

杂质对量子环上荷负电激子的影响*

吴 洪[†]

(集美大学物理系, 厦门 361021)

(2010 年 2 月 7 日收到; 2010 年 7 月 5 日收到修改稿)

讨论了在杂质电荷的电场影响下, 量子环上荷负电激子 X^- 的能-光谱及其 Aharonov-Bohm 振荡. 当轨道总角动量不守恒的情况下, 提出如何按轨道角动量分类构成基矢组并用典型的对角化方法求解体系的本征值和本征矢的方案. 该方案计算简单, 计算结果令人满意. 还讨论了运用等效电荷变换公式和变换图, 把位于三维空间的杂质简化为二维平面(或 x 轴上)的杂质处理, 使计算变得更简单, 对结果的分析也更明晰.

关键词: 杂质, 量子环, 荷负电激子, Aharonov-Bohm 振荡

PACC: 7135, 7115P, 7320D

1. 引 言

在绝缘体和半导体的物理性质、碳纳米管的物理性质以及电导涨落现象等问题中, 激子都是决定性因素. 近年来人们对量子环上激子开展了广泛和深入的研究, 比如激子理论、Aharonov-Bohm 振荡 (ABO) 效应^[1-6] 以及介质电容率^[7]、有效质量^[8-10]、外部电场^[11-13]、杂质^[14, 15] 等等外部因素对激子的影响. 在荷负电激子方面, 文献 [16, 17] 的作者在理论及实验方面都得到了出色的结果. 为了减少数值计算量, 他们采用的数学方法是把体系轨道波函数分离为质心运动和相对运动两部分来处理. 这种处理方法通常是将轨道总角动量取为零, 但计算结果在外磁场稍大时会出现很大的误差. 文献 [18] 用另一种方案处理无外电场时环上激子体系, 成功地减小了数值计算量, 且不会出现文献 [16] 中所谓的“抗磁移动”(即 ABO 曲线随磁场的增大而上移的现象).

本文将文献 [18] 的方案推广到有杂质的情况. 杂质电场破坏了体系的绕轴旋转对称性, 在磁场确定后, 组成波函数的基矢的轨道总角动量 K 不再与波函数的平均轨道总角动量 \bar{K} 相等 ($K \neq \bar{K}$, $\Delta K \neq 0$), 因此所需基矢的数目增加了. 为限制基矢的数

目, 我们选用 K 值合适的基矢构成基矢组 $\Omega^{(S=0, 1)}$. 用 $\Omega^{(S)}$ 中的基矢构成的波函数得到了满意的结果, 且数值计算的工作量也不是很大.

本文首先介绍有杂质时的激子理论, 并讨论杂质在 x - y 平面上、不同电荷情况下激子的 ABO, 然后利用等效电荷变换公式和等效变换图, 把位于三维空间的杂质简化为二维平面(或 x 轴上)的杂质处理, 使计算变得更简单, 对结果的分析也更明晰.

2. 理 论

2.1. 量子环上荷负电激子和杂质的模型

如图 1 所示, 在 x - y 平面上有一半径为 R , 中心在坐标原点的一维量子环. 环上在球坐标 $\mathbf{R}_0 = (R, \frac{\pi}{2}, \phi_0)$, $\mathbf{R}_1 = (R, \frac{\pi}{2}, \phi_1)$, $\mathbf{R}_2 = (R, \frac{\pi}{2}, \phi_2)$ 处分别有一个价带上的空穴 e_0 和一对空带上的电子 e_1, e_2 , 价带与空带间的禁带能隙为 ε_{gap} . 环外 $\mathbf{R}_p = (R_p, \theta_p, \phi_p)$ 处有一荷电杂质, 杂质的带电量 e_p 为电子电量绝对值 $|e|$ 的 N 倍, 即 $e_p = N|e|$, N 为整数. 外加均匀磁场的磁感应强度 $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$ 平行于 z 轴. 若激子中的一个电子与空穴复合, 复合过程中辐射出一个能量为

* 福建省自然科学基金(批准号:2006J0238, T0650010)资助的课题.

[†] E-mail: hwu@jmu.edu.cn

$h\nu$ 的光子,则环上只剩下一个终态电子.

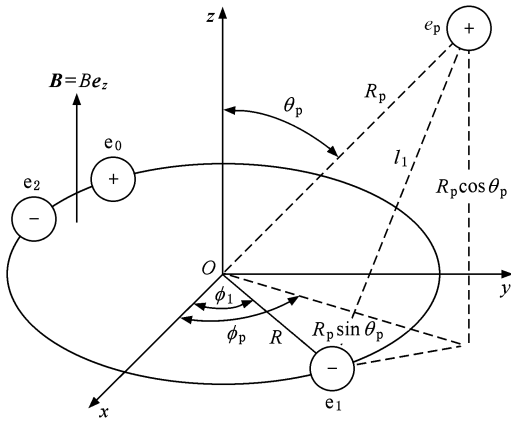


图1 量子环上荷负电激子与荷电杂质模型

2.2. 哈密顿量

体系的哈密顿量为

$$\begin{aligned}
 H &= \sum_{i=0}^2 \frac{1}{2m_i^*} \left(\mathbf{P}_i - \frac{e_i}{c} \mathbf{A}_i \right)^2 + \sum_{i=0}^2 \sum_{j \neq i} V_{i,j}(|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j|) \\
 &+ \sum_{i=0}^2 V_{i,p}(|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_p|) + H_{\text{Zeeman}} \\
 &= \sum_{i=0}^2 T_i + \sum_{i=0}^2 \sum_{i \neq j} V_{i,j} + \sum_{i=0}^2 V_{i,p} + H_{\text{Zeeman}}, \quad (1)
 \end{aligned}$$

其中下标 $i, j = 1, 2$ 表示电子,下标 $i = 0$ 表示空穴. 粒子电荷 $e_{1,2} = -|e|$, $e_0 = +|e|$, $e_p = N|e|$, e 为电子电量. 本文采用粒子有效质量近似, m_e^* 为电子的有效质量,取为 $0.067m_e$, 其中 m_e 为电子质量; m_0^* 为空穴的有效质量,取 $m_e^*/m_0^* = 1/4$; \mathbf{A} 为外加磁场矢势,由关系式 $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ 可知,在粒子所在位置的矢势为 $\mathbf{A} = A\mathbf{e}_\phi = \left(\frac{1}{2}R_0B\right)\mathbf{e}_\phi$, 其中 \mathbf{e}_ϕ 为环上场点切线方向的单位矢量, $\mathbf{e}_\phi = -\sin\phi\mathbf{e}_x + \cos\phi\mathbf{e}_y$. (1)式中的 T_i 为环上三粒子的动能项, $V_{i,j}$ 为环上三粒子间的库仑作用项, $V_{i,p}$ 为杂质与环上粒子间的库仑作用项. $H_{\text{Zeeman}} = g\mu_B S_z^{(X)}$ 是 Zeeman 能量,其中 $S_z^{(X)}$ 是激子总磁矩的 z 分量. 本文略去 H_{Zeeman} 项,不影响定性结论.

2.3. 基矢与基矢组

考虑电子对的交换对称性质,量子环上荷负电激子的轨道波函数的基矢可按电子对的总自旋 S 为 0 或 1 取为^[15, 16, 18]

$$\phi_{k_0, k_1, k_2}^{(S)} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{1+\delta_{k_1, k_2}} \frac{1}{(2\pi)^{2/3}} \exp(ik_0\phi_0)$$

$$\begin{aligned}
 &\times \{ \exp[i(k_1\phi_1 + k_2\phi_2)] + (-1)^S \\
 &\times \exp[i(k_2\phi_1 + k_1\phi_2)] \}. \quad (2)
 \end{aligned}$$

这里 k_0 和 k_1, k_2 分别为环上空穴 e_0 和电子 e_1, e_2 的轨道角动量. $-15 \leq k_0 \leq 15$, $-15 \leq k_1 \leq 15$, 当 $S = 0$ 时, $k_1 \leq k_2 \leq 15$, 当 $S = 1$ 时, $k_1 < k_2 < 15$.

激子不受外部电场影响时,环上体系具有绕 z 轴旋转对称性质. 磁感应强度 \mathbf{B} 确定后,环上三粒子的轨道总角动量 $K (K = k_0 + k_1 + k_2)$ 也随之而定. 在无杂质的情况下,不同的磁通量子数 ω 的取值范围所对应的轨道总角动量、角动量涨落如表 1 所列.

表1 无杂质电荷的情况下,不同的磁通量子数 ω 的取值范围所对应的轨道总角动量、角动量涨落值

$\omega = \Phi / \left(\frac{hc}{2e}\right)$	-1- +1	+1- +3	+3- +5
$\bar{K} = \langle \Psi K \Psi \rangle \equiv K$	0	-1	-2
$\Delta K = \langle \Psi (K - \bar{K})^2 \Psi \rangle^{1/2}$	0	0	0

表 1 中 $\left(\frac{hc}{2e}\right)$ 为一个磁通量子所含的磁通数,其

值为^[19] 2.0676×10^{-15} Wb. 这里 c 为光速, h 为普朗克常数, $\Phi = \pi R^2 B$ 为穿过环的磁通量.

当 K 为定值时,构成波函数的基矢数非常少. 当量子环受到杂质电荷电场的影响时,环上体系绕 z 轴旋转对称性被破坏, K 不再为定值,这时所需基矢数极多. 在本文中,我们计算 ω 的取值范围在 0—+5 之间,选取基矢的轨道总角动量 K 在 -6—4. 本文只讨论 $S = 0$ 的情况,这些基矢构成的基矢组为

$$\begin{aligned}
 \Omega^{(0)} &= \left\{ \varphi_{k_0, k_1, k_2}^{(0)} \mid -15 \leq k_0 \leq 15, \right. \\
 &\quad \left. -15 \leq k_1 \leq 15; k_1 \leq k_2 \leq 15; \right. \\
 &\quad \left. -6 \leq \sum_{i=0}^2 k_i \leq 4 \right\}. \quad (3)
 \end{aligned}$$

这个基矢组所含基矢数为 3990. 用此基矢组我们得出比较满意的结果.

2.4. 哈密顿矩阵元

用(2)式的基函数,可导出所有的哈密顿矩阵元 $\langle H \rangle$.

动能项的矩阵元 $\langle T \rangle$ 可表示为

$$\begin{aligned}
 &\langle \varphi_{k_0, k_1, k_2} | T_0 + T_1 + T_2 | \varphi_{k_0, k_1, k_2} \rangle \\
 &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{2+\delta_{k_1, k_2}+\delta_{k_1, k_2}} 2\alpha
 \end{aligned}$$

$$\times \left[\sigma \left(k_0 - \frac{\omega}{2} \right)^2 + \left(k_1 + \frac{\omega}{2} \right)^2 + \left(k_2 + \frac{\omega}{2} \right)^2 \right] \\ \times \delta_{k_0, k_0} [\delta_{k_1, k_1} \delta_{k_2, k_2} + (-1)^S \delta_{k_1, k_2} \delta_{k_2, k_1}] \delta_{K', K}. \quad (4)$$

其中 $\alpha = \hbar/(2m_e^* R^2)$, $\sigma = m_e^*/m_h^*$ 为电子与空穴的有效质量比, $\delta_{K', K}$ 是由式中其他的 δ 函数所决定.

量子环上电子对间的库仑作用项的矩阵元 $\langle V_{1,2} \rangle$ 可表示为

$$\langle \varphi_{k_0, k_1, k_2} | V_{1,2} | \varphi_{k_0, k_1, k_2} \rangle \\ = \langle \varphi_{k_0, k_1, k_2} | \frac{e^2}{\varepsilon |\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2|} | \varphi_{k_0, k_1, k_2} \rangle \\ = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{2 + \delta_{k_1, k_2} + \delta_{k_1, k_2}} \delta_{k_0, k_0} \delta_{k_1 + k_2, k_1 + k_2} \\ \times \{ U_{1k_2 - k_2} + U_{1k_1 - k_1} + (-1)^S [U_{1k_2 - k_1} \\ + U_{1k_1 - k_2}] \} \delta_{K', K}. \quad (5)$$

量子环上电子与空穴间的库仑作用项的矩阵元 $\langle V_{0,1} \rangle$ 可表示为

$$\langle \varphi_{k_0, k_1, k_2} | V_{1,0} | \varphi_{k_0, k_1, k_2} \rangle \\ = \langle \varphi_{k_0, k_1, k_2} | \frac{-e^2}{\varepsilon |\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_0|} | \varphi_{k_0, k_1, k_2} \rangle \\ = - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{2 + \delta_{k_1, k_2} + \delta_{k_1, k_2}} \{ [\delta_{k_2, k_2} \delta_{k_0 - k_0, k_1 - k_1} \\ + \delta_{k_1, k_1} \delta_{k_0 - k_0, k_2 - k_2}] + (-1)^S [\delta_{k_1, k_2} \delta_{k_0 - k_0, k_1 - k_2} \\ + \delta_{k_2, k_1} \delta_{k_0 - k_0, k_2 - k_1}] \} U_{1k_0 - k_0} \delta_{K', K}. \quad (6)$$

量子环上电子 e_2 与空穴 e_0 间的库仑作用项矩阵元 $\langle V_{0,2} \rangle$ 和电子 e_1 与空穴 e_0 间的库仑作用项矩阵元 $\langle V_{0,1} \rangle$ 完全一样, (5) 和 (6) 式的数值积分 U_j 为^[15, 18]

$$U_j = \frac{e^2}{\varepsilon \pi} \int_{\beta=0}^{\pi/2} d\beta \frac{\cos(j\beta)}{\sqrt{R^2 \sin^2 \beta + d^2}}, \quad (7)$$

其中 d 为考虑环的宽度的影响并为了避免积分发散而引入的常数, 这里我们取^[15, 18] $d = 0.05R$.

量子环上带电粒子 e_i 与杂质电荷 e_p 间的库仑作用项的矩阵元 $\langle V_{i,p} \rangle$ 为

$$\langle \varphi_{k_0, k_1, k_2} | V_{0,p} | \varphi_{k_0, k_1, k_2} \rangle \\ = N \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{2 + \delta_{k_1, k_1} + \delta_{k_2, k_2}} \times \{ \delta_{k_1, k_1} \delta_{k_2, k_2} \\ + (-1)^S \delta_{k_1, k_2} \delta_{k_2, k_1} \} W_{1k_0 - k_0}, \quad (8)$$

式中 N 为整数, 而数值积分

$$W_j = \frac{2e^2}{\pi \varepsilon} \int_{\beta=0}^{\pi} d\beta \frac{\cos(j\beta)}{\sqrt{R_p^2 + R^2 - 2R_p R \cos \phi_0}}. \quad (9)$$

$$\langle \varphi_{k_0, k_1, k_2} | V_{1,p} | \varphi_{k_0, k_1, k_2} \rangle \\ = \langle \varphi_{k_0, k_1, k_2} | V_{2,p} | \varphi_{k_0, k_1, k_2} \rangle \\ = - \frac{N}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{2 + \delta_{k_1, k_1} + \delta_{k_2, k_2}} \delta_{k_0, k_0} \\ \times \{ [\delta_{k_2, k_2} W_{1k_1 - k_1} + \delta_{k_1, k_1} W_{1k_2 - k_2}] \\ + (-1)^S [\delta_{k_2, k_1} W_{1k_1 - k_2} + \delta_{k_1, k_2} W_{1k_2 - k_1}] \}. \quad (10)$$

(10) 式中没有 $\delta_{K', K}$ 因子, 这意味着由于杂质电荷的作用, 环上激子体系已不再具有绕 z 轴旋转对称性, 也不再具有轨道角动量守恒的性质.

有了全部矩阵元, 则可用典型的对角化方法求出本征值及本征函数.

2.5. 激子复合过程中辐射光子的能谱

环上的空穴与一个电子复合, 在此过程中辐射出一个光子后在环上留下一个终态电子. 终态电子的基矢为

$$\varphi_{k_e} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(ik_e \varphi_e) \\ (-20 \leq k_e \leq 20), \quad (11)$$

哈密顿量为

$$H_e = \frac{1}{2m_e^*} \left(\mathbf{P} + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 - \frac{N}{\varepsilon} \frac{e^2}{|\mathbf{R}_e - \mathbf{R}_p|}. \quad (12)$$

容易导出其矩阵元

$$\langle \varphi_{k'_e} | H_e | \varphi_{k_e} \rangle = \frac{\hbar^2}{2m_e^* R^2} \left(k_e + \frac{\omega}{2} \right)^2 \delta_{k'_e, k_e} \\ - \frac{Ne^2}{\varepsilon} W_{1k'_e - k_e}. \quad (13)$$

有了此 41×41 个矩阵元, 可用对角化方法求出终态电子的能级 ε_e 和波函数

$$\Psi_e = \sum_{k_e=-20}^{+20} C_{k_e}^{(e)} \varphi_{k_e}. \quad (14)$$

求出 ε_e 后可计算出复合过程中光子的能量

$$\hbar\nu = \varepsilon_X - \varepsilon_e + \varepsilon_{\text{gap}}, \quad (15)$$

其中禁带能隙 ε_{gap} 值在 1 eV 的数量级^[16]. 为便于比较, 在讨论 ABO 时, 有时把光子能量 $\hbar\nu$ 减去常数 ε_{gap} 而引入 ε_p (见文献[16]),

$$\varepsilon_p = \varepsilon_X - \varepsilon_e = \hbar\nu - \varepsilon_{\text{gap}}. \quad (16)$$

3. 杂质对激子的影响

采用上述方法讨论中性杂质、荷负电、荷正电的杂质对激子 ABO 的影响. 先考虑杂质位于 x - y 平面上的 $\mathbf{R}_p = (R_p, \theta_p = 90^\circ, \phi_p)$ 处, 再推广到杂质

不在 x - y 平面,而在三维空间任意位置处 (θ_p 任意) 的情况. 由于激子体系具有绕 z 轴旋转对称的性质,故 ϕ_p 可取为零,而不影响计算的结果. 在计算中我们只考虑 $S = 0$ 的情况.

3.1. 杂质不带电,位于 $R_p = (R_p, \theta_p = 90^\circ, \phi_p = 0)$ 处

计算中,取环半径 $R = 15 \text{ nm}$, 杂质位置 $R_p = (R_p = 2.5R, \theta_p = 90^\circ, \phi_p)$, 当杂质不带电 ($e_p = 0$) 时,量子环上激子的 ABO 曲线如图 2 所示. 图 2 中 ε_X 表示荷负电激子体系的基态能量, ε_e 为环上激子中的空穴与一个电子复合后留在环上电子的能量, ε_p 为环上激子中一个电子与空穴复合过程中辐射出的光子能量 $\hbar\nu$ 减去禁带能隙 ε_{gap} 后的能量, $\bar{K} = \langle \Psi | K | \Psi \rangle$ 为体系的轨道总角动量平均值, $\Delta K = \langle \Psi | (K - \bar{K})^2 | \Psi \rangle^{1/2}$ 轨道总角动量的起伏. 由图 2 可知,我们的计算结果与文献 [18] 完全一样.

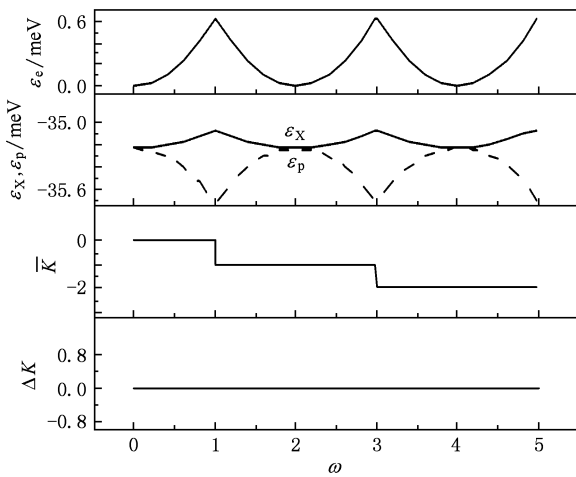


图2 杂质不带电时,环上激子的 ABO 曲线

中性杂质不破坏激子体系绕 z 轴旋转对称性. ABO 遵守 $\frac{\hbar c}{e}$ 的周期. 轨道总角动量 K 是一好量子数, K 的 ABO 曲线的变化呈阶梯状(与文献 [18] 一致). ε_e 的变化幅度 $\Delta\varepsilon_e \approx 0.63 \text{ meV}$, 比 ε_X 的变化幅度 $\Delta\varepsilon_X \approx 0.16 \text{ meV}$ 大得多. 故光子能量 $\hbar\nu$ (或 ε_p) 的 ABO 主要取决于 ε_e . 此结论与文献 [16, 17] 一致. 由于计算的 K 值不像文献 [16] 那样恒为零,故不出现文献 [16] 所述的激子体系的能量随磁场增加而上扬的所谓“抗磁移动”.

3.2. 杂质带负电荷,且位于 x - y 平面

图 3 为杂质带负电荷时,环上激子的 ABO 曲线. 由图 3 可以看出:激子的 ABO 周期不受杂质的影响,仍为 $\frac{\hbar c}{e}$. 当杂质的位置和带电量分别为 $R_p = 5R = 75 \text{ nm}$, $e_p = -|e|$ 时,激子和电子能量的 ABO 振幅 ($\Delta\varepsilon_X \approx 0.08 \text{ meV}$, $\Delta\varepsilon_e \approx 0.49 \text{ meV}$) 都降低了. 由于环上电子和激子体系为负电荷,因此杂质负电荷与环上带电粒子间的库仑作用为正值,使得 ε_X 和 ε_e 曲线整体被提升. 为便于比较 ε_X 和 ε_p 的计算结果,图 3 中取 $\varepsilon_p = \hbar\nu - \varepsilon_{\text{gap}} + 1.55 \text{ meV}$, 其中 1.55 meV 为 ε_e 的最小值,即将 ε_p 曲线整体向上移动了 1.55 meV . 杂质电荷电场破坏了体系绕 z 轴旋转对称性,轨道总角动量已不是好量子数, \bar{K} 的 ABO 曲线已变成有抖动的下降曲线. 从图 3 (b) 和 (c) 可见,当杂质更接近环 ($R_p = 37.5 \text{ nm}$) 或杂质电荷增大 ($e_p = -2|e|$) 时,杂质的影响加大,激子和电子的 ABO 振幅、 $\Delta\varepsilon_X$ 和 $\Delta\varepsilon_e$ 降得更低,而轨道总角动量 \bar{K} 的曲线趋近于一条下滑的直线.

3.3. 杂质带正电荷,且位于 x - y 平面

当杂质带正电荷时,对轨道总角动量的影响与杂质带负电荷时相似. 由于杂质正电荷与环上带电粒子间的库仑作用为负值,受杂质电荷的影响,电子和激子的 ABO 振幅均下降,故 ABO 曲线整体下降,如图 4 所示.

3.4. 杂质位于三维空间任意位置

当杂质电荷 e_p 位于三维空间任意位置 $R_p = (R_p, \theta_p \neq 90^\circ, \phi_p)$ 处时,我们可用“等效电荷变换公式”^[18, 20] 把它转换为在 x - y 平面 $\tilde{R}_p = (\tilde{R}_p, \theta_p = 90^\circ, \tilde{\phi}_p = \phi_p)$ 处的等效电荷 \tilde{e}_p 来处理. \tilde{e}_p 对环的影响与 e_p 完全等效,变换公式为

$$\tilde{e}_p = \frac{2}{a_+ - a_-} e_p, \quad (17)$$

$$\tilde{R}_p = \frac{a_+ + a_-}{a_+ - a_-} R.$$

其中

$$a_{\pm} = \left| \sqrt{1 + \left(\frac{R_p}{R}\right)^2 \pm 2\left(\frac{R_p}{R}\right)\sin\theta_p} \right|.$$

按照 (17) 式,若以 $\frac{x}{R}$, $\frac{z}{R}$ 为坐标轴,在此坐标

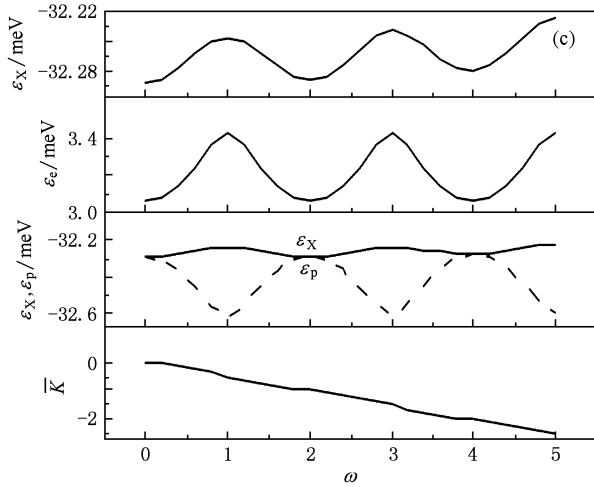
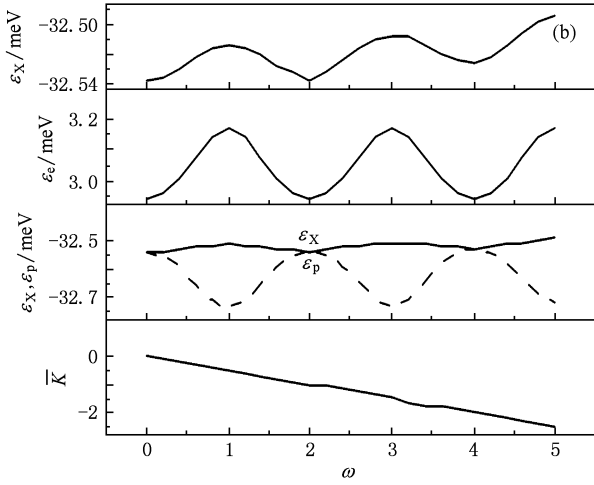
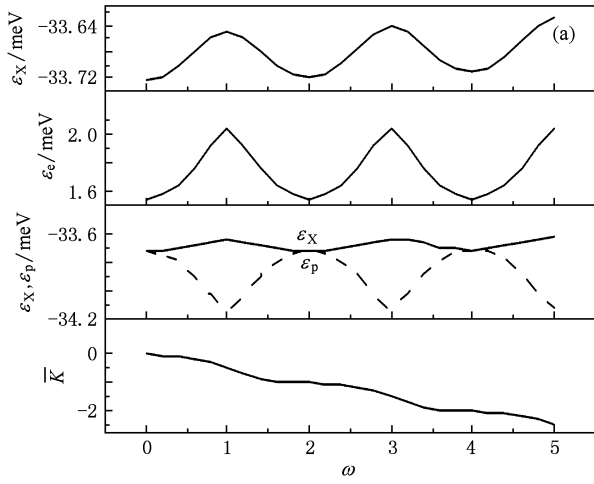


图3 杂质带负电荷时,环上激子的 ABO 曲线 (a) $R_p = 75$ nm, $e_p = -|e|$, ε_e 最小值为 1.55 meV, $\varepsilon_p = \hbar\nu - \varepsilon_{\text{gap}} + 1.55$; (b) $R_p = 37.5$ nm, $e_p = -|e|$, ε_e 最小值为 2.94 meV, $\varepsilon_p = \hbar\nu - \varepsilon_{\text{gap}} + 2.94$; (c) $R_p = 75$ nm, $e_p = -2|e|$, ε_e 最小值为 3.05 meV, $\varepsilon_p = \hbar\nu - \varepsilon_{\text{gap}} + 3.05$

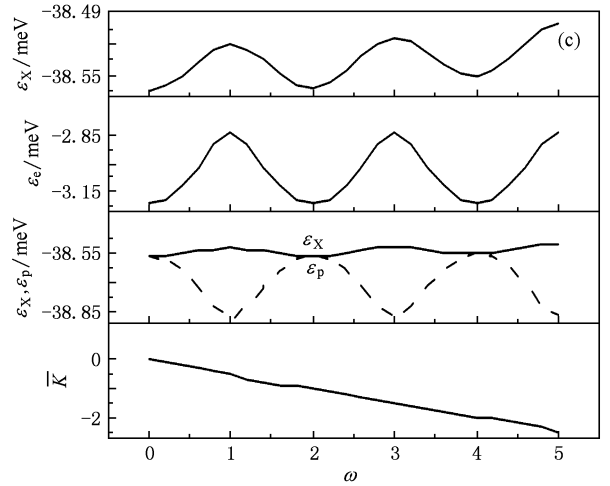
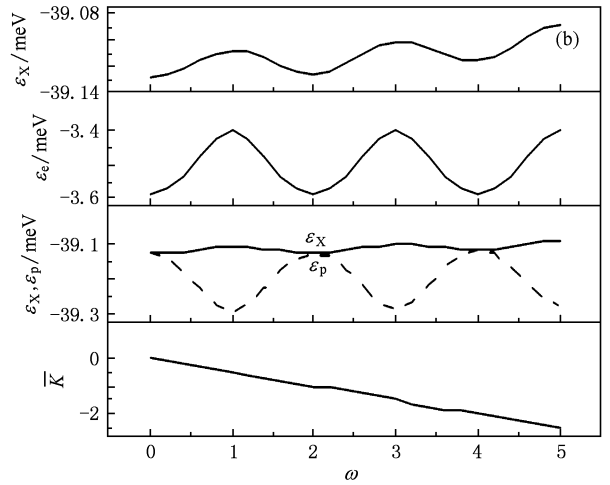
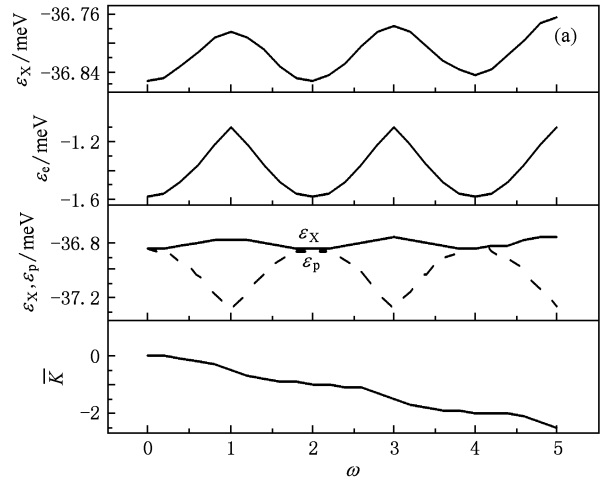


图4 杂质带正电荷时,环上激子的 ABO 曲线 (a) $R_p = 75$ nm, $e_p = +|e|$, ε_e 最小值为 -1.55 meV, $\varepsilon_p = \hbar\nu - \varepsilon_{\text{gap}} - 1.55$; (b) $R_p = 37.5$ nm, $e_p = +|e|$, ε_e 最小值为 -3.59 meV, $\varepsilon_p = \hbar\nu - \varepsilon_{\text{gap}} - 3.59$; (c) $R_p = 75$ nm, $e_p = +2|e|$, ε_e 最小值为 -3.21 meV, $\varepsilon_p = \hbar\nu - \varepsilon_{\text{gap}} - 3.21$

上画出 $\frac{\tilde{R}_p}{R}, \frac{\tilde{e}_p}{e}$ 的等值线如图 5 所示. 由 $\frac{R_p}{R}$ 在图上的位置, 就可以非常方便地由图读出等效电荷 \tilde{e}_p 及等效位置 \tilde{R}_p 之值.

等效电荷变换把位于三维空间的杂质简化为二维平面的杂质处理. 如考虑到激子体系绕 z 轴旋转对称性, 则可进一步简化为位于 x 轴上的杂质处理. 显然, 计算变得更简单, 而且对结果的分析也更明晰.

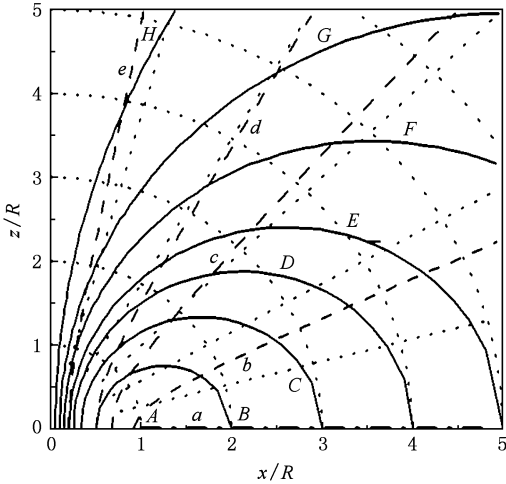


图 5 等效电荷变换图

图 5 所示为杂质电荷 e_p 处于 z - x 平面时的等效电荷变换图, 极坐标给出了 e_p 的位置 (以 R 为单位). 图中用点线表示坐标值, 短划线为变换后的等效电荷线, 其中射线 a 、射线 b 、射线 c 、射线 d 、射线 e 分别表示 $\tilde{e}_p/e_p = 1.0, 1.1, 1.5, 2.0, 5.0$, 实线为等效电荷在 x 轴上的位置 \tilde{R}_p/R , 其中 A 只是一个点, $A = \tilde{R}_p/R = 1$, 而弧线 B 、弧线 C 、弧线 D 、弧线 E 、弧线 F 、弧线 G 、弧线 H 分别表示 $\tilde{R}_p/R = 2, 3, 4,$

5, 7, 10, 20.

4. 结 论

本文将文献[18]的工作进一步推广到有杂质电荷电场影响的情形. 在此情形下, 轨道总角动量已不再具有绕 z 轴的旋转对称性, 轨道总角动量 K 不再守恒. 在此情况下, 所需的基矢数极多. 为了限制基矢的数目, 提出了选取基矢组 $\Omega^{(S=0,1)}$ 的方法, 并得到了较满意的结果.

本文分别讨论了位于 x - y 平面和位于三维空间任意位置的带正、负电荷杂质的电场对荷负电激子 X^- 的能-光谱、轨道总角动量、角动量起伏及其 ABO 的影响. 研究表明: 量子环上激子的 ABO 的周期只决定于磁通, 不受杂质电荷电场的影响. 当杂质为正电荷时, 环上激子的 ABO 曲线整体被提升. 当杂质为负电荷时, 环上激子的 ABO 曲线整体下降. 带正电杂质与带负电杂质的电场对体系的轨道总角动量的影响相似. 杂质电荷电场破坏了体系绕 z 轴旋转对称性, 轨道总角动量已不是好量子数. 随着杂质影响的加大, K 的 ABO 曲线从无杂质时的阶梯形逐渐变成一条下降的直线.

由于杂质电荷电场是非均匀场, 计算相当困难. 前人的工作仅讨论杂质位于对称轴 (z 轴) 上的情况^[16]. 本文运用等效电荷变换公式和变换图, 把位于三维空间的杂质简化为二维平面 (或 x 轴上) 的杂质处理, 使计算变得非常简单, 对结果的分析也更为明晰.

感谢中山大学物理系鲍诚光教授对本文工作的支持和指导.

[1] Hu H, Zhu J L, Li D J, Xiong J X 2001 *Phys. Rev. B* **63** 195307
 [2] Romer R A, Raikh M E 2001 *Phys. Rev. B* **62** 7045
 [3] Jakyong S, Sergio E U 2001 *Phys. Rev. B* **63** 125302
 [4] Halonen V, Chakraborty T, Pietilainen T 1992 *Phys. Rev. B* **45** 5980
 [5] Barticevic Z, Pacheco M, Duque C A, Oliveira L E 2003 *Phys. Rev. B* **68** 073312
 [6] Xiao Z G 1999 *J. Appl. Phys.* **86** 4509
 [7] Hui P 2000 *Chin. Phys.* **9** 844

[8] Xiong W, Zhao H 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1061 (in Chinese)
 [熊 稳、赵 铎 2007 物理学报 **56** 1061]
 [9] Narvaez G A, Hawrylak P, Brum J A 2001 *Physica E* **9** 716
 [10] Wu H T, Wang H L, Jiang L M 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 465 (in Chinese) [吴慧婷、王海龙、姜黎明 2009 物理学报 **58** 465]
 [11] Maslov A V, Citrin D S 2003 *Phys. Rev. B* **67** 121304
 [12] Yan J Y 2008 *Chin. Phys.* **17** 4640
 [13] Guo Y J, Xiong Y J 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 555 (in Chinese)
 [郭延江、熊永建 2010 物理学报 **59** 555]

- [14] Dias da Silva L G G V, Ulloa S E, Grovovov A O 2004 *Phys. Rev. B* **70** 155318
- [15] Liu Y M, Huang G M, Bao C G 2005 *Acta Sci. Nat. Univ. Sunyatseni* **44** 30 (in Chinese) [刘益民、黄钢明、鲍诚光 2005 中山大学学报(自然科学版) **44** 30]
- [16] Korkusinski M, Hawrylak P, Bayer M 2002 *Phys. Stat. Sol. B* **234** 273
- [17] Bayer M, Korkusinski M, Hawrylak P, Gutbrod T, Michel M, Frochel A 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 186801
- [18] Wu H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 8549 (in Chinese) [吴 洪 2009 物理学报 **58** 8549]
- [19] Mohr P, Newell D B 2006 *Rev. Mod. Phys.* **80** 633
- [20] Wu H 2008 *Chin. Phys. B* **17** 3026

Effects of impurity on negatively charged exciton on quantum ring^{*}

Wu Hong[†]

(Department of Physics, Jimei University, Xiamen 361021, China)

(Received 7 February 2010; revised manuscript received 5 July 2010)

Abstract

The effects of the impurity on the energy-optical spectrum and the Aharonov-Bohm oscillation of the negatively charged exciton X^- on the quantum ring are discussed. In the present case, the total orbital angular momentum is not conserved. To find the wave function, a set of basic functions is formed according to their total orbital angular momenta. Then the typical diagonalization method is used to find the eigenvalues and the eigen functions of the system. The calculated results are satisfactory. When the impurities are not in the x - y plane, the calculation skill using the equivalent charge transformation formula becomes simple and charts are also discussed.

Keywords: impurity, quantum ring, negatively charged exciton, Aharonov-Bohm oscillation

PACC: 7135, 7115P, 7320D

^{*} Project supported by the Natural Science Foundation of Fujian Province, China (Grant Nos. 2006J0238, T065010).

[†] E-mail: hwu@jmu.edu.cn