

多孔材料在压缩载荷作用下的屈曲失效模式分析^{*}

刘培生[†]

(北京师范大学核科学与技术学院, 射线束技术与材料改性教育部重点实验室, 北京 100875)

(2010 年 2 月 7 日收到; 2010 年 6 月 4 日收到修改稿)

压缩是工程材料最基本的承载方式之一, 多孔材料中的孔棱受到压缩载荷时可能产生屈曲行为. 建立了各向同性三维网状高孔率多孔材料的简化结构失效模型, 分析了这种材料在不同压缩载荷作用下由于孔棱发生屈曲而引起的失效模式, 系统地得出了单向压缩、双向压缩和三向压缩等三种承载形式下这种多孔体受压而导致孔棱屈曲时名义主应力与孔率的数理关系. 在此基础上, 进一步得出了此类材料在压缩载荷作用下发生孔棱屈曲的载荷条件.

关键词: 多孔材料, 泡沫材料, 压缩载荷, 屈曲失效

PACC: 6220M, 8100

1. 引 言

多孔材料的综合性能优异, 在工程领域具有广泛的应用^[1-12]. 因此, 其力学性能受到高度重视, 并得到大量研究^[1, 13-33]. 由有机基体沉积金属法^[1-5, 34]和高压渗流铸造法^[1-5, 35]等工艺制备得到的高孔率泡沫金属, 具有孔隙连通、孔率高、呈三维网状形态、结构均匀等特点, 可适于分离过滤、消声减振、电磁屏蔽、热交换、生物移植、电化学反应等用途. 此类高孔率泡沫材料在承载过程中表现出来的力学行为具有不同于致密材料和低孔率材料的特征, 如多孔化造成了泡沫态韧性材料宏观性的整体脆化, 这将导致该材料在拉压载荷作用下不再表现出明显的宏观性屈服, 甚至是宏观性屈服现象基本消失. 在诸多工程应用的力学行为中, 最为基础的即是拉伸和压缩性能. 在实际工程应用中, 除最简单的单向载荷作用外, 多孔泡沫材料也经常会受到面内多向载荷作用和空间多向载荷作用. 本文探讨该材料在各种压缩载荷作用下的屈曲现象, 分析不同压缩载荷作用下多孔体由于其中孔棱屈曲而失效的可能性, 并得到了该类材料在单向、双向和三向压缩载荷作用下多孔体失效源于孔棱屈曲模式的相关条件和力学关系表征. 通过这

些数理关系式, 解析对应于不同载荷情形下多孔体的承载水平, 分别得出多孔材料在相应受力状态下使用时由于孔棱屈曲而造成失效的强度设计判据.

2. 分析模型

对于各向同性的均匀结构三维网状多孔材料, 为简化其压缩载荷作用下的力学行为分析, 可将其结构抽象为“八面体模型”^[19, 27-29, 33], 如图 1 所示. 当多孔体承受压缩载荷 (包括单向压缩载荷、双向压缩载荷和三向压缩载荷) 时, 不但其孔棱内部产生的最大拉应力达到对应密实材质的许用正应力 (如抗拉强度 σ_0) 或最大切应力达到对应密实材质的许用切应力 (如剪切强度 τ_0) 时会导致造成多孔体整体破坏的断裂出现^[33], 而且当孔棱发生屈曲时也可能导致造成多孔体整体坍塌的失稳失效. 前一失效形式已在文献[33]中进行了较为详细的研究, 本文主要探讨后一失效形式, 即稳定性失效的问题.

3. 数理关系

当多孔体受到外加载荷时, 其内部单元八面体

^{*} 北京师范大学测试基金 (批准号: C10) 资助的课题.

[†] E-mail: liu996@263.net

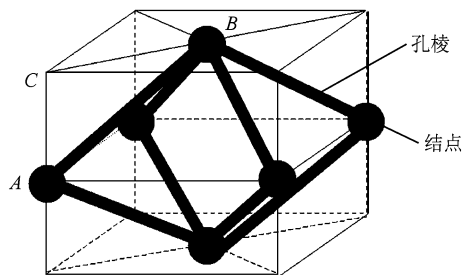


图1 各向同性三维网状多孔材料的简化结构分析模型(“八面体模型”)

中的孔棱将产生偏转或具有偏转的趋势. 由于本分析模型中的孔棱是完全等价的^[28, 36], 因此任何一条孔棱都可表征其他的孔棱^[19, 27—29, 33], 如可将图1中孔棱 AB 隔离出来进行受力分析(图2).

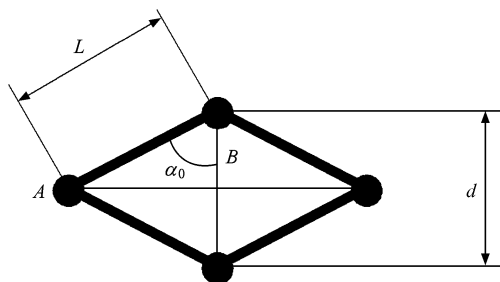


图2 单元八面体中的相对四棱

关于多孔体承受压缩载荷而发生孔棱拉断或剪断的破坏模式, 已在文献[33]中进行了较为详细的研究. 因为高孔率多孔体的孔棱可以属于细长杆或中长杆的范畴, 所以也可能存在其受压屈曲的问题, 故本文主要探讨多孔体承受压缩载荷时发生孔棱屈曲而导致整体坍塌的失效行为.

3.1. 分析模型的简化处理

将上述单元八面体的孔棱视为均匀圆柱, 则根据立体几何及体积比关系并结合图1可得到下列八面体棱长 L 和八面体棱径 r 的表达式^[19]:

$$L \approx \frac{\sqrt{3}}{2}d, \quad (1a)$$

$$r \approx \sqrt{\frac{1-\theta}{4\sqrt{3}\pi}}d, \quad (1b)$$

式中 d 为包容单元八面体的立方体边长, θ 为多孔体的孔率.

当多孔体受到拉压载荷时, 其单元八面体中的棱柱与单元八面体的轴线之间的夹角将会减小或

具有减小的趋势, 因此可将棱柱视为侧结点 A 处固定而顶结点 B 处受到载荷作用. 图2中 α_0 是棱柱与单元八面体轴线的原夹角, 由几何关系易知

$$\alpha_0 = \arccos(\sqrt{3}/3). \quad (2)$$

在原单元八面体中, 结合其结点剖面简图(图3)的几何关系及(1), (2)两式, 可得扣除结点损失的棱柱长度为

$$\begin{aligned} L' &\approx L - 2\overline{OO_1} \\ &\approx L - 2\overline{O_1P} \\ &\approx L - 2[r/\sin(\pi - 2\alpha_0)] \\ &\approx L - 2[r/\sin 2\alpha_0] \\ &\approx \sqrt{3}\left(\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{\sqrt{3}(1-\theta)}{8\pi}}\right)d. \end{aligned} \quad (3)$$

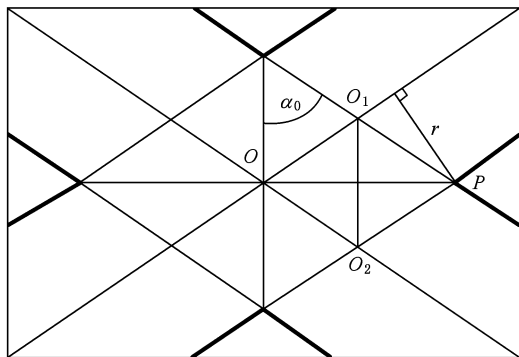


图3 单元八面体模型中的结点剖面简图(经图1中过相对的两棱轴线之平面剖开结点而成)

根据工程力学^[37]的知识, 并考虑到已假定孔棱为一端固定而另一端自由承载的受力状态, 可得其长细比为

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{2L'}{\sqrt{I/A}} \\ &\approx \frac{2L'}{\sqrt{\left(\frac{\pi r^4}{4}\right)/(\pi r^2)}} \\ &\approx \frac{\sqrt{3}\left(2 - \sqrt{2\sqrt{3}(1-\theta)/\pi}\right)d}{\sqrt{\frac{1-\theta}{4\sqrt{3}\pi}}} \\ &= 4\sqrt{3\sqrt{3}\pi/(1-\theta) - 6\sqrt{2}}, \end{aligned} \quad (4)$$

式中 I 和 A 分别为孔棱的惯性矩和横截面积.

3.1.1. 细长杆情形

当 $\lambda \geq \pi\sqrt{E/\sigma_p}$, 即

$$4 \sqrt{3 \sqrt{3\pi/(1-\theta)} - 6 \sqrt{2}} \geq \pi \sqrt{E/\sigma_p}, \quad (5)$$

亦即

$$\theta \geq 1 - 48 \sqrt{3\pi/(\pi \sqrt{E/\sigma_p} + 6 \sqrt{2})^2} \quad (6)$$

时,孔棱属于细长杆. 这里 E 为材料的杨氏模量, σ_p 为材料的比例极限.

由欧拉公式^[37]可知,一端固定另一端自由且长度为 L' 的细长杆要保持稳定所能承受的临界载荷 P_{cr} 和欧拉临界应力 σ_{cr} 可分别表示为

$$P_{cr} = \pi^2 EI / (2L')^2, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{cr} &= \frac{P_{cr}}{A} \\ &= \frac{\pi^2 EI}{(2L')^2 A} \\ &= \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

当工作安全因数 n_w 大于规定的稳定安全因数 n_{st} 时,即

$$n_w = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2 \sigma} \geq n_{st} \quad (9)$$

时,承载系统可以保持不发生屈曲. 这里 σ 为工作应力.

3.1.2. 中长杆情形

当 $\pi \sqrt{E/\sigma_p} > \lambda \geq (a - \sigma_s)/b$, 即

$$\begin{aligned} \pi \sqrt{E/\sigma_p} &> 4 \sqrt{3 \sqrt{3\pi/(1-\theta)} - 6 \sqrt{2}} \\ &\geq (a - \sigma_s)/b, \end{aligned} \quad (10)$$

亦即

$$\begin{aligned} 1 - 48 \sqrt{3\pi/(\pi \sqrt{E/\sigma_p} + 6 \sqrt{2})^2} &> \theta \\ &\geq 1 - 48 \sqrt{3\pi/((a - \sigma_s)/b + 6 \sqrt{2})^2} \end{aligned} \quad (11)$$

时,孔棱属于中长杆. 这里 σ_s 为材料的屈服应力; a 和 b 均为与材料有关的常数,单位为 MPa.

对于中长杆,有

$$\sigma_{cr} = a - b\lambda, \quad (12)$$

因此当

$$n_w = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma} = \frac{a - b\lambda}{\sigma} \geq n_{st} \quad (13)$$

时,承载系统可以保持不发生屈曲.

3.1.3. 粗短杆情形

当 $\lambda < (a - \sigma_s)/b$, 即

$$4 \sqrt{3 \sqrt{3\pi/(1-\theta)} - 6 \sqrt{2}} < (a - \sigma_s)/b, \quad (14)$$

亦即

$$\theta < 1 - 48 \sqrt{3\pi/((a - \sigma_s)/b + 6 \sqrt{2})^2} \quad (15)$$

时,孔棱属于粗短杆.

对于粗短杆,有

$$\sigma_{cr} = \sigma_s. \quad (16)$$

因此当

$$n_w = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{max}} = \frac{\sigma_s}{\sigma_{max}} \geq n_{st} \quad (17)$$

时,承载系统可以保持不发生屈服. 这里 σ_{max} 为杆件中的最大压应力. 由于多孔材料承受压缩载荷时,其孔棱中的最大应力 σ_{max} 出现在截面边缘^[30], 因此其服从边缘屈服准则^[37].

3.2. 数理模型中的量值关系

3.2.1. 细长杆情形

对于上述孔棱作为细长杆并发生弹性屈曲的情形,采用与文献[19, 29, 31]完全类似的推演方法,可得出单向压缩、双向压缩和三向压缩等三种载荷形式下多孔体孔棱轴向压应力分别为^[33]

$$\sigma \approx \frac{1}{1-\theta} \sigma_1, \quad (18a)$$

$$\sigma \approx \frac{1}{1-\theta} (\sigma_1 + \sigma_2), \quad (18b)$$

$$\sigma \approx \frac{1}{1-\theta} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3), \quad (18c)$$

式中 σ_1 , σ_2 和 σ_3 为多孔体压缩时外加载荷的名义主应力.

利用(18)式并结合(4), (8)和(9)式,按照类似于文献[19, 29, 31]的系数修正法对上述孔棱轴向压应力的值进行修正,最后可得出不同压缩载荷作用下多孔体中孔棱发生临界弹性屈曲时名义主应力与孔率的数理关系,其中关于单向压缩、双向压缩和三向压缩等三种载荷形式的具体关系分别为

$$\begin{aligned} &4k_{BT}n_{st} \left(2 \sqrt{3 \sqrt{3\pi}} - 3 \sqrt{2(1-\theta)} \right)^2 \sigma_1 \\ &\approx \pi^2 E (1-\theta)^2, \end{aligned} \quad (19a)$$

$$\begin{aligned} &4k_{BT}n_{st} \left(2 \sqrt{3 \sqrt{3\pi}} - 3 \sqrt{2(1-\theta)} \right)^2 \\ &\times (\sigma_1 + \sigma_2) \\ &\approx \pi^2 E (1-\theta)^2, \end{aligned} \quad (19b)$$

$$\begin{aligned} &4k_{BT}n_{st} \left(2 \sqrt{3 \sqrt{3\pi}} - 3 \sqrt{2(1-\theta)} \right)^2 \\ &\times (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ &\approx \pi^2 E (1-\theta)^2, \end{aligned} \quad (19c)$$

式中 k_{BT} 是为修正正应力而引入的细长杆材料常数. 由于杨氏模量 E 和规定的稳定安全因数 n_{st} 都是材料的固有参量,因此可令

$$K_{BT} = \pi^2 E / (4k_{BT} n_{st}). \quad (20)$$

于是, 可将(19)式统一地表示为

$$(2 \sqrt{3 \sqrt{3\pi}} - 3 \sqrt{2(1-\theta)})^2 \sum_{i=1}^3 \sigma_i \approx K_{BT} (1-\theta)^2, \quad (21)$$

式中 K_{BT} 是细长杆的另一个材料常数, 其值既取决于多孔体的制备工艺条件, 同时又取决于多孔体的材质种类; $\sum_{i=1}^3 \sigma_i$ 是三向外加载荷名义主应力之和.

3.2.2. 中长杆情形

将(18)式结合(4), (12)和(13)式, 完全按照上述对细长杆情形的处理方法, 最后可得出压缩载荷作用下多孔体中孔棱发生临界弹塑性屈曲时名义主应力与孔率的数理关系, 即

$$\sum_{i=1}^3 \sigma_i \approx K_{BM} [(a + 6b \sqrt{2})(1-\theta) - 4b \sqrt{3 \sqrt{3\pi}(1-\theta)}], \quad (22)$$

式中 K_{BM} 是类似于 K_{BT} 的中长杆材料常数, 其值也取决于多孔体的材质种类和制备工艺条件.

3.2.3. 粗短杆情形

对于上述孔棱作为粗短杆并发生边缘屈服的情形, 采用与文献[19, 29—31]完全类似的处理和推演方法, 并参照上述对细长杆情形的系数修正, 可得出不同压缩载荷作用下多孔体中孔棱发生临界边缘屈服时名义主应力与孔率的数理关系, 结果完全类似于文献[33]中的剪切破坏模式关系式. 因而关于单向压缩、双向压缩和三向压缩等三种载荷形式的具体关系可分别表示为

$$\left[1 + \frac{\sqrt{2 \sqrt{3\pi}}}{12\pi} (1-\theta)^{1/2}\right] \sigma_1 \approx K_{BS} (1-\theta)^m \sigma_s, \quad (23a)$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) - \sigma_1 \sigma_2} + \frac{\sqrt{2 \sqrt{3\pi}}}{12\pi} (1-\theta)^{1/2} \\ & \times (\sigma_1 + \sigma_2) \approx K_{BS} (1-\theta)^m \sigma_s, \end{aligned} \quad (23b)$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1)} \\ & + \frac{\sqrt{2 \sqrt{3\pi}}}{12\pi} (1-\theta)^{1/2} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ & \approx K_{BS} (1-\theta)^m \sigma_s, \end{aligned} \quad (23c)$$

式中 K_{BS} 是类似于 K_{BT} 和 K_{BM} 的短粗杆材料常数, 其值同样取决于多孔体的材质种类和制备工艺条件; m 是对应致密材料的塑脆性指标 (介于 1—1.5 之

间), 对应为塑性适中的一般金属或合金时可取^[19, 29—31, 33] $m \approx 1.25$.

4. 屈曲判据

由以上所述可直接得出多孔体孔棱发生弹性屈曲 (细长杆情形) 和弹塑性屈曲 (中长杆情形) 的载荷条件分别为

$$(2 \sqrt{3 \sqrt{3\pi}} - 3 \sqrt{2(1-\theta)})^2 \sum_{i=1}^3 \sigma_i \geq K_{BT} (1-\theta)^2, \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 \sigma_i & \geq K_{BM} [(a + 6b \sqrt{2})(1-\theta) \\ & - 4b \sqrt{3 \sqrt{3\pi}(1-\theta)}]. \end{aligned} \quad (25)$$

多孔体孔棱在单向压缩、双向压缩和三向压缩承载条件下发生边缘屈服 (短粗杆情形) 的条件分别为

$$\begin{aligned} & \left[1 + \frac{\sqrt{2 \sqrt{3\pi}}}{12\pi} (1-\theta)^{1/2}\right] \sigma_1 \\ & \geq K_{BS} (1-\theta)^m \sigma_s, \end{aligned} \quad (26a)$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) - \sigma_1 \sigma_2} + \frac{\sqrt{2 \sqrt{3\pi}}}{12\pi} \\ & \times (1-\theta)^{1/2} (\sigma_1 + \sigma_2) \\ & \geq K_{BS} (1-\theta)^m \sigma_s, \end{aligned} \quad (26b)$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1)} \\ & + \frac{\sqrt{2 \sqrt{3\pi}}}{12\pi} (1-\theta)^{1/2} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ & \geq K_{BS} (1-\theta)^m \sigma_s. \end{aligned} \quad (26c)$$

5. 结 论

对于各向同性的均匀结构三维网状多孔材料, 若其孔率 θ 与其对应致密材质的杨氏模量 E 和比例极限 σ_p 满足(6)式的关系时, 其孔棱属于细长杆. 此时如果作用在多孔体上的压缩载荷条件满足(24)式的条件, 则多孔体将会由于其孔棱发生弹性屈曲而失效.

多孔材料在其孔率 θ 与其对应致密材质的杨氏模量 E 、比例极限 σ_p 和屈服应力 σ_s 满足(11)式的关系时, 其孔棱属于中长杆. 此时如果作用在多孔体上的压缩载荷条件满足(25)式的条件, 则多孔体将会由于其孔棱发生弹塑性屈曲而失效.

多孔材料在其孔率 θ 与其对应致密材质的屈服应力 σ_s 满足(15)式的关系时,其孔棱属于粗短杆. 此时如果作用在多孔体上的压缩载荷条件满足

(26)式的条件,则多孔体将会由于其孔棱发生边缘屈服而破坏.

[1] Gibson L J, Ashby M F 1999 *Cellular Solids: Structure and Properties* (Cambridge: Cambridge University Press)

[2] Banhart J 2001 *Prog. Mater. Sci.* **46** 559

[3] Liu P S, Liang K M 2001 *J. Mater. Sci.* **36** 5059

[4] Davis M E 2002 *Nature* **417** 831

[5] Turnbull M M, Landee C P 2002 *Science* **298** 1723

[6] Liu P S 2004 *Introduction to Porous Materials* (Beijing: Tsinghua University Press) (in Chinese) [刘培生 2004 多孔材料引论 (北京: 清华大学出版社)]

[7] Ma C L 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1952 (in Chinese) [马春兰 2004 物理学报 **53** 1952]

[8] van Santen R A 2006 *Nature* **444** 46

[9] Zhao X F, Fang Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3785 (in Chinese) [赵信峰、方 炎 2006 物理学报 **55** 3785]

[10] Zhang H W, Li Y X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4864 (in Chinese) [张华伟、李言祥 2007 物理学报 **56** 4864]

[11] Rosa M E 2008 *Phil. Mag. Lett.* **88** 637

[12] Wang C F, Li Q S, Hu B, Li W B 2009 *Chin. Phys. B* **18** 2610

[13] Hamiuddin M 1986 *Powder Metall. Int.* **18** 73

[14] Ashby M F, Evans A, Fleck N A, Gibson L J, Hutchinson J W, Wadley H N G 2000 *Metal Foams: A Design Guide* (Boston: Elsevier Science)

[15] Nagaki S, Sowerby R, Goya M 1991 *Mater. Sci. Eng. A* **142** 163

[16] Silva M G D A, Ramesh K T 1997 *Mater. Sci. Eng. A* **232** 11

[17] Simone A E, Gibson L J 1997 *Mater. Sci. Eng. A* **229** 55

[18] Han F S, Liu C S, Zhu Z G 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 520 (in Chinese) [韩福生、刘长松、朱震刚 1998 物理学报 **47** 520]

[19] Liu P S 2000 *J. Adv. Mater.* **32** 9

[20] Deshpande V S, Fleck N A 2000 *J. Mech. Phys. Solids* **48** 1253

[21] Badiche X, Forest S, Guibert T, Bienvenu Y, Bartout J D, Jenny P, Crosset M, Bernet H 2000 *Mater. Sci. Eng. A* **289** 276

[22] Nieh T G, Higashi K, Wadsworth J 2000 *Mater. Sci. Eng. A* **283** 105

[23] Benouali A H, Froyen L, Delerue J F, Wevers M 2002 *Mater. Sci. Tech.* **18** 489

[24] Kwon Y W, Cooke R E, Park C 2003 *Mater. Sci. Eng. A* **343** 63

[25] Choe H, Dunand D C 2004 *Mater. Sci. Eng. A* **384** 184

[26] Liu P S, Sang H B 2004 *Int. J. Iron Steel Res.* **11** 53

[27] Liu P S 2006 *Mater. Sci. Eng. A* **422** 176

[28] Liu P S 2007 *Materials Science Research Horizon* (New York: NOVA Science Publishers) Chap 3

[29] Liu P S 2007 *Mater. Des.* **28** 2678

[30] Liu P S 2009 *Mater. Sci. Eng. A* **507** 190

[31] Liu P S, Chen G F, Chen Y M 2009 *Phil. Mag. Lett.* **89** 655

[32] Liu P S 2010 *Mater. Des.* **31** 2264

[33] Liu P S 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 4849 (in Chinese) [刘培生 2010 物理学报 **59** 4849]

[34] Liu P S, Liang K M 2000 *Mater. Sci. Tech.* **16** 575

[35] Zhang W K, Li N Z, He D P 2005 *J. Mater. Res.* **15** 1248

[36] Liu P S 2006 *Chin. J. Mater. Res.* **20** 64 (in Chinese) [刘培生 2006 材料研究学报 **20** 64]

[37] Fan Q S 2008 *Engineering Mechanics* (Beijing: Machinical Industry Press) (in Chinese) [范钦珊 2008 工程力学 (北京: 机械工业出版社)]

Analyses of buckling failure mode for porous materials under compression^{*}

Liu Pei-Sheng[†]

(*Key Laboratory of Beam Technology and Material Modification of Ministry of Education, College of Nuclear Science and Technology, Beijing Normal University, Beijing 100875, China*)

(Received 7 February 2010; revised manuscript received 4 June 2010)

Abstract

The compressive behavior is one of most basic mechanical properties for engineering materials, and the struts of porous materials under compression may display the buckling phenomena when the porous bodies are under compressive loadings. In the present paper, a failure model of simplified structures is established for isotropic three-dimensional reticulated porous materials, and the failure modes resulting from the strut bucklings are analyzed for these materials under compressive loadings. The mathematical relationships between nominal main stresses and porosities are systemically derived for this buckling failures of these materials under uniaxial compression, biaxial compression and triaxial compression. Based on these results, the relevant loading conditions resulting in the strut buckling are further obtained for these materials under compressive loadings.

Keywords: porous material, foamed material, compressive load, buckling failure

PACC: 6220M, 8100

^{*} Project supported by the Testing Foundation of Beijing Normal University, China (Grant No. C10).

[†] E-mail: liu996@263.net