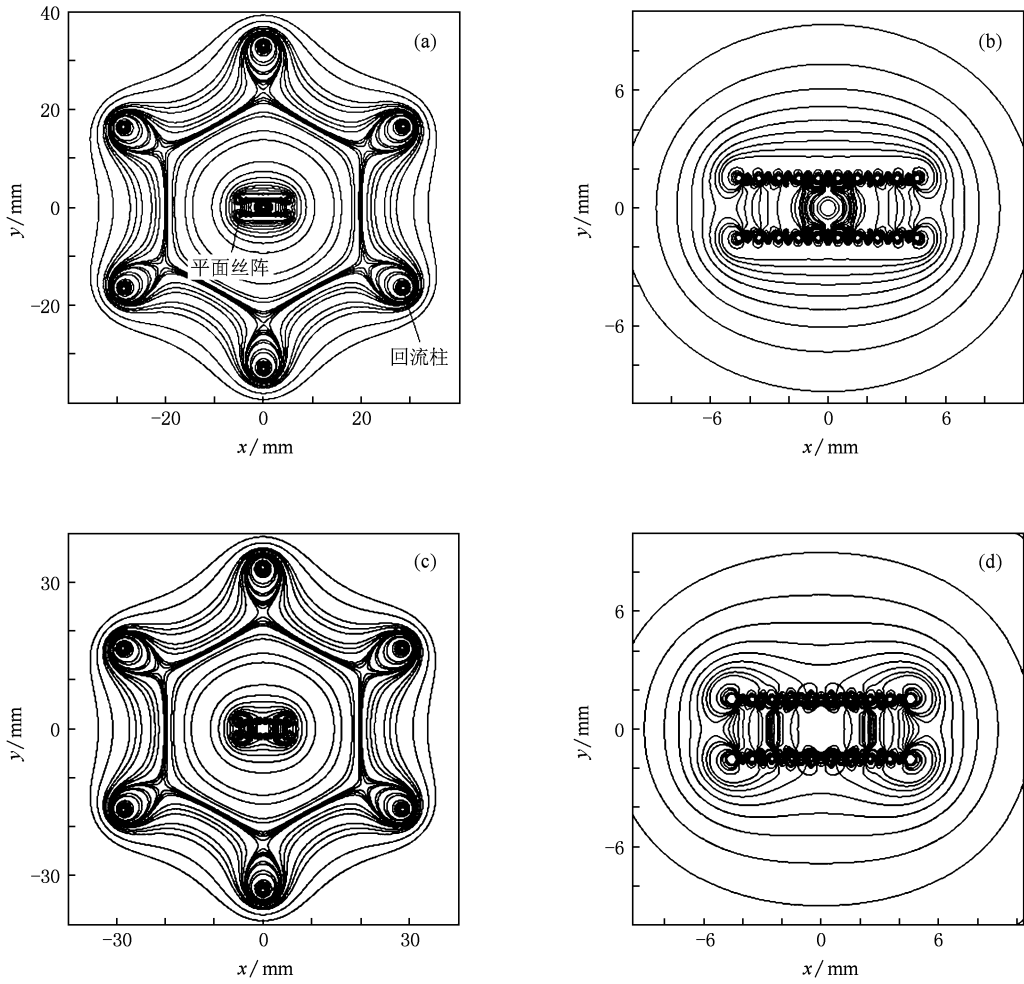


图8 电阻模式和电感模式丝阵负载区及负载中心区的磁场分布 (a)电阻模式丝阵负载区磁场分布,(b)电阻模式丝阵负载中心区磁场分布,(c)电感模式丝阵负载区磁场分布,(d)电感模式丝阵负载中心区磁场分布

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} l \left(\ln \frac{4a}{D/f_h} + \frac{1}{N_b} \ln \frac{a}{N_b \rho} \right), \quad (9)$$

式中

$f_h = \sqrt{1 + 2h^2} + 2h / \sqrt{h^2 + 1} + \sqrt{2h^2 + 2h} / \sqrt{h^2 + 1}$,
 $h = b/D$, D 为单排丝阵宽度, b 为两排间距, a 为回流柱所在圆周半径, l 为丝阵长度, ρ 为单根回流柱半径. 当丝阵箍缩至芯时, 箍缩柱为圆柱形, 宜采用下式计算其电感^[8]:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} l \left(\ln \frac{a}{r_{imp}} + \frac{1}{N_b} \ln \frac{a}{N_b \rho} \right). \quad (10)$$

式中 r_{imp} 为箍缩区域半径.

采用上述两种方法对负载聚爆过程中电感变化情况进行计算, 计算中选取压缩比为 10, 所得结果如图 9 所示. 作为对比, 图 9 中同时给出直径为 D 的圆柱型丝阵负载的电感曲线. 从图 9 可以看出, 利用模型进行数值积分方法计算得到的平面型丝阵

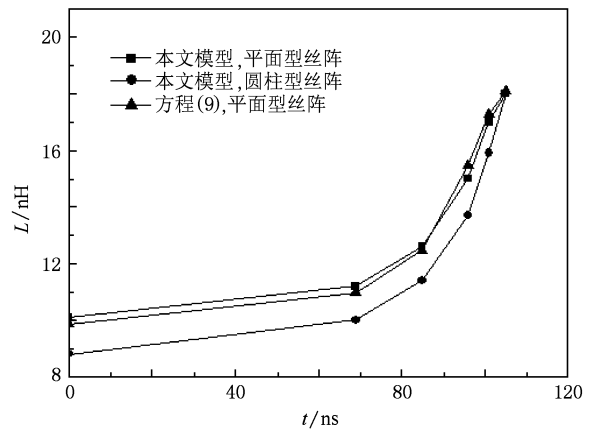


图9 计算所得平面型及圆柱型丝阵电感的变化

电感与方程(9)给出的结果接近, 最大差值小于 0.5 nH. 模型给出的圆柱型丝阵负载的初始电感为 8.8 nH, 平面型丝阵负载的初始电感为 10 nH, 因此

在最终箍缩时刻电感相同的情况下,两种不同类型负载的电感变化 ΔL 接近,相差为 1.2 nH. 利用方程 (9), (10) 也可得到两种负载初始电感的差值

$$\begin{aligned} \Delta L_0 &= \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{4a}{D/f_h} - \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{2a}{D} \\ &= \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{2}{f_h}. \end{aligned} \quad (11)$$

将负载参数代入(11)式,可得 ΔL_0 为 1.1 nH, 与模型给出的结果接近. 从(11)式还可得出,在其他负载参数相同的情况下,单排丝阵的初始电感最大,比圆柱型丝阵负载约大 2.8 nH(负载长度为 2 cm 的情况下).

3.2. 内爆轨迹模拟

由以上所述可知,平面型丝阵负载电流分配存在电感占优型和电阻占优型两种模式,根据不同的电流分配模式并结合单丝动力学模型方程(1), (2),可零维模拟两种模式下丝阵负载的 Z 箍缩过程.

图 10 给出了两种模式下的聚爆轨迹及实验获得的 X 射线二极管(XRD)波形. 从图 10 可以看出,虽然电阻模式下最外围丝出现明显内聚运动时刻晚于电感模式,但由于其内层丝启动较早,因此其最终聚爆时间($t = 102$ ns)小于电感模式下的聚爆时间($t = 106$ ns). 实验中 XRD 给出的聚爆时间为 94 ns, 两种模式下的计算偏差分别为 9% 和 13%. 因此,

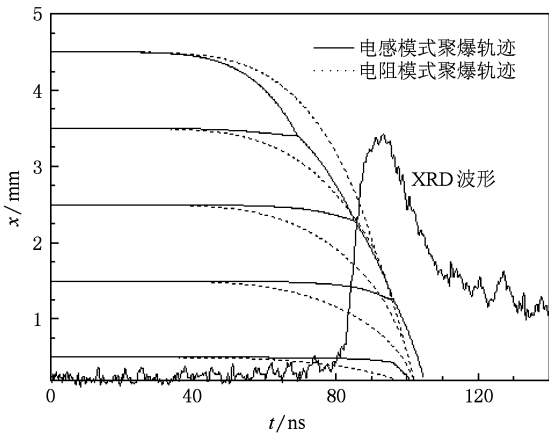


图 10 计算所得不同模式下的聚爆轨迹及实验获得的 XRD 波形

单纯从负载设计目的粗估所选择参数的聚爆时间,用电阻模式更加接近真实值,且计算过程将大大简化.

图 11 给出了负载电流及聚爆过程中动能随时间的变化情况,计算所得最终动能为 3.2 kJ.

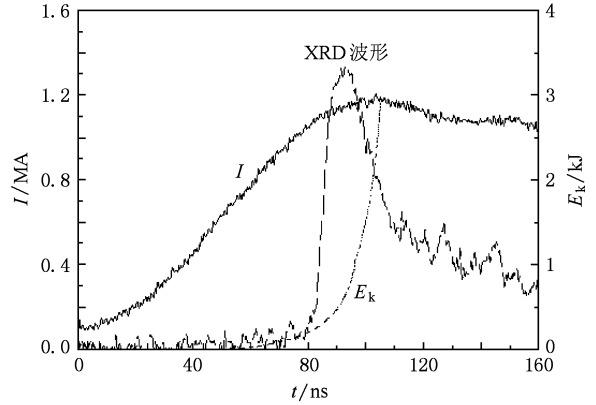


图 11 计算所得负载动能及实验获得的总电流、XRD 波形

4. 结 论

通过模拟可知,平面型丝阵负载由于最外层丝与内层丝的电感差异,造成负载电流在内外层丝上分配不均匀,进而使平面型丝阵中外层丝与内层丝在聚爆过程中运动的明显差异. 通过对每根丝上所受磁压的进一步分析可知,由于电流分配不均匀,内外层丝的融蚀速度相差较大,随着聚爆过程的发展,电流从外层丝逐渐向内层丝转移.

对平面型丝阵负载区磁场分布的计算表明,电流在每根丝上的平均分配有助于形成全局磁场,由平面型丝阵负载形成的全局磁场呈椭圆形,因而可以根据具体电感公式进行计算. 对于宽度和直径相等的平面型丝阵和圆柱型丝阵,单排平面丝阵负载具有较大的初始电感.

在电感模式和电阻模式下分别计算了平面型丝阵负载的聚爆轨迹及聚爆时间,结果表明电阻分配模式计算获得的聚爆时间更加接近实验值,因此在负载设计时为了简化计算,可只采用电阻分配模式. 另外,利用模型计算获得的聚爆动能很难解释 Z 箍缩过程中 X 射线辐射能.

- [1] Mosher D, Boller J R, Hinshelwood D D, Moosman B G, Myers M C, Ottinger P F, Stephanakis S J 1998 *Bull. Am. Phys. Soc.* **43** 1642
- [2] Bland S N, Lebedev S V, Chittenden J P, Ampleford D J, Tang G 2004 *Phys. Plasmas* **11** 4911
- [3] Kantsyrev V L, Rudakov L I, Safronova A S, Esaulov A A, Chuvatin A S, Coverdale C A, Deeney C, Williamson K M, Yilmaz M F, Shrestha I, Ouart N D, Osborne G C 2008 *Phys. Plasmas* **15** 030704
- [4] Shishlov A, Chaikovskiy S, Fedunin A, Fursov F, Kokshenev V, Kurmaev N, Labetsky A, Oreshkin V, Rousskikh A, Labetskaya N 2008 *7th International Conference on Dense Z-Pinches* (Alexandria: American Institute of Physics) p137
- [5] Jones B, Cuneo M E, Ampleford D J, Coverdale C A, Waisman E M, Vesey R A, Jones M C, Esaulov A A, Kantsyrev V L, Safronova A S, Chuvatin A S, Rudakov L I 2008 *7th International Conference on Dense Z-Pinches* (Alexandria: American Institute of Physics) p109
- [6] Strickler T S, Johnston M D, Gilgenbach R M, Lau Y Y, Jones M C, Cuneo M E, Mehlhorn T A 2003 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **31** 1384
- [7] Esaulov A A, Kantsyrev V L, Safronova A S, Velikovich A L, Cuneo M E, Jones B, Struve K W, Mehlhorn T A 2008 *Phys. Plasmas* **15** 052703
- [8] Калантаров П Л, Пейтлиц Л А 1957 *The Inductance Calculation Handbook* (Beijing: China Electric Power Press) p317 (in Chinese) [卡兰达洛夫 П Л, 采特林 Л А 1957 感应系数计算手册 (北京: 电力工业出版社) 第 317 页]

Simulation of planar wire array Z-pinch based on single wire behavior*

Wang Liang-Ping[†] Han Juan-Juan Wu Jian Guo Ning Wu Gang Li Yan Qiu Ai-Ci

(Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, China)

(Received 9 December 2009; revised manuscript received 28 May 2010)

Abstract

Planar wire arrays have been widely studied as a kind of non-cylindrical wire array load in recent years. In this paper the magnetostatic simulation of individual wire in a planar wire array is performed using a radial motion equation in order to understand the patterns of the current partition through the wires, the force distribution on the individual wire, the magnetic field distribution on the planar wire array, and the variations of the total load inductance and the kinetic energy of the wire array during the implosion phase. The model has also been used to calculate the implosion trace and time of the planar wire array used on “Qiangguang- I” generator. The calculation results are compared with the experimental results and it is concluded that the model gives an implosion time with an error of about 10%. All the simulation results mentioned above can help one further understand the process of the planar wire array Z-pinch and design the load parameters.

Keywords: Z-pinch, planar wire array, “Qiangguang- I” generator

PACC: 5225P, 5230

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10905047).

[†] E-mail: wlpzhj@163.com