

沙尘大气物理约束方程研究*

赵建华[†] 张 强

(兰州大学大气科学学院, 兰州 730000)

(中国气象局兰州干旱气象研究所, 甘肃省干旱气候变化与减灾重点实验室, 兰州 730020)

(2009 年 11 月 6 日收到; 2010 年 6 月 28 日收到修改稿)

基于风沙两相流的相互作用和气块质量变化的观点, 推导出了闭合的沙尘大气物理约束方程组. 理想状况下对之分析发现: 沙尘大气密度比同体积洁净大气大, 一定程度上会减缓气块的运动速度; 沙尘与空气间的速度差异会使得细粒子处于高流速区, 而粗粒子位于低流速区; 温度差异会使得沙尘在上升运动中充当热源, 下沉运动中充当冷源, 从而加强对流; 沙尘大气质量定容热容会在等压面上诱发新的温度梯度, 促进沙尘云边界处的夹卷; 沙尘大气气体常数会在等温面上诱发新的气压梯度, 促进沙尘云边界处的夹卷; 质量变化会对气块密度、速度和温度造成较大影响. 总之, 沙尘云要比基于被动标量的方程组模拟结果更高大、内部对流更强、边界处夹卷更活跃、水平运动更迟缓.

关键词: 沙尘大气物理约束方程组, 两相流, 质量变化, 被动标量

PACC: 9240V, 9260G

1. 引 言

沙尘气溶胶对气候、环境和地球化学过程有重要的影响^[1]. 相关研究表明, 沙尘气溶胶通过反射和吸收太阳短波辐射可以引起地面 1 °C 的降温和沙尘云一定的升温, 从而改变地气系统热力的分布^[2]. 沙尘气溶胶还是良好的云凝结核, 常使云中水滴粒子数增多而抑制降水^[3-5]. 另外, 东亚沙尘气溶胶还可以远程输送到太平洋, 通过“铁循环”促进海洋生物量的增长, 进而影响全球碳循环^[6-10]. 沙尘暴天气对人类活动也有较大的影响^[11]. 当沙尘暴来临时, 非源区沙尘浓度约在 10^3 — 10^6 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ 量级^[12,13], 比如 1993 年 5 月 5 日发生在中国西北的黑风暴, 长沙劳动保护研究所在金昌测得室外沙尘浓度达^[12] 1.016×10^3 mg/m^3 , 源区浓度自然更高, 这无疑会改变大气的运动状态和热力分布.

由于沙尘气溶胶对气候变暖、海洋生物增长、交通以及人类身体健康等方面有较大的影响, 故相继建立起来许多沙尘数值模式^[6,7,14-21]. 这些模式多以被动标量处理沙尘粒子的运动^[6,7,14-21], 即认为在输送过程中沙尘粒子是被动的, 其存在和变化

对流体的速度场无影响, 同时沙尘粒子不与携带它的流体微团分离^[14], 具有跟随性的特点. 模拟结果显示, 这些模式能够定性地反映沙尘的传输与分布^[7,11,19-21], 但与实际情况相比仍有一定误差^[6,11,17,19,20], 如模拟的沙尘浓度及其演变和空间分布与实际情况存在差别. 而且, 这些模式也没有考虑沙尘粒子与空气之间的相对运动和热量交换, 这与两相流(至少一相为流体的两相物质所组成的流动系统)的特征不符. 热对流条件下对颗粒沉降运动规律的模拟^[22]显示: 随着固液密度比的增加, 颗粒经历了稳定沉降、周期性摆动、不规则摆动等过程; 热对流使颗粒的摆动幅度和沉降速度也发生变化. 对双颗粒的模拟^[23]也揭示出双颗粒在等温流体、热流体和冷流体中运动形式是不同的, 造成不同的主要因素是热对流引起了颗粒不同的动态尾迹, 在热流体中颗粒尾部形成了涡的脱落, 在冷流体中则形成了羽流. 在泥沙研究中发现: 基于被动标量和 Fick 定律的传统泥沙扩散方程仅适用于含细颗粒的低浓度流动; 在固液密度比、径深比、沙粒 Reynolds 数和水流能坡较大的流动中, 传统泥沙扩散方程的预测结果可能存在较大误差^[24]. 研究表明^[10,25], 沙尘天气并不单是对大气环流的一种响

* 国家自然科学基金(批准号:40975060)资助的课题.

[†] E-mail: pine_guest@yahoo.com.cn

应,它也可以产生一定的正反馈.

风沙流本质上是两相流,两相流之间存在复杂的界面效应和相对运动^[26-28],比如溶解和热对流对颗粒的运动就有显著影响^[29].在起沙过程中沙尘粒子的存在会影响到流体的密度,沙尘与流体之间存在的相对运动又会增加流体的阻力并改变流型.而且空气温度也与沙尘颗粒温度存在差异.以空气的密度、速度和温度表示沙尘大气这一双组分混合系统的密度、速度和温度并不精确,在两相流中常存在泡状流、段塞流和混状流等流型^[26-28],这些不同流型显然与两相流间的相互作用有关.所以,以两相流的视角重建沙尘模式是必然之选.

质量变化对一般完整系统的 Mei 对称性、共形不变量以及守恒量是有影响的^[30,31].另外,在沙尘大气中会因干湿沉降和化学反应等原因造成质量变化.实际上,在气-粒转化过程中空气的质量是变化的;有人类和动物活动的地方,呼吸作用会使空气质量发生变化;在有植被覆盖的地方,生物过程(如植物在白天吸收 CO₂ 以促进生长)也会使得大气的质量发生变化.因此,即便是洁净大气也应该考虑质量的变化.所以,描述沙尘天气的方程组应该考虑沙尘与大气之间的动力和热力差异以及干湿沉降、化学过程和生物过程等原因造成的质量变化.

巢纪平和刘飞^[32,33]曾从沙尘大气两相流的角度研究了沙尘粒子的沉降情况,他们所基于的方程仍然是被动标量形式的,并没有考虑沙尘粒子与空气之间的热动力相互作用、气块质量变化造成的影响以及沙尘和空气各自独立系统的热动力变化.本文则考虑了这些过程,推导出了比较完整的沙尘大气物理约束方程组.

2. 沙尘大气物理约束方程的推导

考虑一沙尘颗粒群伪流体和空气双组分构成的混合系统.在此系统中任取一混合微元,其密度为 ρ , 体积为 $\delta\tau$. 该微元被面积为 A 的闭合面所包围,闭合曲面外法向为 \mathbf{n} . 微元的流速为 \mathbf{V} , 单位体积上的质量流量为 $\rho\mathbf{V}$. 空气组分(包含水汽,以下简称“空气”)的质量浓度为 ρ_a , 流速为 \mathbf{V}_a , 质量流量为 $\rho_a\mathbf{V}_a$; 沙尘组分(以下简称“沙尘”)的质量浓度、流速和质量流量分别为 ρ_s , \mathbf{V}_s 和 $\rho_s\mathbf{V}_s$. 根据质量和动量关系,易得系统与组分之间存在以下关系:

$$\rho = \rho_a + \rho_s, \quad (1)$$

$$\rho\mathbf{V} = \rho_a\mathbf{V}_a + \rho_s\mathbf{V}_s. \quad (2)$$

2.1. 连续性方程

由于空气团中存在的水汽会产生凝结和凝华等现象,而包含的液态固态水存在蒸发和升华过程,所以空气质量是变化的^[34,35].而且在有化学过程和生物过程的条件下,空气块质量也是变化的.设 S_a 是空气块质量的变化率,则

$$\frac{d}{dt}\rho_a\delta\tau = \rho_a S_a \delta\tau. \quad (3a)$$

由此可推得

$$\frac{\partial\rho_a}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_a\mathbf{V} = \rho_a S_a. \quad (3b)$$

视在空气中运动的沙尘为伪流体.沙尘粒子在传输中也会因干湿沉降和化学等过程而使其质量变化.同理,沙尘的连续性方程为

$$\frac{\partial\rho_s}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_s\mathbf{V} = \rho_s S_s, \quad (4)$$

其中 S_s 是沙尘的变化率.

水汽在天气和气候中扮演着重要角色.同理,易得水汽质量浓度 ρ_v 的方程为

$$\frac{\partial\rho_v}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_v\mathbf{V} = \rho_v S_v, \quad (5)$$

其中 S_v 是水汽质量的变化率.如果 S_a 纯由水汽相变构成,易知

$$\rho_a S_a = \rho_v S_v. \quad (6)$$

水汽包含在空气块中,故将(3b)和(4)式相加,并利用(1)和(2)式可得该混合系统的连续性方程

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho\mathbf{V} = \rho_a S_a + \rho_s S_s = \rho S. \quad (7)$$

另外,也易得空气密度 ρ'_a 、沙尘密度 ρ'_s 和水汽密度 ρ'_v 所遵从的方程

$$\frac{d}{dt}\rho'_a\delta\tau_a = \rho'_a S_a \delta\tau_a \Rightarrow \frac{\partial\rho'_a}{\partial t} + \nabla \cdot \rho'_a\mathbf{V}_a = \rho'_a S_a, \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt}\rho'_s\delta\tau_s = \rho'_s S_s \delta\tau_s \Rightarrow \frac{\partial\rho'_s}{\partial t} + \nabla \cdot \rho'_s\mathbf{V}_s = \rho'_s S_s, \quad (9)$$

$$\frac{d}{dt}\rho'_v\delta\tau_v = \rho'_v S_v \delta\tau_v \Rightarrow \frac{\partial\rho'_v}{\partial t} + \nabla \cdot \rho'_v\mathbf{V}_v = \rho'_v S_v, \quad (10)$$

其中体积 $\delta\tau_{(a,s,v)} = \rho_{(a,s,v)}\delta\tau/\rho'_{(a,s,v)}$, \mathbf{V}_v 是水汽的运动速度,一般情况下 $\mathbf{V}_v = \mathbf{V}_a$.

显然,密度方程和浓度方程相比,主要是速度项不同,密度方程中的速度是各组分自身的运动速度,而在浓度方程中则是混合微元的运动速度.一

一般情况下,沙尘密度 ρ'_s 通常为常数,由(9)式可得 $\nabla \cdot \mathbf{V}_s = S_s$. 另外,由 $\delta\tau = \delta\tau_a + \delta\tau_s$ 的关系可得 $\rho_a/\rho'_a = 1 - \rho_s/\rho'_s$, 继而可推出 $\rho'_a = \rho_a \rho'_s / (\rho'_s - \rho_s)$. 所以,只要知道 ρ_a 和 ρ_s , 就可以获得 ρ'_a, ρ'_s 并不一定要利用(8)式获得.

2.2. 沙尘与空气质量比约束方程

定义空气质量比 $q_a = \rho_a/\rho$, 沙尘质量比 $q_s = \rho_s/\rho$ 以及比湿 $q_v = \rho_v/\rho$, 代入(3)–(5)式可得

$$\frac{\partial q_a}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla q_a = q_a(S_a - S), \quad (11)$$

$$\frac{\partial q_s}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla q_s = q_s(S_s - S), \quad (12)$$

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla q_v = q_v(S_v - S). \quad (13)$$

2.3. 运动方程

一般而言,粒径不小于 $0.01 \mu\text{m}$ 的粒子,其分压总小于总压强的 1% [36], 故以下不再计沙尘粒子群的分压.

在沙尘大气中,沙尘粒子群会受到空气施加的摩擦拖曳力. 为简单计,将沙尘组分内的所有大小不同的粒子(设有 N 个)规整化为 N 个密度相等、粒径相等(粒径设为 D)、运动速度相等且质量变率也相等的等效粒子,以该等效粒子群模拟原粒子群的受力. 设 $\rho_s \mathbf{F}_s$ 是沙尘受到的摩擦拖曳力, $\rho_a \mathbf{F}_a$ 是空气受到的反作用力. 显然

$$\rho_a \mathbf{F}_a = -\rho_s \mathbf{F}_s. \quad (14)$$

这里 $\rho_s \mathbf{F}_s$ 可表示为 [37,38]

$$\begin{aligned} \rho_s \mathbf{F}_s &= \frac{1}{2} \rho_s C_d N A' \rho'_a |\mathbf{V}_a - \mathbf{V}_s| (\mathbf{V}_a - \mathbf{V}_s) \\ &\div (N \pi \rho'_s D^3 / 6) \\ &= \frac{3}{4} \rho_s \frac{\rho'_a C_d}{\rho'_s D} |\mathbf{V}_a - \mathbf{V}_s| (\mathbf{V}_a - \mathbf{V}_s), \end{aligned} \quad (15)$$

其中 A' 是单个粒子的迎风截面积, C_d 是阻尼系数,

$$\begin{aligned} C_d &= \frac{24.0}{Re} f(Re) \\ &= \frac{24.0}{Re} + \frac{6.0}{1 + \sqrt{Re}} + 0.4. \end{aligned} \quad (16)$$

这里 Re 是空气相对于沙尘粒子流动的 Reynolds 数,

$$Re = |\mathbf{V}_a - \mathbf{V}_s| D / \nu,$$

其中 ν 是空气运动学黏性系数.

空气的动量方程为

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \iiint \rho_a \mathbf{V}_a \delta\tau' &= \iiint \rho_a (\mathbf{F}_a - g\mathbf{k} + 2\mathbf{V}_a \times \boldsymbol{\Omega}) \delta\tau' \\ &+ \iint \alpha_1 \mathbf{P}_a \delta A. \end{aligned} \quad (17)$$

这里 $\delta\tau'$ 是对体积的微分, $\boldsymbol{\Omega}$ 是地球旋转角速度, g 是重力加速度, $\mathbf{P}_a = \mathbf{B}_a - p\mathbf{I}$ 是应力张量 [39], $\mathbf{B}_a = 2\mu_a \mathbf{A}_a + \frac{2}{3}\mu_a \text{div} \mathbf{V}_a \mathbf{I}$, \mathbf{A}_a 和 \mathbf{I} 分别是形变率张量和单位张量, μ_a 是空气的动力学黏性系数, p 是压强. 在两相流中, \mathbf{B} 的形式可能与牛顿流体不同, 不过在大气中经常不计 \mathbf{B} 项的贡献, 在沙尘大气中也可以如此处理, 但本文为了推导的严谨性, 仍予以保留. α_1 与 α_2 分别是空气表面积和沙尘表面积占整个混合微元表面积的分, 易知

$$\alpha_1 = \left(\frac{\rho_a}{\rho'_a}\right)^{2/3} = \left(1 - \frac{\rho_s}{\rho'_s}\right)^{2/3}, \quad (18a)$$

$$\alpha_2 = \left(\frac{\rho_s}{\rho'_s}\right)^{2/3}. \quad (18b)$$

将(17)式左端利用函数积的求导法则化开并将(3)式代入, (17)式右端最后一项利用奥高公式将面积分转为体积分并假设体积 $\delta\tau$ 内任一部分 $\delta\tau'$ 的质量变率与 $\delta\tau$ 的质量变率相同, 则存在

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \iiint \rho_a \mathbf{V}_a \delta\tau' &= \iiint \frac{d\mathbf{V}_a}{dt} \rho_a \delta\tau' + \iiint \mathbf{V}_a \frac{d}{dt} (\rho_a \delta\tau') \\ &= \iiint \frac{d\mathbf{V}_a}{dt} \rho_a \delta\tau' + \iiint \mathbf{V}_a \rho_a S_a \delta\tau', \end{aligned} \quad (19a)$$

$$\iint \alpha_1 \mathbf{P}_a \delta A = \iiint \nabla \cdot (\alpha_1 \mathbf{P}_a) \delta\tau'. \quad (19b)$$

由于体积任意, 因而可得空气的动量方程为

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{V}_a}{dt} &= 2\mathbf{V}_a \times \boldsymbol{\Omega} + \mathbf{F}_a - g\mathbf{k} - S_a \mathbf{V}_a \\ &- \frac{1}{\rho_a} \nabla(\alpha_1 p) + \frac{1}{\rho_a} \nabla \cdot (\alpha_1 \mathbf{B}_a). \end{aligned} \quad (20)$$

如果 $\alpha_1 = 1$, 且不计 \mathbf{F}_a 和 S_a , 则(20)式与 Navier-Stokes 动量方程无异.

同理, 沙尘的动量方程为

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{V}_s}{dt} &= 2\mathbf{V}_s \times \boldsymbol{\Omega} + \mathbf{F}_s - g\mathbf{k} - S_s \mathbf{V}_s \\ &- \frac{1}{\rho_s} \nabla(\alpha_2 p) + \frac{1}{\rho_s} \nabla \cdot (\alpha_2 \mathbf{B}_s). \end{aligned} \quad (21)$$

以(20)式的原式(17)式和(21)式类似于(17)式的原式(略)相加, 易得

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = 2\mathbf{V} \times \boldsymbol{\Omega} - g\mathbf{k} - S\mathbf{V} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{B}, \quad (22)$$

其中 $\mathbf{B} = \alpha_1 \mathbf{B}_a + \alpha_2 \mathbf{B}_s$. (22)式就是沙尘与空气两相

混合系统的动量方程. 沙尘与空气之间的相互作用项 \mathbf{F}_a 或 \mathbf{F}_s 因相互抵消而没有出现.

2.4. 状态方程

空气的状态方程为

$$p_a = \frac{\rho_a}{\rho'_a} p = \rho_a R_a T_a, \quad (23)$$

其中 T_a 是空气温度, p_a 是空气气压, R_a 是空气气体常数.

沙尘的气压为

$$p_s = \frac{\rho_s}{\rho'_s} p. \quad (24)$$

混合系统的压强 p 由(23)式得

$$p = \rho'_a R_a T_a. \quad (25)$$

混合系统的温度应该是空气和沙尘通过热传导达到热力学平衡状态时的温度, 易得

$$T = \frac{c_{va} \rho_a T_a + c_{vs} \rho_s T_s}{c_{va} \rho_a + c_{vs} \rho_s}, \quad (26)$$

其中 c_{va} 和 c_{vs} 是空气和沙尘的质量定容热容, T_s 是沙尘温度. 混合系统的质量定容热容 c_v 可表示为

$$\begin{aligned} c_v &= c_{va} q_a + c_{vs} q_s \\ &= c_{vs} q_s + c_{va} (1 - q_s). \end{aligned} \quad (27)$$

将(25)式代入(24)式, 得混合系统的状态方程

$$\begin{aligned} p &= \rho'_a R_a T_a \\ &= \rho R_a T \left[\frac{\rho'_a}{\rho_a} \frac{c_v}{c_{va}} \left(1 - \frac{c_{vs}}{c_{va}} q_s \frac{T_s}{T} \right) \right] \\ &= \rho R T, \end{aligned} \quad (28)$$

其中 R 相当于混合系统的“气体常数”,

$$\begin{aligned} R &= R_a \frac{\rho'_a}{\rho_a} \frac{c_v}{c_{va}} \left(1 - \frac{c_{vs}}{c_{va}} q_s \frac{T_s}{T} \right) \\ &\approx R_a \frac{\rho'_a}{\rho_a} = R_a \frac{1 - q_s}{1 - \rho_s/\rho'_s}. \end{aligned} \quad (29)$$

(29)式的近似表达式是在 $T_s/T \approx 1$ 的情况下得到的. 在现实中和在绝对温标下, T_s/T 总是接近于1, 下面的分析将显示, R 随 T_s/T 的变化小于 10^{-3} , 故可以不计 T_s/T 的贡献, 这样变量 R 就只是与沙尘浓度和空气密度有关.

2.5. 能量方程

能量守恒定律指出, 质点内能和动能的时间变化率等于单位时间内外界对系统所做的功和外界进入该系统的热量之和. 为了能推导出能量方程, 我们采用流体力学中常用的假设^[39], 即假设流体为

“完全气体”, 分子运动为无旋转的弹性球的自由碰撞, 且略去分子间的作用力.

空气能量守恒方程为

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \iiint \rho_a \left(c_{va} T_a + \frac{V_a^2}{2} \right) \delta\tau &= \iiint \rho_a (\mathbf{F}_a - g\mathbf{k}) \cdot \mathbf{V}_a \delta\tau \\ &+ \iint \alpha_1 \mathbf{P}_a \cdot \mathbf{V}_a \delta A \\ &+ \iint \alpha_1 k_a \frac{\partial T_a}{\partial n} \delta A + \iiint \rho_a E_a \delta\tau, \end{aligned} \quad (30)$$

其中 E_a 是沙尘与空气之间的表面热传导、辐射或化学反应等原因造成单位质量空气块的热量变化率, k_a 是空气热导率.

类似(20)式的推导过程, 并将等号两边同时点乘 \mathbf{V}_a . 将(20)式所得的动能方程代入(30)式, 同时注意

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\alpha_1 \mathbf{B}_a \cdot \mathbf{V}_a) &= (\alpha_1 \mathbf{B}_a \cdot \nabla) \cdot \mathbf{V}_a \\ &+ (\nabla \cdot \alpha_1 \mathbf{B}_a) \cdot \mathbf{V}_a, \end{aligned} \quad (31)$$

由此可得

$$\begin{aligned} c_{va} \frac{dT_a}{dt} &= - \frac{\alpha_1 p}{\rho_a} \nabla \cdot \mathbf{V}_a - S_a \left(c_{va} T_a - \frac{V_a^2}{2} \right) \\ &+ \frac{1}{\rho_a} \nabla \cdot (\alpha_1 k_a \nabla T_a) + E_a \\ &+ \frac{1}{\rho_a} (\alpha_1 \mathbf{B}_a \cdot \nabla) \mathbf{V}_a. \end{aligned} \quad (32)$$

(32)式等号左端表示内能变化率, 等号右端分别表示微元膨胀或压缩的做功率、质量变化造成的内能变化率、热传导产生的内能变化率、因辐射和两相流表面热传导或化学反应等原因产生的热流入量以及因黏性摩擦产生的内能增益.

同理, 只考虑沙尘的热能和动能而不计其他形式能(如旋转能和电能)的情况下, 沙尘的能量方程为

$$\begin{aligned} c_{vs} \frac{dT_s}{dt} &= - \frac{\alpha_2 p}{\rho_s} \nabla \cdot \mathbf{V}_s - S_s \left(c_{vs} T_s - \frac{V_s^2}{2} \right) \\ &+ \frac{1}{\rho_s} \nabla \cdot (\alpha_2 k_s \nabla T_s) \\ &+ E_s + \frac{1}{\rho_s} (\alpha_2 \mathbf{B}_s \cdot \nabla) \mathbf{V}_s, \end{aligned} \quad (33)$$

其中 E_s 是沙尘和空气之间的表面热传导、辐射或化学反应等原因造成单位质量沙尘组分的热量变化率, k_s 是沙尘热导率.

对于整个混合系统的能量方程, 在忽略 c_v 随时间的变化时, 易得

$$c_v \frac{dT}{dt} = -\frac{p}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{V} - S \left(c_v T - \frac{V^2}{2} \right) + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (k \nabla T) + E + \frac{1}{\rho} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{V}, \quad (34)$$

其中 E 是混合系统之间的表面热传导、辐射或化学反应等原因造成单位质量混合系统的热量变化率, k 是混合系统热导率.

3. 沙尘大气物理约束方程组及无沙尘条件下方程组的蜕化

我们推导出与常规大气运动方程组形式相一致的沙尘大气物理约束方程组(以下称作“沙尘大气方程组”)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{V} = \rho S, \quad (35a)$$

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = 2\mathbf{V} \times \boldsymbol{\Omega} - g\mathbf{k} - S\mathbf{V} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{B}, \quad (35b)$$

$$p = \rho RT, \quad (35c)$$

$$c_v \frac{dT}{dt} = -\frac{p}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{V} - S \left(c_v T - \frac{V^2}{2} \right) + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (k \nabla T) + E + \frac{1}{\rho} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{V}, \quad (35d)$$

$$\frac{\partial q_a}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla q_a = q_a (S_a - S), \quad (35e)$$

$$\frac{\partial q_s}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla q_s = q_s (S_s - S), \quad (35f)$$

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla q_v = q_v (S_v - S). \quad (35g)$$

以上方程已经重新标记. 由于大气中与 \mathbf{B} 有关的项已经忽略, 所以在给定 R, c_v, S_a, S_s, S 以及 S_v 的前提下, 该方程组是闭合的. 其中方程(35e)和(35f)由于存在 $q_a + q_{as} = 1$ 的关系, 仅取其一即可.

正确的沙尘大气约束方程组应该在无沙尘和质量不变化时蜕化为常规洁净大气所遵从的标准方程组. 令 $\rho_s = 0, \mathbf{V}_s = 0, S_s = 0, S_a = 0, S_v = 0$, 则易得

$$\rho = \rho_a,$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_a,$$

$$T = T_a,$$

$$q_a = 1,$$

$$R = R_a.$$

(36)

将(36)式代入(35)式, 可得

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{V} = 0, \quad (37a)$$

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = 2\mathbf{V} \times \boldsymbol{\Omega} - g\mathbf{k} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{B}, \quad (37b)$$

$$p = \rho RT, \quad (37c)$$

$$c_v \frac{dT}{dt} = -\frac{p}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{V} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (k \nabla T) + E + \frac{1}{\rho} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{V}, \quad (37d)$$

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla q_v = 0. \quad (37e)$$

该方程组中的各个变量均对洁净大气而言. (37)式显然是标准的大气运动方程组. 这表明, 推导出的沙尘大气方程组可以准确地描述沙尘大气到洁净大气的连续演化.

额外增加不计外源项的(35f)式后, (37)式即为基于被动标量下的常规沙尘大气方程组(以下简称“被动标量方程组”). 由于其除了沙尘浓度方程外, 其余均与(37)式完全相同, 故不再给出.

虽然推导出的沙尘大气方程组(35)式与被动标量方程组形式类似, 但本质不同. (35)式反映的是沙尘大气两相混合系统中各变量的关系, 被动标量方程组反映的则是空气单一组分的速度、密度、气压和温度的变化, 并不含有沙尘的贡献, 沙尘只是被动地漂移; (35)式还含有质量变化项的贡献, 而被动标量方程组并无该项. 从本质上看, 本文推导的方程组能更真实地反映实际沙尘大气的运动状况.

4. 对沙尘大气方程组的分析

我们从连续性方程、动量方程、热量方程、状态方程、等熵过程以及质量变化等角度讨论沙尘大气方程组与被动标量方程组之间存在的差异.

4.1. 连续性方程分析

在无源前提下, 将(3), (4)和(7)式的连续性方程消去散度项而得等比定律

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\rho_a}{\rho_{a0}} = \frac{\rho_s}{\rho_{s0}}. \quad (38)$$

(38)式反映了组分的浓度与混合系统的密度等比

例变化的特点. 对于一个混合系统的气块而言, 若初始时刻的组分浓度与气块密度关系已知, 则这种关系在该气块轨迹中将保持不变, 除非出现了质量变化. 这显然是个很重要的关系, 通过测定轨迹上组分浓度和气块密度的变化, 就可以判断有无源汇的产生; 反过来, 如果知道气块经过的某一区域没有源汇发生, 则还可以利用(38)式反推轨迹. 对于水汽也是一样, 水汽浓度也遵从(38)式, 故可以利用该式推断水汽的相变情况, 这对于判断水汽来源与输送路径有一定意义.

对于沙尘大气, 总满足 $\rho > \rho'_a > \rho_a$, 故沙尘大气与洁净大气密度并不相等, 前者运动相对要迟缓些.

4.2. 动量方程分析

此处以等压、无黏和质量不变条件下的一维流体为例. 由(20), (21)式易知

$$\frac{d(u_a - u_s)}{dt} = \frac{\rho_a F_a}{\rho_a} - \frac{\rho_s F_s}{\rho_s} = -f(Re)(1 + \delta) \frac{(u_a - u_s)}{t_v}, \quad (39)$$

$$\frac{du_a}{dt} = -f(Re)\delta \frac{(u_a - u_s)}{t_v}, \quad (40)$$

$$\frac{du_s}{dt} = f(Re) \frac{(u_a - u_s)}{t_v}, \quad (41)$$

其中 $\delta = \rho_s / \rho_a$, u_a 和 u_s 分别是空气和沙尘的运动速度, $f(Re)$ 是无量纲函数, t_v 定义为速度弛豫时间, 表征 $f(Re)$ 在 δ 不变时颗粒和空气的相对速度达到初始相对速度的 $\exp[-f(Re)(1 + \delta)]$ 时所需的时间^[36], 可表示为

$$t_v = \frac{\rho'_s D^2}{18\mu_a}. \quad (42)$$

显然, 弛豫时间 t_v 是粒径 D 的二次函数. 如图 1(a) 所示, 粒径越大, 沙尘粒子加速越慢; 反之亦然.

ρ_s 对 u_a, u_s 和 $|u_a - u_s|$ 的影响很小, 可以忽略.

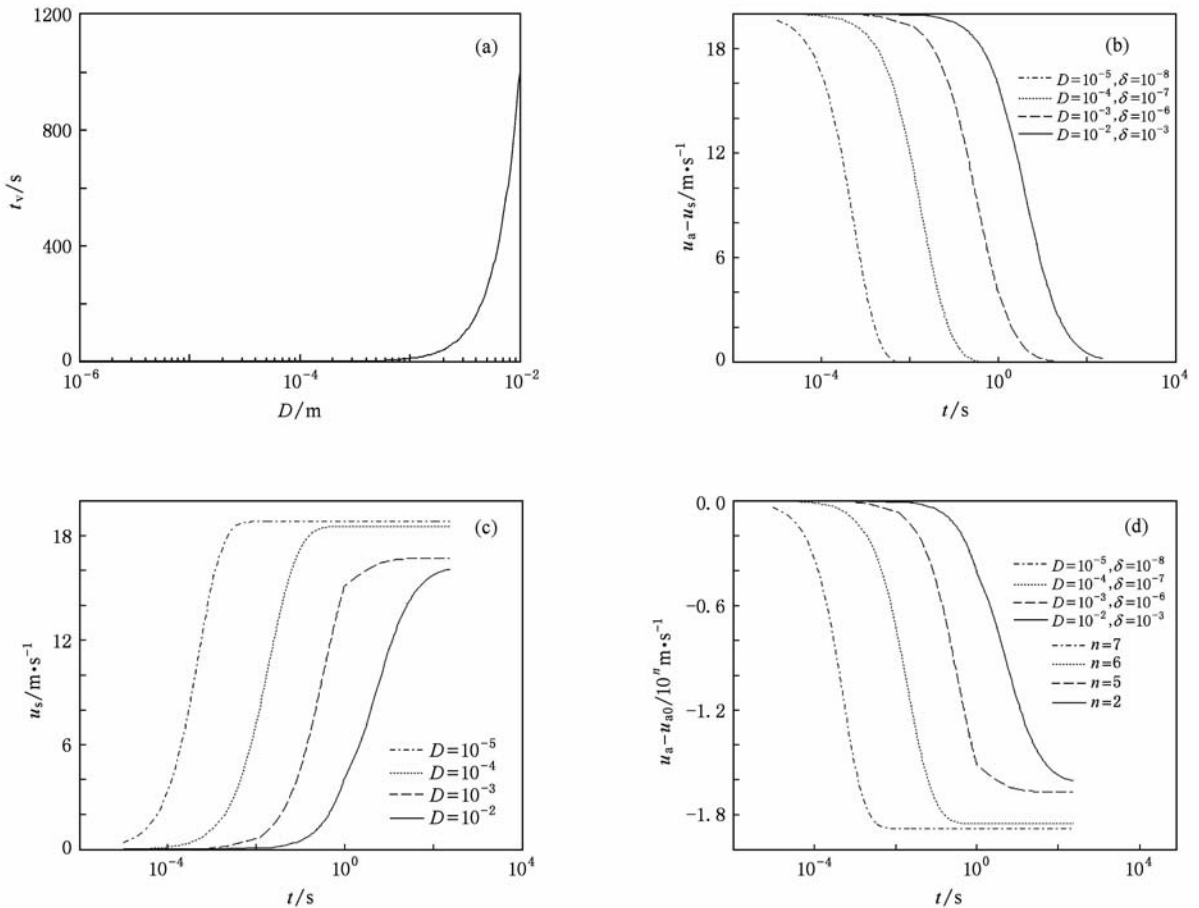


图 1 沙尘和空气动量交换中速度弛豫时间、速度和相对速度的变化(图中 D 的单位为 m) (a) t_v 随粒径的变化, (b) $u_a - u_s$ 随时间的演变, (c) u_s 随时间的演变, (d) u_a 随时间的演变

取 $\rho'_a = 1.23 \text{ kg/m}^3$, $\rho'_s = 2650 \text{ kg/m}^3$, $\mu_a = 1.78 \times 10^{-5} \text{ kg/ms}$, $(u_a - u_s)|_{t=0} = 20 \text{ m/s}$ 和 $u_{s0} = 0 \text{ m/s}$. 采用四阶 Runge-Kutta 算法求解 (39)–(41) 式, 得到的数值解如图 1(b), (c) 和 (d) 所示. 从图 1 可以看出: 沙尘速度 u_s 随时间逐渐增大 (图 1(c)), 空气速度 u_a 相对减小 (图 1(d)), 沙尘与空气的相对速度 $u_a - u_s$ 也逐渐变小 (图 1(b)). 而且, 沙尘粒子粒径越大, 沙尘增速越缓, 空气动量失去越慢, 相对速度减小也越慢, 反之亦然. 沙尘与空气之间存在一定的动力适应过程, 这种适应过程显然会产生一种筛选机制, 它使得开始处于同一流速区大小不同的沙尘粒子发生分离, 即较小粒子倾向于位于流速较高的区域, 而较大粒子倾向于位于较小粒子后面流速相对较低的区域. 除此之外, 由于一般作跃移运动和蠕移运动的沙尘粒子较大, 这种适应过程还会使得风沙流中的风速廓线与净风条件的风速廓线显著不同^[40].

观测发现, 在 2–3.3 km 高度处有一高含量沙尘层, 其含尘量超过 1 mg/m^3 , 而且粒子的最大直径可达 $350 \text{ }\mu\text{m}$ ^[13]. 这意味着, 如果该层沙尘和空气未达到平衡流状态, 由于流场和沙尘分布的空间不均匀性, 粗细粒子将会分离. 考虑到沙尘气溶胶的辐射效应和云凝结核效应, 这种分离必然会对局地的辐射和降水产生影响, 进而可能会影响到局地的气候和生态, 比如干旱化或湿润化, 而且局部大气环流也因此可能发生一定调整.

4.3. 热量方程分析

如果空气和沙尘粒子温度不等, 则在两者之间会发生表面热传导过程^[36]. 为简单计, 以下仅考虑此热传导过程. 这种情况下, (32) 和 (33) 式中仅存 E_a 和 E_s 项, 且

$$E_a = -\frac{\rho_s}{\rho_a} E_s$$

$$= \pi D k_a (Nu) (T_s - T_a) \frac{\rho_s}{m_s \rho_a}, \quad (43)$$

其中 m_s 是单个沙尘的质量, Nu 是 Nusselt 数, 在对流传热时也称为 Biot 数, 表征对流传热和热传导之比, $Nu = 2 + 0.6Re^{1/2} Pr^{1/3}$, Pr 是 Prandtl 数, $Pr = \nu/\alpha$, 是运动学黏性系数 ν 和热力学扩散系数 α 之比. 此时, 由 (32) 和 (33) 式可得

$$c_{va} \rho_a \delta \tau \frac{dT_a}{dt} = -\pi N D k_a (Nu) (T_a - T_s), \quad (44)$$

$$c_{vs} \rho_s \delta \tau \frac{dT_s}{dt} = \pi N D k_a (Nu) (T_a - T_s), \quad (45)$$

$$\frac{d(T_a - T_s)}{dt} = -\frac{Nu}{2} \frac{T_a - T_s}{t_\theta}, \quad (46)$$

$$t_\theta = \frac{c_{vs} c_{va} \rho q_s \delta \tau}{2N\pi c_v k_a D}$$

$$= \frac{c_{va} (1 - q_s)}{12k_a [q_s + (1 - q_s) c_{va}/c_{vs}]} \rho'_s D^2, \quad (47)$$

其中 t_θ 是温度弛豫时间. t_θ 正比于粒径 D 的平方, D 越大, 沙粒与大气等温化过程越长 (图 2(a)). t_θ 对 q_s 求导后可知, t_θ 反比于 q_s , 且 t_θ 随 q_s 的变化极小, 最大为 10^{-1} , 可忽略.

不计 Re, D, q_s 和 N 等变化时, 易得

$$T_a - T_s = (T_{a0} - T_{s0}) \exp\left(-\frac{Nu}{2t_\theta} \Delta t\right), \quad (48)$$

$$T_s - T_{s0} = \frac{12k_a t_\theta}{c_{vs} \rho'_s D^2} \left(1 - \exp\left(-\frac{Nu}{2t_\theta} \Delta t\right)\right) (T_{a0} - T_{s0}), \quad (49)$$

$$T_a - T_{a0} = -\frac{12k_a t_\theta}{c_{va} \rho'_s D^2} \frac{\rho_s}{\rho_a} \left(1 - \exp\left(-\frac{Nu}{2t_\theta} \Delta t\right)\right) \times (T_{a0} - T_{s0})$$

$$= -\frac{c_{vs}}{c_{va}} \frac{q_s}{1 - q_s} (T_s - T_{s0}). \quad (50)$$

q_s 对沙尘和空气的温度影响也很小, 可以忽略. 取 $c_{va} = 717 \text{ J/kgK}$, $c_{vs} = 290 \text{ J/kgK}$, $k_a = 0.025 \text{ W/mK}$, $q_s = 10^{-5}$. 由 (48) 式可知, 沙尘和空气的绝对温差随时间递减 (图 2(b) 和 (c)). 粒径越小, 递减越快, 粒径越大, 递减越慢 (图 2(b)). 沙尘和空气相对速度绝对值 $|u_a - u_s|$ 越小, 递减越慢, $|u_a - u_s|$ 越大, 递减越快 (图 2(c)). 伴随着温差的减小, 沙尘温度向空气温度逼近 (图 2(d) 和 (e)), 空气温度向沙尘温度逼近 (图 2(f) 和 (g)). 不过空气温度的变化很小, 基本可以忽略.

以 $|u_a - u_s| = 10 \text{ m/s}$ 为例, 则不论何种沙尘天气和沙尘粒子, 都只需若干分钟的时间就可以实现沙尘和空气的等温 (图 2(b), (d) 和 (f)). 但是, 当 $|u_a - u_s|$ 递减时, 等温需要的时间会递增. 以 $D = 10^{-2} \text{ m}$ 为例, 当 $u_a = u_s$ 时, 等温需时就递增到 0.5 h 左右 (图 2(c), (e) 和 (g)). 这显然与 Re 有关. 这意味着在沙尘大气气块运动轨迹上会有不同的表面热传导行为.

实际情况确实如此. 利用图 1 中沙尘和空气的速度积分 (44)–(46) 式, 可得沙尘大气气块运动轨迹上的温度变化 (图 3). 在轨迹上, 等温需时随 D 的

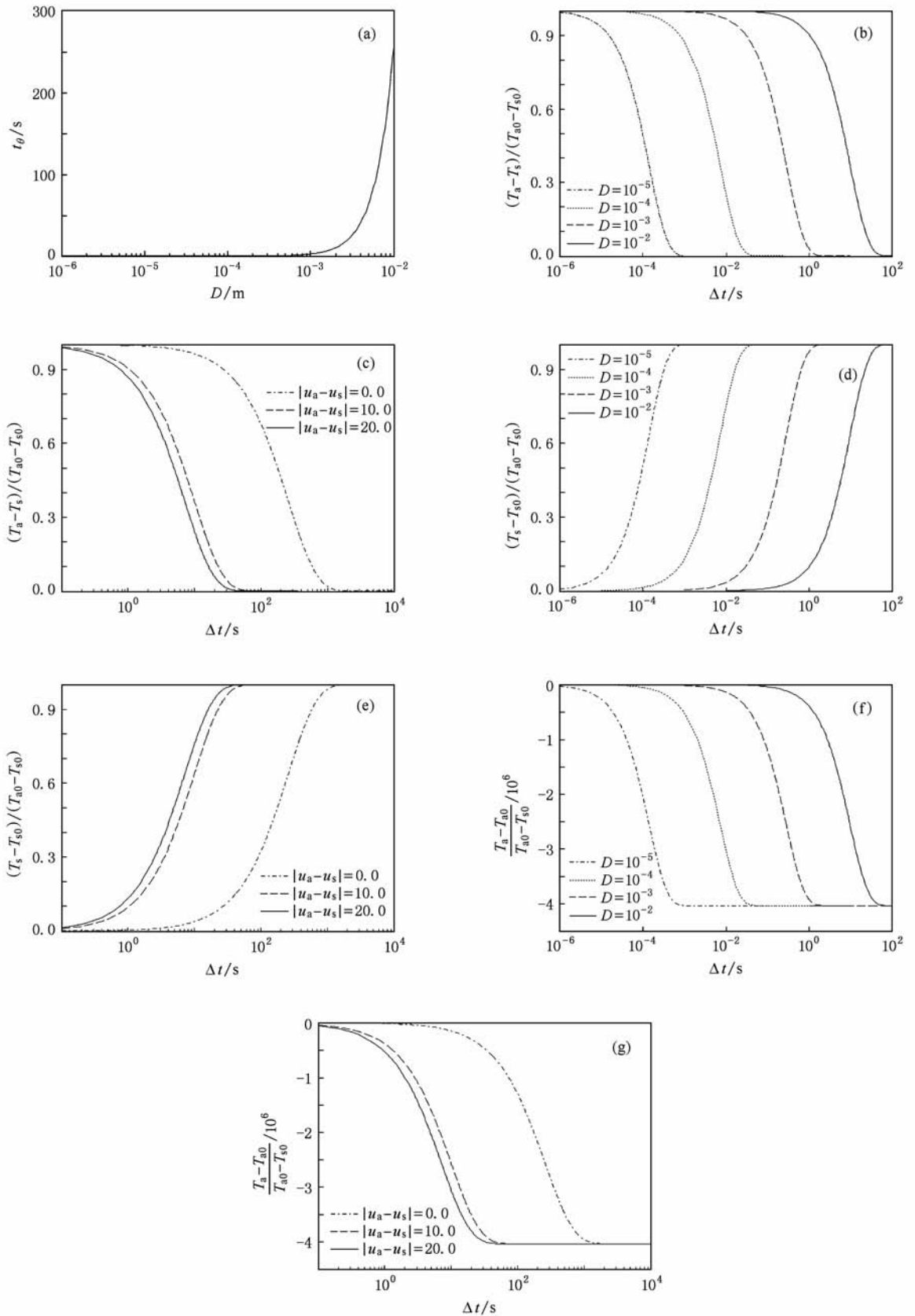


图2 沙尘和空气表面热传导中温度弛豫时间、温度和温差的变化(图中 D 的单位为 m) (a) t_θ 随粒径的变化, (b) $|u_a - u_s| = 10$ m/s 时 $T_a - T_s$ 随时间的演变, (c) $D = 10^{-2}$ m 时 $T_a - T_s$ 随时间的演变, (d) $|u_a - u_s| = 10$ m/s 时 $T_s - T_{s0}$ 随时间的演变, (e) $D = 10^{-2}$ m 时 $T_s - T_{s0}$ 随时间的演变, (f) $|u_a - u_s| = 10$ m/s 时 $T_a - T_{a0}$ 随时间的演变, (g) $D = 10^{-2}$ m 时 $T_a - T_{a0}$ 随时间的演变

增大而增大. 以 $D = 10^{-5}$ m 为例, 等温需时仅为 0.001 s, 此时空气温度损失约 4% (图 3(c)); 以 $D = 10^{-2}$ m 为例, 等温需时则为数分钟, 即气块水平运动约数公里之后才能消除温差, 空气温度损失在 6% 左右.

由此可知, 虽然在起沙发生的短时间内沙尘和空气可以达到温度和速度平衡, 但随着气块的抬升, 空气温度递减, 沙尘和空气之间又会产生新的温差. 由于 $Re \rightarrow 0$, 等温化过程时间较长, 沙尘与空气并不能立刻达到温度相等, 随着气块的持续抬升

降温, 两者之间的温差也会一直存在. 由于沙尘温度较高, 沙尘就会以热源形式加热大气, 气块上升得到加强, 沙尘云顶因此要比同等热动力条件下的干空气对流泡顶高. 而当达到热动力平衡的气块下沉时, 由于下沉增温, 沙尘和空气的热平衡遭到破坏, 沙尘又会以冷源的形式制冷大气, 这样又会促进气块的下沉. 显然, 通过这种与水汽类似的机制, 沙尘天气下的对流比同等热动力条件下洁净大气的对流强. 沙尘天气越强, 对流也会越强.

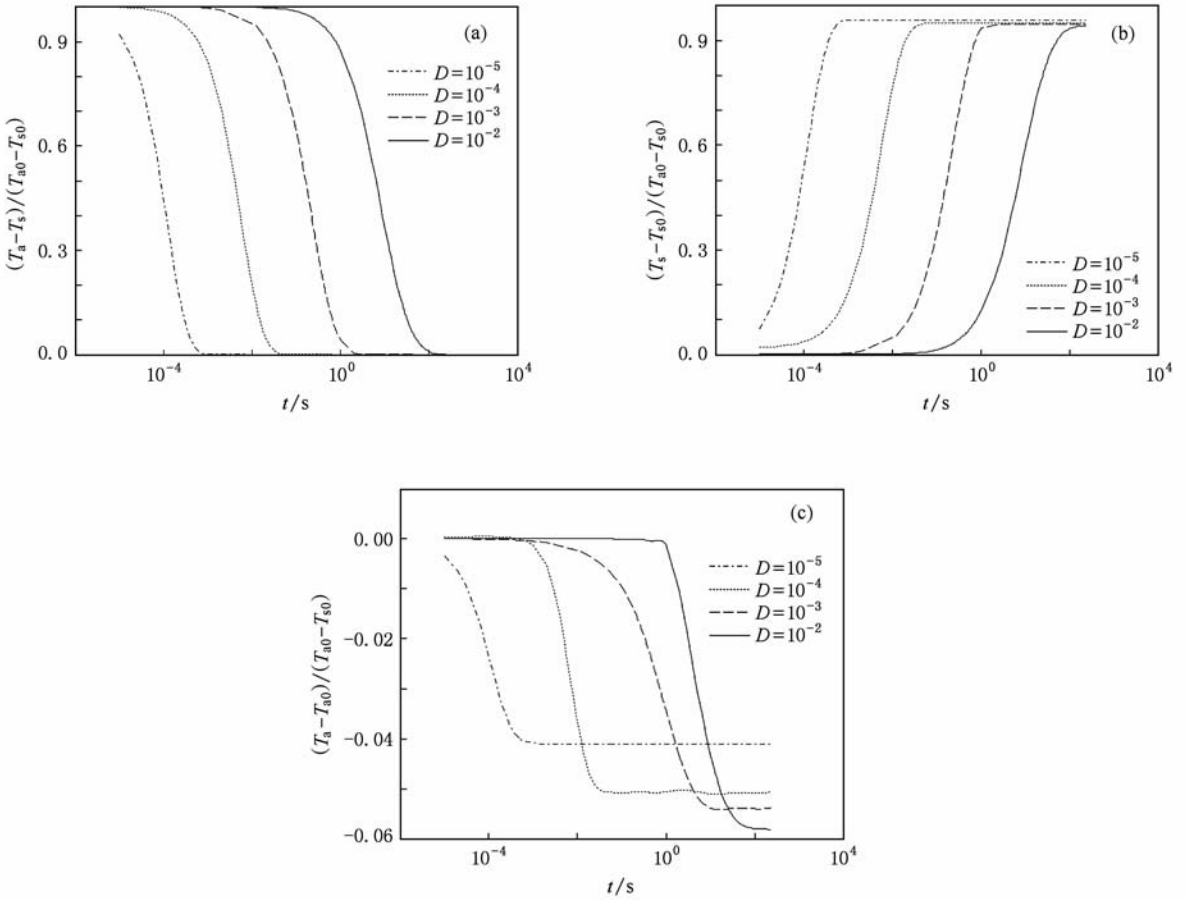


图 3 沙尘粒子运动轨迹上温度和温差随时间的演变(图中 D 的单位为 m) (a) $T_a - T_s$ 随时间的演变, (b) $T_s - T_{a0}$ 随时间的演变, (c) $T_a - T_{a0}$ 随时间的演变

另外, 由(32)和(33)式可知, 沙尘还通过 α_1, ρ_a 和 $(\mathbf{B}_a \cdot \nabla) \mathbf{V}_a$ 来影响空气温度. 以下仅考虑包含 α_1/ρ_a 的 $-\frac{\alpha_1}{\rho_a} p \nabla \cdot \mathbf{V}_a$ 和 $\frac{1}{\rho_a} (\alpha_1 \mathbf{B}_a \cdot \nabla) \mathbf{V}_a$ 两项来探讨其影响.

设 $\nabla \cdot \mathbf{V}_a = \nabla \cdot \mathbf{V}_{org}, (\mathbf{B}_a \cdot \nabla) \mathbf{V}_a = (\mathbf{B}_a \cdot \nabla) \mathbf{V}_a |_{org}$, $p = p_{org}$, 含下标 org 的项是不含沙尘的洁净大气的速度和能量耗散. 将(32)式和洁净大气的能量方程(37d)式求商, 易得

$$\frac{dT_a}{dt} = \alpha_1 \frac{\rho'_a}{\rho_a} \frac{d}{dt} T_{org} \quad (51)$$

在 α_1, ρ_a 及 ρ'_a 不变的前提下, 易得

$$T_a - T_{a0} = \alpha_1 \frac{\rho'_a}{\rho_a} (T_{org} - T_{org0}), \quad (52)$$

其中下标 0 表示相应的初值. 而由(18a)式可得

$$\alpha_1 \frac{\rho'_a}{\rho_a} = \left(\frac{\rho'_a}{\rho_a}\right)^{1/3} = \left(1 - \frac{\rho_s}{\rho'_s}\right)^{-1/3} \quad (53)$$

由图 4(a) 可见, α_1 随 ρ_s/ρ'_s 的增大而减小, α_2

和 $\alpha_1 \rho'_a / \rho_a$ 则随 ρ_s / ρ'_s 的增大而增大, 即沙尘浓度越大, 沙尘占整个微元表面积的比值越大, 相应空气所占比率越小, 沙尘对空气温度的影响越大。

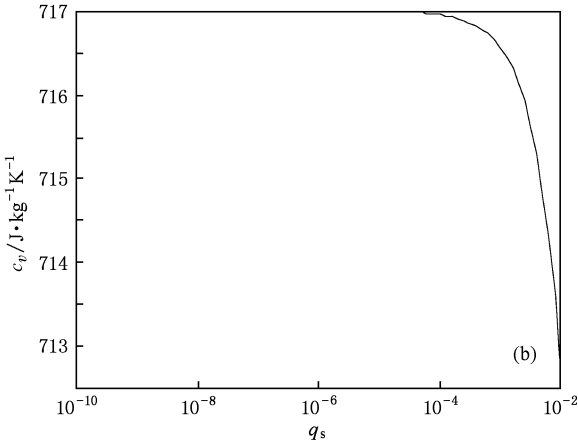
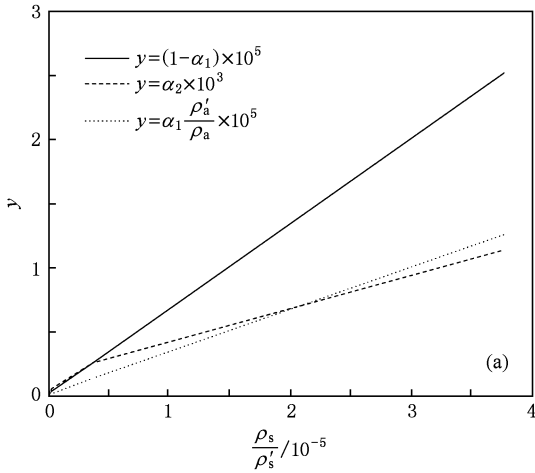


图4 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_1 \rho'_a / \rho_a$ 和 c_v 的变化 (a) α_1, α_2 和 $\alpha_1 \rho'_a / \rho_a$ 随 ρ_s / ρ'_s 的变化, (b) c_v 随 q_s 的变化

另外, c_v 也随 q_s 的改变而发生变化(图4(b)), q_s 越大, c_v 越小; q_s 越小, c_v 越大. 由能量方程(34)式可知, 对于质量和压强均不变 ($S = 0, dp/dt = 0$)、而沙尘质量比 q_s 不同的两沙尘大气气块, 在受到相同外在加热 ($\frac{1}{\rho} \nabla \cdot (k \nabla T) + E + \frac{1}{\rho} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{V}$ 相等) 的情况下, q_s 较小的气块升温要比 q_s 较大的气块显著. 换言之, 等压面上分布的质量不变而温度相同的许多含沙尘气块, 在受到相同外在加热的情况下会由于沙尘质量比的不同而最终具有不同的温度, 即沙尘质量比大的地方将会比沙尘质量比小的地方温度高. 一般情况下, 对于外在加热我们只考虑辐射效应; 沙尘质量比大的地方, 沙尘气溶胶的辐射效应也强, 相应吸收的辐射能也多. 因此, 即使是

只考虑沙尘质量比的情况下, 也能得到相似的结果, 而且此时产生的温度梯度还会更大. 另外, 沙尘云的边界, 尤其是沙尘墙与洁净大气交界处, 会有显著不同的沙尘质量比, 因此在沙尘云边界两端也会具有不同的温度变化, 进而会引起夹卷的变化和局部环流的变化. 考虑到沙尘云的辐射加热作用, 总体而言, 沙尘云要比被动标量方程组模拟得到的结果更高和更大。

4.4. 状态方程分析

沙尘大气气体常数 R 可以写为

$$R = R_a \frac{\rho'_a c_v}{\rho_a c_{va}} \left(1 - \frac{c_{vs}}{c_v} q_s \frac{T_s}{T} \right) = R_a \frac{\rho'_a}{\rho} \frac{1}{1 - q_s} \left(\frac{c_v}{c_{va}} - \frac{c_{vs}}{c_{va}} q_s \frac{T_s}{T} \right). \quad (54)$$

而密度 ρ 满足

$$\rho^{-1} = (1 - q_s) / \rho'_a + q_s / \rho'_s = (\rho_s + \rho'_a (1 - \rho_s / \rho'_s))^{-1}. \quad (55)$$

由图5可知, R 和 ρR 是 q_s 和 T_s/T 的减函数, 随着 q_s 或 T_s/T 的增大, R 和 ρR 减小. 不过 T_s/T 对 R 和 ρR 影响很小, 它引起后两者的变化一般小于 10^{-3} 量级, 可以忽略. 由状态方程可知, 在等温面上的两沙尘大气气块, 由于 q_s 的不同, 气压也会不同. q_s 越大的地方, 气压越低; q_s 越小的地方, 气压越大. 结果就会在等温面上的沙尘大气中产生气压梯度, 进而可能出现沙尘由低浓度区向高浓度区迁移的现象, 这种迁移的方向是逆 q_s 梯度的. 显然, 这里面存在一种非常细微的流动过程. 在沙尘云中, 最可能出现这种过程的地方应该是在沙尘云的边界部位, 尤其是沙尘墙附近. 预料的结果也与上述分析一致, 即会在沙尘云边界部位产生扰动, 从而加强夹卷, 并使得沙尘云更大。

4.5. 等熵过程

当能量方程(35d)式只考虑左端第一项和右端第一项 (即 $S = 0$ 和 $\frac{1}{\rho} \nabla \cdot (k \nabla T) + E + \frac{1}{\rho} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{V} = 0$), 并不计 R 和 c_v 随时间的变化, 可由(35a), (35c)式获得沙尘大气的位温为

$$\theta = T \left(\frac{p_{00}}{p} \right)^{R/c_p}, \quad (56)$$

其中 $c_p = c_v + R, p_{00}$ 是参考面上的气压.

从图6可以看出, 随着气压的降低或沙尘质量

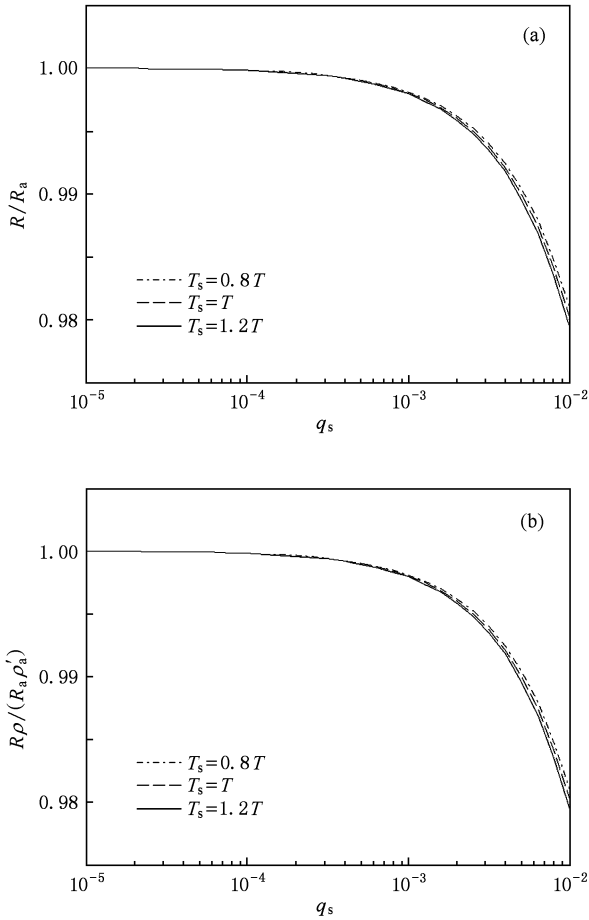


图5 R 和 $R\rho/(R_a\rho'_a)$ 随 T_s/T 和 q_s 的变化 (a) R 随 T_s/T 和 q_s 的变化, (b) $R\rho/(R_a\rho'_a)$ 随 T_s/T 和 q_s 的变化

比的增大, 沙尘大气位温与洁净大气位温的差别也随之增大, 且沙尘大气的位温小于洁净大气的位温. 这意味着在等熵面和等压面相交处, 沙尘大气

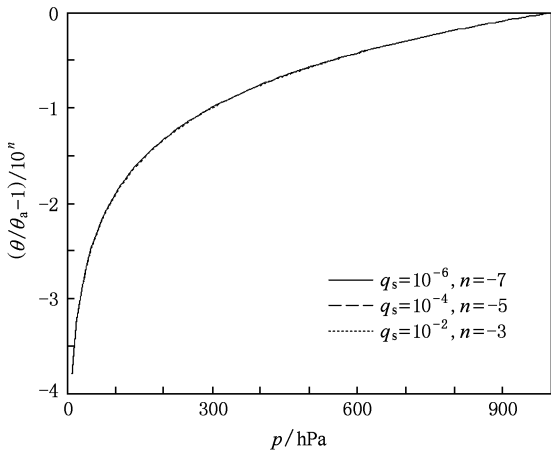


图6 位温随气压和沙尘质量比的变化

气块的温度要比洁净大气气块的温度高一些. 气块在同样的环境下沿等熵面爬升时, 沙尘大气可能会比洁净大气上升更快, 而且沙尘质量比越大, 上升越快. 不过这种效应很微弱, 可以忽略.

4.6. 沙尘质量变化对密度、速度和温度的影响

下面仅考虑沙尘质量变化项 S_s 对密度、速度和温度的影响. 设空气质量变化 $S_a = 0$, 则 $S = q_s S_s$. 由空气遵从的连续性方程(3)、动量方程(20)和能量方程(32)式可知, 空气并不直接受 S_s 的影响, 故下面只讨论 S_s 对沙尘和沙尘大气混合系统的影响.

设流场均匀不可压, 动量方程中仅保留质量变化项. 此时沙尘和混合系统所遵从的连续性方程和动量方程相似. 为避免重复, 仅求解混合系统. 由(35a)和(35b)式易得

$$\rho = \rho_0 \exp(\bar{S}t), \quad (57)$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 \exp(-\bar{S}t), \quad (58)$$

其中 \bar{S} 是时均质量变率. 显然, 密度和速度与时均质量变率 \bar{S} 呈指数关系. 质量增加越快, 密度增大也越快, 但速度减小越快. 质量通量 $\rho\mathbf{V}$ 是守恒的. 考虑到该结论的前提易知, 对于小尺度(科氏力可忽略)静力平衡条件下的边界层(近似不可压)水平运动, 应遵从该结论.

现在估计质量变化对密度和速度的影响, \bar{S} 以最大可能值——沙尘浓度近似. 要使密度或速度变为原值的 e 或 e^{-1} 倍时, 若 $\bar{S} \approx 10^{-9}$, 则需要近 31 a 的时间; 若 $\bar{S}_s \approx 10^{-6}$, 则需要 11.6 d; 对于强沙尘暴乃至黑风暴, \bar{S} 可取到 10^{-4} , 则只需 2.8 h. 所以, 对于强沙尘暴和黑风暴之类的天气, 在质量变化剧烈的地方(比如起沙区或干湿沉降区), 大气流场在短期内可能就会有较大的调整.

如上所述, 沙尘浓度和沙尘速度也遵从(57)和(58)式, 只是 \bar{S} 变为 \bar{S}_s . 不过由于 \bar{S}_s 可取比 \bar{S} 大数个量级的值(\bar{S}_s 的最大值为 1), 故沙尘浓度和沙尘速度的变化会更大. 比如 $\bar{S}_s \approx 10^{-1}$ 时, 沙尘浓度和沙尘速度就会在短短的数秒钟之内产生剧烈变化. 因此, 沙尘质量变化对沙尘自身的浓度和速度影响是最大的. 另外, 由于在上述条件下沙尘质量通量是守恒量, 故以沙尘质量通量作为沙尘天气强度评定的标准可能是比较好的选择.

设 S 为常数并利用(58)式,则由(35d)式易得对混合系统温度的影响,即

$$T = \left[T_0 + \frac{V_0^2}{2c_v} (1 - \exp(-St)) \right] \exp(-St). \quad (59)$$

在 $T_0 = 20\text{ }^\circ\text{C}$ 和 $S = q_s S_s = 10^{-6}$ 时由(59)式得到的结果如图7所示.从图7可以看出:随着时间的增加,混合系统的温度会随质量增减而变化,且质量增减越大,温度变化也越大.当沙尘质量损失($S < 0$)时,随着时间的增加混合系统温度增高;当沙尘质量增加($S > 0$)时,随着时间的增加混合系统温度降低.这说明起沙或含沙尘粒子的水滴蒸发殆尽时沙尘大气的温度会降低,沉降或沙尘粒子充当云凝结核时,沙尘大气的温度会增高.这意味着通过起沙与沉降可以调节沙尘源地和汇地的沙尘大气温度.另一方面,沙尘粒子的云凝结核效应会因沙尘大气的增温而受到抑制,相反,当含有沙尘粒子的云水或雨水蒸发时又会因沙尘大气降温而得到保持.

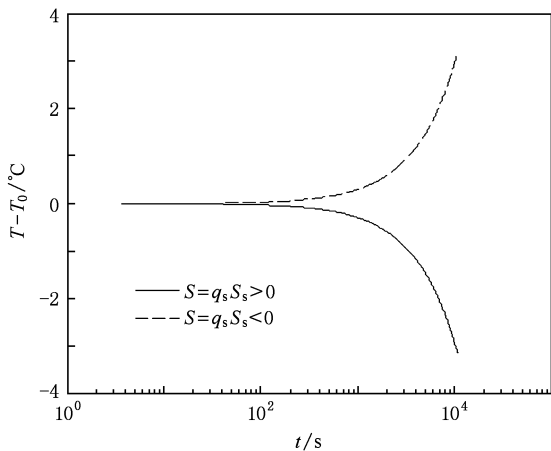


图7 温度随沙尘质量增减的变化

对于沙尘温度也有类似的结论,只是由于 S_s 取值可比 S 大数个量级,故其温度变化会更剧烈,结果将导致沙尘和空气之间的热交换加强.具体而言,在沙尘质量损失时,沙尘温度增高,加热大气,故在沙尘质量损失的地方上升运动得到加强;而在沙尘质量增加时,沙尘温度降低,制冷大气,故在沙尘质量增加的地方有利于下沉运动.综合起来,沙尘质量的变化会增强沙尘质量增加和损失地带之间的对流活动.另外,沙尘质量的变化也暗示了源区和汇区温度的异常.

综上所述可知,沙尘大气的密度、速度、温度、

质量定容热容以及气体常数均与被动标量方程组描述的不同.沙尘大气中存在组分间的动量和热量交换也是被动标量方程组所不具备的.另外,连续性方程揭示的等比定律,动量方程揭示的流场对沙尘粒子的筛选过程,热量交换中揭示的沙尘粒子有利于加强对流的现象, c_v 与 q_s 的关系揭示出的等压面上不同沙尘质量比的区域会产生温度梯度, ρR 与 q_s 的关系揭示出的等温面上不同沙尘质量比的区域会产生气压梯度,质量变化揭示出的密度、速度和温度的变化,起沙与沉降时发生的热力动力变化以及沙尘粒子的云凝结核效应的一些细微特征等,均超出了被动标量方程组的能力.可以预料,在真实的沙尘大气中,其气块的轨迹与洁净大气的轨迹必不重合,沙尘云也会比同等条件下洁净大气的对流泡更高、更大.而且由于沙尘浓度的不同和质量的变化,沙尘云内部的细微结构(如沙尘浓度分布、温度差异、气压差异以及内部环流)也会与洁净大气存在显著差异.所以,以被动标量方程组刻画沙尘天气会失去其许多独特特征,应用本文推导的沙尘大气方程组才有可能准确地再现这些特征及其细微结构.

5. 结 论

本文推导出新的沙尘大气物理约束方程组.该方程组是闭合的,它反映了沙尘和空气两者之间的相互作用和质量变化特点,而且在无沙尘和质量不变的条件下,它可以完整地蜕化为常规的大气运动方程组.理论分析表明:沙尘大气的密度要比同体积洁净大气的密度大,故在同等温压条件下沙尘大气气块要比洁净大气气块运动慢.沙尘与空气之间的动量交换可以促使两者达到一定的动力适应,而且还会产生一种筛选机制,即细粒子倾向位于高流速区,而粗粒子倾向位于低流速区.沙尘与空气之间的表面热传导可以促使两者温度达到平衡,而且还会促进对流的发展.沙尘大气质量定容热容会在等压面上诱发新的温度梯度,从而对沙尘云的内部结构产生影响;在沙尘云边界处,它还会促进夹卷.沙尘大气气体常数会在等温面上产生气压梯度,从而促使沙尘由低浓度区向高浓度区迁移,它也会在沙尘云边界处促进夹卷的发展.质量损失时,混合系统密度减小,速度增大,温度增高;质量增加时,混合系统密度增大,速度减小,温度降低.这意味着

起沙时混合系统密度增大、运动减速和温度降低；沉降时混合系统密度减小、运动加速和温度增大。伴随着质量变化造成的温度变化，与沙尘粒子有关

的凝结和蒸发也会受到影响。总体而言，沙尘云要比被动标量方程组揭示的更高大、内部对流更强、内部结构更复杂，边界处夹卷也更活跃。

- [1] Zhao T L, Gong S L, Zhang X Y, Abdel-Mawgoud A, Shao Y P 2006 *J. Geophys. Res.* **111** 88
- [2] Miller R L, Tegen I 1998 *J. Clim.* **11** 3247
- [3] Rosenfeld D, Rudich Y, Lahav R 2001 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **98** 5975
- [4] Kaufman Y J, Koren L, Remer L A, Rosenfeld D, Rudich Y 2005 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **102** 11207
- [5] Han Y, Wang T J, Rao R Z, Wang Y J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7396 (in Chinese) [韩永、王体健、饶瑞中、王英俭 2008 物理学报 **57** 7396]
- [6] Gong S L, Zhang X Y, Zhao T L, McKendry I G, Jaffe D, Lu N M 2003 *J. Geophys. Res.* **108** 4262
- [7] Zhao T L, Gong S L, Zhang X Y, Blahet J T, McKendry I G, Zhou Z J 2006 *J. Clim.* **19** 88
- [8] Uno I, Carmichael G R, Streets G, Tang Y, Yienger J J, Satake S, Wang Z F 2003 *J. Geophys. Res.* **108** 8668
- [9] Jickells T D, An Z F, Andersen K K 2005 *Science* **308** 67
- [10] Yang Y Q, Hou Q, Zhou C H, Liu H L, Wang Y Q, Niu T 2008 *Atmos. Chem. Phys.* **8** 25
- [11] Luo C, Mahowald N M, Corral J 2003 *J. Geophys. Res.* **108** 4447
- [12] Hu Y Q, Guang T N 1996 *Plateau Meteor.* **15** 178 (in Chinese) [胡隐樵、光田宁 1996 高原气象 **15** 178]
- [13] You L G, Ma P M, Chen J H, Li K 1991 *J. Appl. Meteor. Sci.* **2** 13 (in Chinese) [游来光、马培民、陈君寒、栗柯 1991 应用气象学报 **2** 13]
- [14] Xuan J 2000 *Physical Simulation of Atmospheric Diffusion* (Beijing: China Meteorological Press) pp139—149 (in Chinese) [宣捷 2000 大气扩散的物理模拟(北京:气象出版社)第139—149页]
- [15] Huang M Y, Wang Z F 1998 *Chin. J. Atmos. Sci.* **22** 625 (in Chinese) [黄美元、王自发 1998 大气科学 **22** 625]
- [16] Ji F, Qin Y 1996 *Acta Sci. Nat. Univ. Peking* **32** 384 (in Chinese) [纪飞、秦瑜 1996 北京大学学报(自然科学版) **32** 384]
- [17] Nickovic S, Dobric S 1996 *Mon. Wea. Rev.* **124** 2537
- [18] Dalmeida G A 1986 *J. Clim. Appl. Meteor.* **25** 903
- [19] Zakey A S, Solmon F, Giorgi F 2006 *Atmos. Chem. Phys. Discuss* **6** 1749
- [20] Zhang D F, Zakey A S, Gao X J, Giorgi F 2008 *Atmos. Chem. Phys. Discuss* **8** 4625
- [21] Song Z 2004 *Environ. Model. Software* **19** 141
- [22] Tong Z H 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1884 (in Chinese) [全志辉 2010 物理学报 **59** 1884]
- [23] Liu H T, Chang J Z, An K, Su T X 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1877 (in Chinese) [刘汉涛、常建忠、安康、苏铁熊 2010 物理学报 **59** 1877]
- [24] Fu X D, Wang G Q 2004 *J. Sed. Res.* **4** 33 (in Chinese) [傅旭东、王光谦 2004 泥沙研究 **4** 33]
- [25] Zhang X Y, Lu H Y, Arimito R, Gong S L 2002 *Earth Planet. Sci. Lett.* **202** 637
- [26] Dong F, Jin N D, Zong Y B, Wang Z Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6145 (in Chinese) [董芳、金宁德、宗艳波、王振亚 2008 物理学报 **57** 6145]
- [27] Gao Z K, Jin N D 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6909 (in Chinese) [高忠科、金宁德 2008 物理学报 **57** 6909]
- [28] Zhen G B, Jin N D 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4485 (in Chinese) [郑桂波、金宁德 2009 物理学报 **58** 4485]
- [29] Liu H T, Tong Z H, An K, Ma L Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **58** 6369 (in Chinese) [刘汉涛、全志辉、安康、马理强 2008 物理学报 **58** 6369]
- [30] Cui J C, Zhang Y Y, Yang X F, Jia L Q 2010 *Chin. Phys. B* **19** 030304
- [31] Xia L L, Cai J L 2010 *Chin. Phys. B* **19** 040302
- [32] Chao J P, Liu F 2009 *Acta Meteor. Sin.* **67** 1 (in Chinese) [巢纪平、刘飞 2009 气象学报 **67** 1]
- [33] Liu F, Chao J P 2009 *Acta Meteor. Sin.* **67** 11 (in Chinese) [刘飞、巢纪平 2009 气象学报 **67** 11]
- [34] Gu X Z, Zhang B 2006 *Acta Meteor. Sin.* **64** 790 (in Chinese) [辜旭赞、张兵 2006 气象学报 **64** 790]
- [35] Gu X Z 2004 *Meteor. Sci. Tech.* **32** 19 (in Chinese) [辜旭赞 2004 气象科技 **32** 19]
- [36] Kong L 2004 *Two-Phase Fluid Mechanics* (Beijing: Higher Education Press) pp86—156 (in Chinese) [孔珑 2004 两相流体力学(北京:高等教育出版社)第86—156页]
- [37] Ni J R, Li Z S 2006 *The Theory and Its Application of Two-Phase Fluid of Wind and Dust* (Beijing: Science Press) pp11—19 (in Chinese) [倪晋仁、李振山 2006 风沙两相流理论及其应用(北京:科学出版社)第11—19页]
- [38] Qian N, Wan Z H 2003 *Mechanics of Sediment Transport* (Beijing: Science Press) pp114,115 (in Chinese) [钱宁、万兆惠 2003 泥沙运动力学(北京:科学出版社)第114,115页]
- [39] Yu Z H, Miao M Q, Jiang Q R, Yang P Z 2004 *Fluid Mechanics* (Beijing: China Meteorological Press) pp53—63 (in Chinese) [余志豪、苗曼倩、蒋全荣、杨平章 2004 流体力学(北京:气象出版社)第53—63页]
- [40] Wang H T, Dong Z B, Qian G Q, Zhao A G 2003 *J. Desert Res.* **23** 721 (in Chinese) [王洪涛、董治宝、钱广强、赵爱国 2003 中国沙漠 **23** 721]

Study of physical constraint equation of sand-dust atmosphere*

Zhao Jian-Hua[†] Zhang Qiang

(College of Atmospheric Science, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China)

(Key Laboratory of Arid Climatic Change and Reducing Disaster of Gansu Province,

Lanzhou Institute of Arid Meteorology, China Meteorological Administration, Lanzhou 730020, China)

(Received 6 November 2009; revised manuscript received 28 June 2010)

Abstract

The closed physical constraint equations of sand-dust atmosphere are established based on both the interaction of wind-blown-sand two-phase flows and the mass change. Ideal analysis of the equations shows the following findings: (1) the density of the sand-dust atmosphere is bigger than that of the pure atmosphere, which will reduce the velocities of air parcels of the former to some extent; (2) velocity difference between sand-dust particles and air can make the fine particles located in a high-speed region and the coarse particles located in a low-speed region; (3) temperature difference between sand-dust particles and air can make the particles tend to enhance convection through acting as a heat source in updraft and a cold source in downdraft; (4) the constant-volume mass-specific heat capacity of the sand-dust atmosphere can give rise to the generation of new temperature gradient on an isobaric surface and then enhance the entrainment at the boundary of a sand-dust cloud; (5) the gas constant of the sand-dust atmosphere can lead to the generation of new pressure gradient on an isothermal surface and also enhance the entrainment at the boundary of a sand-dust cloud; (6) mass change can largely affect density, velocity and temperature of the sand-dust atmosphere. In brief, compared with the sand-dust cloud given by equations based on passive scalar, the real sand-dust cloud is high and great. Besides this, its inner convection and its entrainment at the boundary are active, and its horizontal motion is slow.

Keywords: physical constraint equations of sand-dust atmosphere, two-phase flows, mass change, passive scalar

PACC: 9240V, 9260G

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 40975060).

[†] E-mail: pine_guest@yahoo.com.cn