

利用三平面腔镜共焦腔产生多模压缩光束^{*}

王 利^{1,2)†} 毕思文¹⁾ 王果果^{1,2)}

1) 中国科学院西安光学精密机械研究所瞬态光学与光子技术国家重点实验室, 西安 710119)

2) 中国科学院研究生院, 北京 100049)

(2009 年 3 月 18 日收到, 2009 年 4 月 28 日收到修改稿)

设计了一种阈值下的简并光学参量振荡腔用于产生多模压缩光束, 并且利用“薄晶体近似”的方法分析了这个光学参量振荡腔, 得到了输出多模压缩光束的噪声谱. 数值模拟了多模压缩光束的压缩度和抽运光场或者振荡腔的失谐量之间的关系, 得出只有适当选择本底光的相位, 抽运光的幅度以及共焦腔的失谐量时, 才可以探测到好的信号场噪声谱压缩度.

关键词: 共焦腔, 多模压缩光, 平衡零拍探测, 压缩度

PACC: 0367, 4250

1. 引 言

多模压缩光束的横向量子效应, 又称作量子成像效应, 近年来已经在内置有非线性晶体的共焦腔中得到了广泛地研究, 主要原因是其在提高图像处理质量和图像信息并行处理方面潜在的应用^[1]. 利用共焦腔产生的多模压缩光束越来越引起人们的重视, 因为它在增加图像探测的分辨率^[2], 提高微小抖动的测量精度^[3,4], 以及探究光学图像量子心灵传输和量子信息的并行处理方面^[5]都有着潜在的应用价值.

近年来, 压缩态光场的产生与应用已取得了很大的进展^[6-9]. 2008 年, Long 等人^[10]提出了基于库珀盒 (Cooper-pair box, CPB) 和超导传输线共振器结构的超导量子干涉装置 (SQUID), 在非线性的作用区域, 利用三波混频技术可以实现微波压缩态. 随后, 他们又提出了基于纳米共振线的新型实验方案, 在库珀盒中利用简并的三波混频技术, 实现了纳米共振线的压缩态^[11]. 同年, 文献^[12]利用直流超导量子干涉装置, 测量了弯曲谐振腔在温度为毫开量级时的热运动, 得到了 $10 \text{ fm/Hz}^{1/2}$ 的放大极限位移灵敏度, 高于量子极限 36 倍的位置分辨率. 张靖等人利用放置周期极化磷酸氧钛晶体 (PPKTP) 的近共心连续光学参量振荡腔, 得到了压缩度为 3.41 dB 的

真空压缩态光场^[13].

内置晶体的简并光学参量振荡腔被人们认为是产生横向多模压缩光的一种试验装置. 2003 年, Fabre 等人分析了运转于阈值下两腔镜的简并光学参量振荡腔, 指出通过这种装置能够产生多模压缩光束^[14].

本文中, 我们设计了一种三腔镜的共焦腔, 并用“薄晶体近似” (只考虑腔内空气部分的衍射效应, 即忽略在非线性的晶体内部传播时的衍射效应)^[15], 对这种共焦腔进行分析, 给出了腔内输出光场的压缩度和抽运光场或者腔失谐量之间的关系.

2. 谐振腔噪声谱的推导

2.1. 试验装置示意图

图 1 是我们设计的实验装置图, 它由三个平面镜和两个双凸镜组成, 其中平面镜对于抽运光束全透, 除 M_c 外对信号光全反, M_c 对信号光具有一定的透过率, 形成输出光束. 两个透镜在腔内沿腔轴方向放置, 使两透镜的焦点在腔内的 C_1 和 C_2 点重合, 透镜焦距等于共焦腔腔长的四分之一. 腔内放置长度为 l 的非线性晶体, 满足 I 类相位匹配条件, 且其中心与两透镜的公共焦点 C_1 重合. 在我们的实

^{*} 中国科学院西安光学精密机械研究所知识创新工程和前沿学科布局项目 (批准号: 0654311213) 资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: wlf629@opt.ac.cn

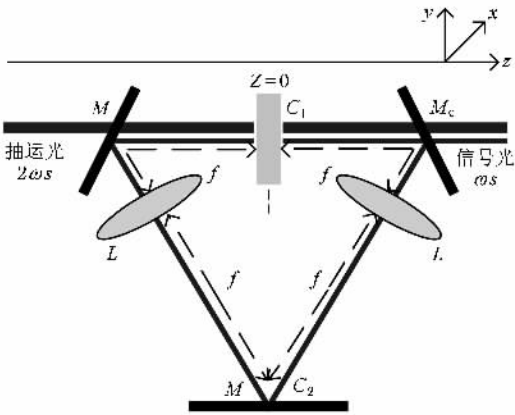


图 1 三腔镜共焦腔示意图

验装置中,参量下转换产生的信号光束经 M_c 反射依次通过透镜、平面镜和另一透镜后,由输入平面镜反射后再次进入非线性晶体,这样使得产生的信号光束在返回时没有通过非线性晶体.因此,我们可以在返回光路中加入适当的调节装置,对返回光束进行需要的调制,以达到我们实验的目的.

共焦腔内抽运光是连续的高斯光束,被聚焦到 C_1 点所在的平面内,它在垂直于腔轴平面内的分布为

$$P(x) = P_0 \exp\left(-\frac{|x|^2}{\omega_p^2}\right). \quad (1)$$

信号场用算符 $\hat{S}(x, z, t)$ 表示,其中 z 表示沿腔轴方向的纵坐标(在 C_1 处 $z=0$)对于确定的时间 t ,在平面 z 上,信号场算符满足确定的对易关系式

$$[\hat{S}(x, z, t), \hat{S}^+(x', z, t)] = \delta(x - x'). \quad (2)$$

在推导的过程中,为了简单起见,我们不考虑抽运光的损耗.这时可以忽略抽运光场的扰动对于信号场扰动的影响.

因为在共焦腔中,光场的振荡相应于完备的具有确定奇偶性的高斯-拉盖尔模式,假设腔内只有信号场的偶模产生谐振,也就是说奇模是远离谐振区的,这样可以将腔内的信号场表示为

$$\hat{S}(x, z, t) = \frac{1}{2} [\hat{S}(x, z, t) + \hat{S}(-x, z, t)]. \quad (3)$$

上式满足如下的对易关系式

$$[\hat{S}_+(x, z, t), \hat{S}_+^+(x', z, t)] = \frac{1}{2} [\delta(x - x') + \delta(x + x')]. \quad (4)$$

应用高斯-拉盖尔模式的完备性,可以将(3)式表示为

$$\hat{S}(x, z, t) = \sum_{p,l \text{ even}} f_{p,l}(x, z) \hat{a}_{p,l}(z, t) \quad (5)$$

其中 $\hat{a}_{p,l}(z, t)$ 表示 t 时刻在 z 平面内模式为 (p, l) 的光子的湮没算符.

采用薄晶体近似时,在相互作用绘景中系统的相互作用哈密顿量可以表示为

$$\hat{H}_{\text{int}} = \frac{i\hbar g}{2} \int dx \left\{ P(x) [\hat{S}(x, t)]^2 - P^*(x) [\hat{S}^*(x, t)]^2 \right\}, \quad (6)$$

其中 g 是系统的耦合常数.

至此我们给出了共焦腔晶体内的相互作用哈密顿量.

2.2. 信号场的海森伯运动方程

在上面,我们已给出了系统的相互作用哈密顿量,利用郎之万方程,可给出信号场在相互作用绘景中满足的海森伯运动方程.

根据任意算符与系统哈密顿量之间满足的郎之万方程,信号场所满足的运动方程可以表示为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \hat{S}(x, t) \Big|_{\text{int}} &= -\frac{i}{\hbar} [\hat{S}(x, t), \hat{H}_{\text{int}}] \\ &= gP(x) \hat{S}^2(x, t). \end{aligned} \quad (7)$$

当考虑到谐振腔内的自由哈密顿量演化以及腔的阻尼效应时,我们可以得到信号场的完全演化方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \hat{S}(x, t) &= -\gamma(1 + i\Delta) \hat{S}_+(x, t) \\ &\quad + gP(x) \hat{S}^2(x, t) + \sqrt{2\gamma} \hat{S}_+^{\text{in}}(x, t), \end{aligned} \quad (8)$$

式中 γ 表示谐振腔的线宽, Δ 表示信号场偶数部分的失谐量, $\hat{S}_+^{\text{in}}(x, t)$ 表示输入信号场算符.上式即为信号场的海森伯运动方程.

2.3. 谐振腔的输入输出关系

在谐振腔中,信号场的输入场、输出场 $S_{\text{out}}(x, \Omega)$ 和腔内场之间的关系称为信号场的输入输出关系,可以表示为^[16]

$$S_{\pm}^{\text{out}}(x, t) = \sqrt{2\gamma} S_{\pm}(x, t) - S_{\pm}^{\text{in}}(x, t). \quad (9)$$

对信号场的完全演化方程进行时间傅里叶变换,在频域中,利用输入输出关系式,我们可以得到共焦腔输入和输出之间的关系,即

$$\begin{aligned} \hat{S}_+^{\text{out}}(x, \Omega) &= u(x, \Omega) \hat{S}_+^{\text{in}}(x, \Omega) \\ &\quad + v(x, \Omega) \hat{S}_+^{\text{in}}(x, -\Omega), \end{aligned} \quad (10)$$

式中

$$u(x, \Omega) = \frac{[1 - i(\Delta - \Omega/\gamma)][1 - i(\Delta + \Omega/\gamma)] + [gP(x)/\gamma]^2}{[1 - i(\Delta - \Omega/\gamma)][1 + i(\Delta + \Omega/\gamma)] - [gP(x)/\gamma]^2}, \quad (11)$$

$$v(x, \Omega) = \frac{2gP(x)/\gamma}{[1 - i(\Delta - \Omega/\gamma)][1 + i(\Delta + \Omega/\gamma)] - [gP(x)/\gamma]^2}. \quad (12)$$

可以证明 $u(x, \Omega)$ 和 $v(x, \Omega)$ 满足关系式

$$|u(x, \Omega)|^2 - |v(x, \Omega)|^2 = 1. \quad (13)$$

至此,我们已经得出了共焦腔信号输入场和输出场之间的关系.

2.4. 信号场的探测方式——平衡零拍探测

平衡零拍探测主要用于探测信号场的噪声谱^[15, 17]. 它的完全探测装置图如图 2 所示.

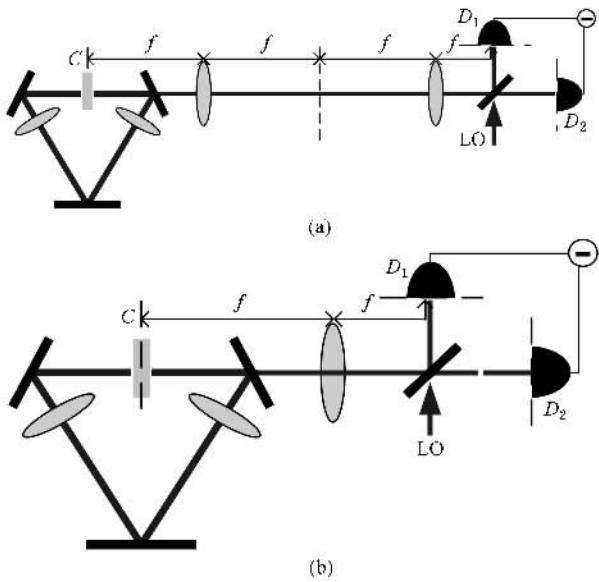


图 2 平衡零拍探测装置示意图 (a) 近场示意图; (b) 远场示意图

平衡零拍探测部分主要由一个 50/50 分束器, 两个高量子效率的探测器 (D_1 和 D_2) 和一个减法器组成. 图 2(a) 和 (b) 分别表示信号场的近场探测和远场探测实验装置图. 在图 2(a) 中, 两个匹配透镜构成 $4f$ 成像系统, 将晶体的中心平面 C 成像于探测器 D 上; 在图 2(b) 中, 匹配透镜是傅里叶变换透镜, 它将晶体中心平面 C 傅里叶变换到探测器上进行探测.

在平衡零拍探测装置中, 探测器探测到的光电流被输入到减法器中做差, 得到电流差信号. 在频率域中, 电流差可以表示为

$$E(\Omega) = \int_{S_{\text{det}}} dx [S^{\text{out}}(x, \Omega) \alpha_L^*(x)$$

$$+ S^{\text{out}*}(x, -\Omega) \alpha_L(x)], \quad (14)$$

式中 S_{det} 表示探测平面中光电探测器探测的有效面积, 这里假设探测器的量子效率为 1.

在稳态的情况下, 电流差的扰动可以用噪声谱的形式表示为

$$V(\Omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega' \delta E(\Omega) \delta E(\Omega') \\ = N + \delta N(\Omega), \quad (15)$$

式中 N 是探测器探测到的平均光子数, 表示散粒噪声

$$N = \int_{S_{\text{det}}} dx |\alpha_L(x)|^2, \quad (16)$$

$\delta N(\Omega)$ 是噪声谱的扰动项, 表示了探测噪声谱相对于散粒噪声的增加或者减少. 其中噪声谱的扰动项可以进一步的表示为

$$\delta N(\Omega) = \int_{S_{\text{det}}} dx \int_{S_{\text{det}}} dx' \delta_+(x, x') |\alpha_L(x)|^2 \\ \times \{ |v(x, \Omega)|^2 + |v(x, -\Omega)|^2 \\ + 2\text{Re}[e^{-2i\phi_L(x)} u(x, \Omega) v(x, -\Omega)] \}, \quad (17)$$

式中 $\phi_L(x)$ 是探测平面上本底光场的相位.

利用 (13) 式, 我们可以得到

$$\delta N(\Omega) = \int_{S_{\text{det}}} dx \int_{S_{\text{det}}} dx' \delta_+(x, x') |\alpha_L(x)|^2 \\ \times \{ |u(x, \Omega)|^2 + e^{2i\phi_L(x)} v^*(x, -\Omega) |^2 - 1 \}. \quad (18)$$

在上式中, 引入函数 $\sigma(x) = \int_{S_{\text{det}}} dx' \delta_+(x, x')$ 表示探测区域的形状, 以及函数 $R(x, \Omega) = |u(x, \Omega) + e^{2i\phi_L(x)} v^*(x, -\Omega)|^2$ 表示噪声空间密度.

这样 (18) 式可以表示为

$$\delta N(\Omega) = - \int_{S_{\text{det}}} dx \sigma(x) |\alpha_L(x)|^2 \\ + \int_{S_{\text{det}}} dx \sigma(x) |\alpha_L(x)|^2 R(x, \Omega). \quad (19)$$

从而可以将探测器噪声谱表示为

$$V(\Omega) = \int_{S_{\text{det}}} dx [1 - \sigma(x)] |\alpha_L(x)|^2$$

$$+ \int_{S_{\text{det}}} dx \sigma(x) |\alpha_L(x)|^2 R(x, \Omega). \quad (20)$$

3. 信号场噪声谱的仿真图

从文献[14]中可知,当探测区域为对称区域时,函数 $\alpha(x)$ 的值为 1,才能得到压缩光.

下面我们给出了共焦腔噪声谱的 Matlab 仿真图.纵坐标表示相对于散粒噪声归一化的噪声谱,横坐标分别是抽运幅度和共焦腔失谐量.

图 3 表示了零频时探测到的压缩谱相对于抽运光幅度的变化量,图 3(a)和(b)分别表示本底光束的相位为 $\phi_L(x) = \pi$ 和 $\phi_L(x) = 0$,这时认为共焦腔的失谐量为 $\Delta = 0$.从图中可以看出,只有选择本底光束的相位为 $\phi_L(x) = \pi$ 时,我们才可以探测到压缩光束.

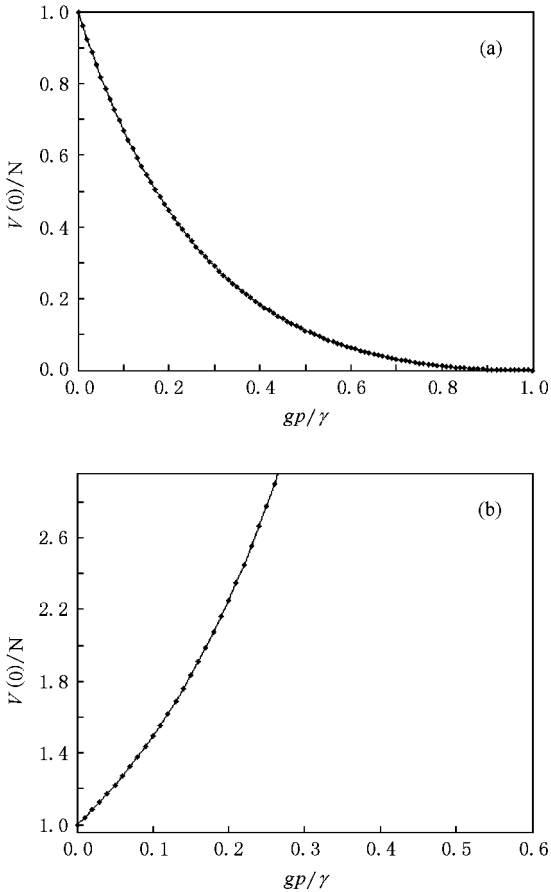


图 3 以抽运光幅度为横坐标时的噪声谱 (a)本底光的相位为 π 时探测到的压缩谱;(b)本底光的相位为 0 时探测到的压缩谱

压缩谱相对于共焦腔失谐量的变化.图 4(a)和(b)分别表示了本底光束在探测平面上的相位为 $\phi_L(x) = \pi$ 和 $\phi_L(x) = 0$.从图中可以看出,腔失谐量对于产生的多模压缩光场的压缩度有一定的影响.

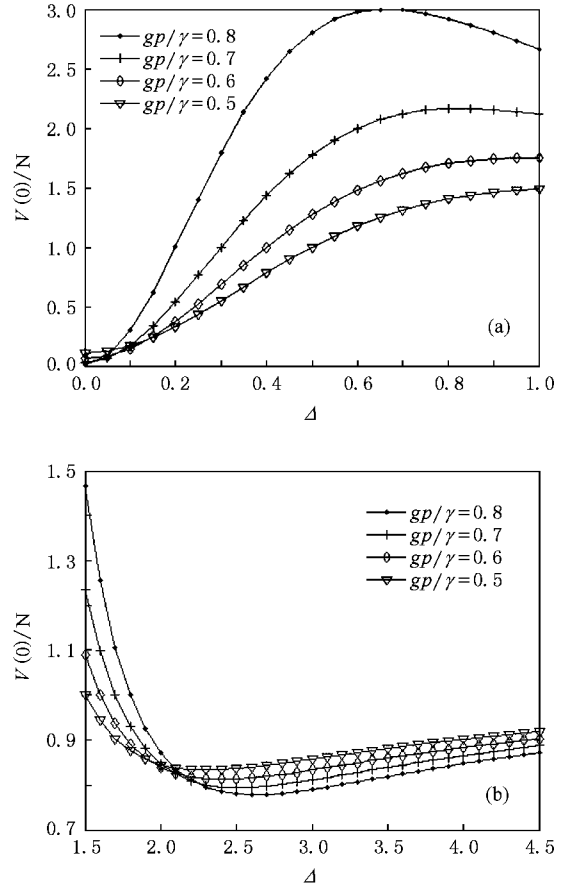


图 4 以抽运光幅度为横坐标时的噪声谱 (a)本底光的相位为 π 时探测到的压缩谱;(b)本底光的相位为 0 时探测到的压缩谱

4. 结 论

通过理论分析和仿真模拟结果可以看出,利用共焦腔可以得到多模压缩光场.在利用平衡零拍探测时,引入的本底光束的相位不同,会影响探测到噪声谱的压缩度,因此我们在探测时,应选择特定的本底光场的相位,以便得到好的探测效果.从仿真图可以看出,抽运光的强度和共焦腔的失谐量对于噪声谱的压缩度都会有影响,当考虑本底光的相位选择对于压缩度探测的影响时,我们认为在满足振荡条件的情况下应尽量增加抽运光幅度,并且减小共焦腔的失谐量,才可以得到好的噪声谱压缩度.

图 4 表示零频时,对于给定的抽运场,探测到的

- [1] Lugiato L A , Gatti A , Brambilla E 2002 *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **4** S176
- [2] Kolobov M I , Fabre C 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 3789
- [3] Treps N , Andersen U , Buchler B , Lam P K , Maître A , Bachor H A , Fabre C 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 203601
- [4] Fabre C , Fouet J B , Maître A 2000 *Opt. Lett.* **25** 76
- [5] Sokolov I V , Kolobov M I , Gatti A , Lugiato L A 2001 *Opt. Commun.* **193** 175
- [6] Peng K C , Huang M Q , Liu J , Lian Y M , Zhang T C , Yu C , Xie C D , Guo G C 1993. *Acta. Phys. Sin.* **42** 1079 (in Chinese) [彭堃堃、黄茂全、刘 晶、廉毅敏、张天才、于 辰、谢常德、郭光灿 1993 物理学报 **42** 1079]
- [7] Takao Aoki , Go Takahashi , Akira Furusawa 2006. *Opt. Exp.* **14** 6930
- [8] Zhang W J , Wang Z G , Xie S Y , Yang Y P 2007 *Acta. Phys. Sin.* **56** 2168 (in Chinese) [张婉娟、王治国、谢双媛、羊亚平 2007 物理学报 **56** 2168]
- [9] Honda K , Akamatsu D 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 09360
- [10] Huo W Y , Long G L 2008 *New Journal of Physics.* **10** 013026
- [11] Huo W Y , Long G L 2008 *Applied Physics Letters.* **92** 133102
- [12] Etaki S , Poot M , Mahboob I , Onomitsu K , Yamaguchi H , Van Der Zant H S J 2008 *Nature Physics.* **4** 785
- [13] Ye C G , Zhang J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6962 (in Chinese) [叶晨光、张 靖 2008 物理学报 **57** 6962]
- [14] Petsas K I , Gatti A , Lugiato L A , Fabre C 2003 *Eur. Phys. J. D* **22** 501
- [15] Lopez L , Gigan S , Treps N , Maître A , Fabre C 2005 *Phys. Rev. A* **72** 013806
- [16] Gardiner C W , Collett M J 1985 *Phys. Rev. A* **31** 3761
- [17] Loudon R , Knight P L 1987 *Journal of Modern Optics.* **34** 709

Multimode squeezed light generation in a three-plane-mirror confocal cavity^{*}

Wang Li^{1,2†} Bi Si-Wen¹⁾ Wang Guo-Guo^{1,2)}

¹ *State Key Laboratory of Transient Optics and Photonics , Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics , Chinese Academy of Sciences , Xi'an 710119 , China)*

² *Graduate School , Chinese Academy of Sciences , Beijing 100049 , China)*

(Received 18 March 2009 ; revised manuscript received 28 April 2009)

Abstract

In this paper , we propose a kind of degenerate optical parametric oscillator below threshold and use the thin crystal approximation to analyze the quantum noise reduction of the spectrum emitted from this cavity , and get the relation between the squeezing level and the pump field or the cavity detuning. We found that better squeezing level could be obtained only by properly choosing the phase of the local field , the amplitude of the pump field and the cavity detuning of the confocal cavity .

Keywords : confocal cavity , multimode squeezing light , balanced homodyne detection , squeezed level

PACC : 0367 , 4250

^{*} Project supported by the Knowledge Innovation and Frontiers Discipline Arrangement of Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics of the Chinese Academy of Sciences , China (Grant No. 0654311213).

[†] Corresponding author. E-mail : wli629@opt.ac.cn