

霍尔推力器磁场位形及其优化的数值研究

邓立赞 蓝红梅 刘悦[†]

(大连理工大学物理与光电工程学院, 大连 116024)

(2010年4月20日收到; 2010年5月6日收到修改稿)

基于麦克斯韦方程, 在轴对称假设下建立了霍尔推力器磁场的数学模型. 用有限差分方法对模型进行了离散. 给出了数值求解模型的迭代法. 通过对模型的数值求解, 得到了相应的数值结果. 通过对所得数值结果的分析, 研究了磁场线圈电流变化对霍尔推力器磁场位形的影响. 通过调整磁场线圈电流的大小找到了理想磁场位形. 研究表明, 对于理想磁场位形, 内通道的磁镜比在 3—3.5 之间, 外通道的磁镜比在 0.4—0.9 之间; 增加磁场线圈的电流, 出口的磁场强度随着增加, 但不能增加磁镜比. 通道内部的磁场强度几乎不随着磁场线圈电流的变化而变化.

关键词: 霍尔推力器, 磁场位形, 磁场线圈电流, 磁镜比

PACS: 52.75.Di, 41.20.Gz

1. 引言

进入 21 世纪以来, 随着人类探索宇宙空间范围的拓展, 传统的化学火箭已不能满足日益增加的对于深空探测的要求. 为了克服传统推进技术的缺点, 目前许多发达国家都在研究各种新型推进技术以满足未来太空探索的需要. 新型推进技术当中, 电推进技术是最具应用前景的, 因此在目前研究中最为广泛. 霍尔推力器是最典型的电推进器, 由于其具有结构紧凑、比冲大、效率高和寿命长等优点, 可以在未来的深空探测中应用于卫星姿态控制、航天器轨道修正、轨道转移、动力补偿等任务.

霍尔推力器主要是由同轴的圆柱形通道、陶瓷器壁、以及进气口处的阳极与喷射口处的阴极、用于产生磁场的线圈等组成. 霍尔推力器的工作气体主要选用氙气, 也有人选用氮气. 工作气体通过进气口进入通道, 同时阴极产生的电子进入通道对工作气体进行电离. 阳极和阴极之间的电势差产生电场, 使气体充分电离并加速等离子体中的带电粒子(电子和离子). 磁场线圈产生的磁场通过霍尔效应磁化等离子体中的电子, 使电子留在通道内, 而没有磁化的离子喷出通道, 从而产生推力. 这就是霍尔推力器的工作原理.

由于霍尔推力器在未来的深空探测任务中有很好的应用前景, 因此受到广泛研究. 人们分别对霍尔推力器中等离子体的震荡^[1-5]、电子的反常迁移和输运^[6,7]、等离子体与器壁材料的相互作用^[8-12]、等离子体鞘层^[13-16]、二次电子发射^[17-19]和磁场位形的效应^[20-25]等进行了深入研究.

众所周知, 霍尔推力器是通过霍尔效应来产生推力, 而磁场是产生霍尔效应的关键. 同时, 磁场位形对于霍尔推力器放电特性、使用寿命和效率等诸多方面产生很大影响, 所以对霍尔推力器磁场位形的研究非常重要, 既对霍尔推力器的机理研究有理论指导意义, 也对霍尔推力器的设计和实验提供理论基础. 2002 年, Peterson 等^[20]研究了霍尔推力器的磁场结构. 2003 年, Garrigues 等^[21]用数值模拟的方法研究了霍尔推力器的磁场位形对寿命的影响. 2005 年, Keidar 和 Boyd^[22]研究了霍尔推力器中的磁镜效应. 2009 年, 鄂鹏等^[23]研究了霍尔推力器中的磁场位形, 于达仁等^[24]研究了霍尔推力器磁场位形对羽流的影响, 耿少飞等^[25]研究了霍尔推力器磁场对电子和离子的影响.

本文基于麦克斯韦方程, 在轴对称假设下建立了霍尔推力器磁场的数学模型, 模型中包含有铁物质, 使得其具有很强的非线性, 很难求解. 本文用有限差分法对模型进行了离散, 给出了数值求解模型的迭代法, 并对模型进行了数值求解, 得

[†] 通讯联系人. E-mail: liuyue@dlut.edu.cn

到了相应的数值结果. 通过对所得数值结果的分析, 研究了磁场线圈电流变化对霍尔推力器磁场位形的影响.

2. 霍尔推力器磁场的数学模型

对于霍尔推力器的磁场, 由麦克斯韦方程有

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = \mathbf{J}, \quad (2)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad (3)$$

(1) 式中磁场 $\mathbf{B}$ 可以用磁矢势 $\mathbf{A}$ 表示

$$\mathbf{B} = \nabla \cdot \mathbf{A}. \quad (4)$$

根据霍尔推力器的结构, 霍尔推力器的磁场可以认为是轴对称的. 在轴对称的假设下, 在柱坐标系 (r, θ, z) 中, 磁矢势 $\mathbf{A}$ 只有 θ 分量, 而且只是 r 和 z 的函数, 因此, 磁矢势 $\mathbf{A}$ 可以表示为

$$\mathbf{A} = A(r, z) \mathbf{e}_\theta, \quad (5)$$

电流密度 $\mathbf{J}$ 可以表示为

$$\mathbf{J} = J(r, z) \mathbf{e}_\theta, \quad (6)$$

将(5)式代入(4)式有

$$\mathbf{B} = -\frac{\partial A}{\partial z} \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA) \mathbf{e}_z, \quad (7)$$

由(7)式有

$$B_r = -\frac{\partial A}{\partial z}, \quad (8)$$

$$B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rA). \quad (9)$$

将(3), (6)和(7)式代入(2)式有

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{\mu r} \frac{\partial}{\partial r}(rA) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial z} \right) = -J. \quad (10)$$

方程(10)的边界条件为

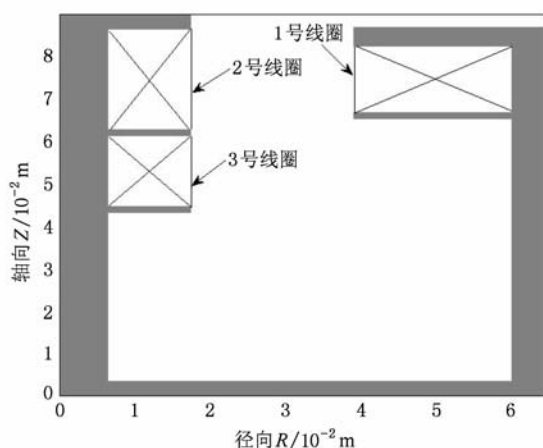


图1 霍尔推力器剖面图

$r = 0$ 时, $A = 0$; $r = \infty$ 时, $A = 0$; $z = \infty$ 时, $A = 0$.

方程(8), (9)和(10)与上述边界条件组成了霍尔推力器磁场的数学模型.

在实际计算中, 计算区域是一个包含推力器剖面的一个矩形区域, 计算区域的边界离推力器足够远, 我们取距推力器足够远处为无穷远, 并在这个边界上采用上面的边界条件.

推力器区域如图1所示. 其中, 有3个磁场线圈分别定义为1号线圈, 2号线圈, 3号线圈, 相应的电流分别为 NI_1 , NI_2 和 NI_3 , 灰色区域则为铁物质区域.

计算区域中有铁物质, 而铁物质的相对磁导率需要通过图2所示的 $\mu-B$ 曲线得到. 方程(10)中的磁导率 μ 在计算区域中是一个有空间分布的函数. 在没有铁物质的区域里, 我们取磁导率为真空磁导率; 在有铁物质的区域里, 先通过 $\mu-B$ 曲线计算出相对磁导率, 再乘以真空磁导率作为铁物质区域的磁导率.

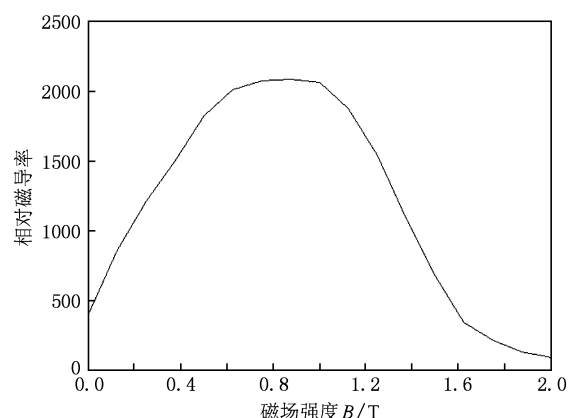


图2 $\mu-B$ 曲线

在计算霍尔推力器磁场的时候, 需要在上述边界条件下求解方程(8), (9)和(10), 这时需要用到磁导率 μ ; 而利用 $\mu-B$ 曲线计算相对磁导率 μ 时, 需要知道磁场 B . 因此, 这是一个具有很强非线性的偏微分方程边值问题, 需要数值求解, 并且需要用迭代法. 强非线性使得求解很难.

3. 数值方法

首先, 用有限差分法对模型进行离散. 方程(10)的差分格式如下:

$$\begin{aligned}
& \frac{2}{\mu_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + \mu_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{r_{i+\frac{1}{2}}} \cdot \frac{r_{i+1}A_{i+1,j} - r_iA_{ij}}{h} - \frac{2}{\mu_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + \mu_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{r_{i-\frac{1}{2}}} \cdot \frac{r_iA_{ij} - r_{i-1}A_{i-1,j}}{h} \\
& + \frac{2}{\mu_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + \mu_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \cdot \frac{A_{i,j+1} - A_{ij}}{h} - \frac{2}{\mu_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + \mu_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} \cdot \frac{A_{ij} - A_{i,j-1}}{h} \\
& = - \frac{J_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + J_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + J_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + J_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}{4}, \quad (11)
\end{aligned}$$

方程(8)的差分格式如下:

$$(B_r)_{i0} = - \frac{-3A_{i0} + 4A_{i1} - A_{i2}}{2h}, \quad (12a)$$

$$(B_r)_{ij} = - \frac{A_{i,j+1} - A_{i,j-1}}{2h}, \quad (12b)$$

$$(B_r)_{i,n_z} = - \frac{A_{i,n_z-2} - 4A_{i,n_z-1} + 3A_{i,n_z}}{2h}. \quad (12c)$$

方程(9)的差分格式如下:

$$(B_z)_{0j} = \frac{-3A_{0j} + 4A_{1j} - A_{2j}}{h}, \quad (13a)$$

$$(B_z)_{ij} = \frac{1}{r_i} \frac{r_{i+1}A_{i+1,j} - r_{i-1}A_{i-1,j}}{2h}, \quad (13b)$$

$$(B_z)_{ij} = \frac{1}{r_{n_r}} \frac{r_{n_r-2}A_{n_r-2,j} - 4r_{n_r-1}A_{n_r-1,j} + 3r_{n_r}A_{n_r,j}}{2h}. \quad (13c)$$

在离散的过程中,假设 r 方向和 z 方向的空间步长相等,都是 h . 整理(11)式得

$$C_{ij}A_{i,j-1} + D_{ij}A_{i-1,j} + E_{ij}A_{ij} + F_{ij}A_{i+1,j} + G_{ij}A_{i,j+1} = H_{ij}, \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned}
C_{ij} &= \frac{1}{\mu_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + \mu_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}, \\
D_{ij} &= \frac{r_{i-1}}{r_{i-\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{\mu_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + \mu_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}, \\
E_{ij} &= - \frac{1}{\mu_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + \mu_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} - \frac{r_i}{r_{i-\frac{1}{2}}} \\
&\quad \times \frac{1}{\mu_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + \mu_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} - \frac{r_i}{r_{i+\frac{1}{2}}} \\
&\quad \times \frac{1}{\mu_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + \mu_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} - \frac{1}{\mu_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + \mu_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}, \\
F_{ij} &= \frac{r_{i+1}}{r_{i+\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{\mu_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + \mu_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}},
\end{aligned}$$

$$G_{ij} = \frac{1}{\mu_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + \mu_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}},$$

$$H_{ij} = -h^2 \frac{J_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + J_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + J_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + J_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}{8}.$$

方程(14)是个具有很强非线性的代数方程组. 为了求解这个方程组,我们构造如下的迭代法:

1) 给定初始猜测 $\{A_{ij}^{(0)}\}$;

2) 用差分格式(12)和(13)计算得到 $\{(B_r)_{ij}^{(0)}\}$ 和 $\{(B_z)_{ij}^{(0)}\}$;

3) 利用 μ - B 曲线计算磁导率 $\{\mu_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{(0)}\}$;

4) 求解方程组(14)得到 $\{A_{ij}^{(1)}\}$;

5) 判断 $\frac{\sum_{i,j} [A_{ij}^{(1)} - A_{ij}^{(0)}]^2}{\sum_{i,j} [A_{ij}^{(1)}]^2} < \varepsilon$, 如果不等式

不成立,用 $\{A_{ij}^{(1)}\}$ 代替 $\{A_{ij}^{(0)}\}$ 重复2);

6) 用差分格式(12)和(13)计算得到 $\{(B_r)_{ij}^{(1)}\}$ 和 $\{(B_z)_{ij}^{(1)}\}$;

7) 输出结果.

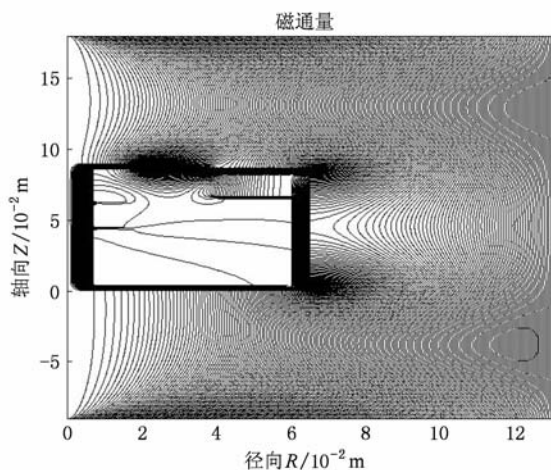
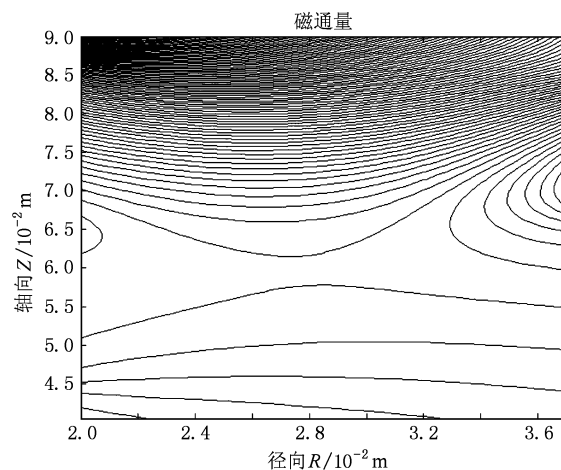
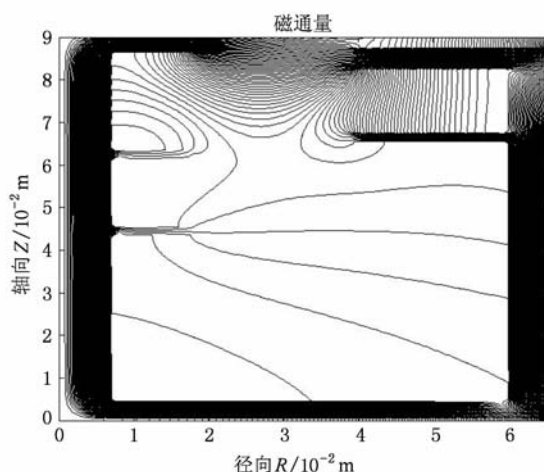
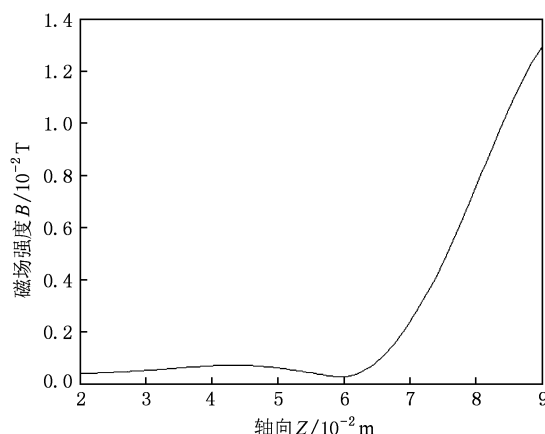
4. 数值结果与讨论

我们用上面的迭代法计算了3个磁场线圈在不同电流情况下产生的磁场,通过改变3个磁场线圈电流的大小试图找到理想磁场位形.

理想磁场位形的判断条件为:1)在通道的中间存在磁场零点;2)磁场在通道出口处沿轴向增加;3)存在磁透镜位形的磁场.

图3表示当3个磁场线圈电流分别为 $NI1 = 200$ A, $NI2 = 350$ A 和 $NI3 = 35$ A 时整个计算区域的磁场位形.

图4表示当3个磁场线圈电流分别为 $NI1 = 200$ A, $NI2 = 350$ A 和 $NI3 = 35$ A 时霍尔推力器的磁

图3 整个计算区域磁通 $N1 = 200 \text{ A}, N2 = 350 \text{ A}, N3 = 35 \text{ A}$ 图5 霍尔推力器通道内的磁通 $N1 = 200 \text{ A}, N2 = 350 \text{ A}, N3 = 35 \text{ A}$ 图4 霍尔推力器磁通 $N1 = 200 \text{ A}, N2 = 350 \text{ A}, N3 = 35 \text{ A}$ 图6 霍尔推力器通道中心的磁场 $N1 = 200 \text{ A}, N2 = 350 \text{ A}, N3 = 35 \text{ A}$

场位形. 可以看到, 在通道中间存在磁场零点. 磁场零点的存在使电子被束缚在磁阱里, 能够更好地增加电子对气体的电离, 提高电离效率.

图5表示当3个磁场线圈电流分别为 $N1 = 200 \text{ A}$, $N2 = 350 \text{ A}$ 和 $N3 = 35 \text{ A}$ 时霍尔推力器通道内的磁场位形. 由图5可以看出, 在通道的出口处为磁透镜位形的磁场, 磁透镜磁场能够对离子起到汇聚作用, 减小羽流散射角, 提高推进器的效率.

根据文献[22], 磁镜比定义为 B_w/B_0 , 其中 B_w 表示器壁处的磁场强度, B_0 表示通道出口处中心磁场强度. 此时通过计算, 内外通道磁镜比分别为 3.2730, 0.6077, 出口处中心磁场大小为 $234 \times 10^{-4} \text{ T}$.

图6为磁场通道中心从阳极区域沿轴向到出口

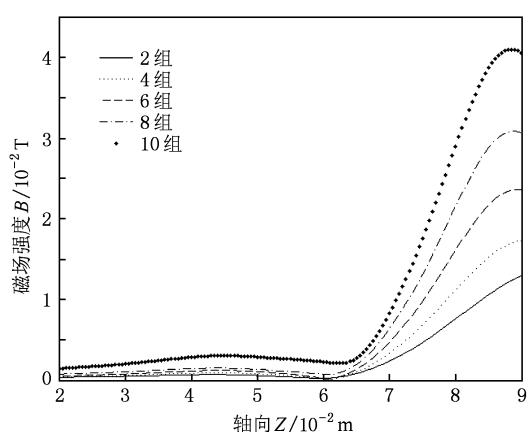
处磁场强度的变化. 可以看出磁场沿轴向从阳极区域到出口处不断增加, 即在此组磁场线圈电流下找到了理想磁场位形.

经过大量数值计算, 我们在10组电流强度下找到了理想的磁场位形, 表1给出了相应的内外通道磁镜比和通道出口中心处的磁场强度. 从表中可以看出, 在理想磁场位形下, 随着磁场线圈电流强度的增加, 通道出口处磁场强度也随之增加, 但是内外通道磁镜比并没有随着电流强度的增加而增加.

图7分别给出了5组参数下通道中央沿轴向的磁场分布. 由图7可以看出, 在理想磁场位形下, 磁场随着电流强度的增加而增加, 但磁场强度的增加主要在通道出口处附近, 通道内部磁场几乎不会受到磁场线圈电流大小的影响.

表1 理想磁场位形中的磁镜比和出口磁场强度

组号	$NI1/A$	$NI2/A$	$NI3/A$	内通道磁镜比	外通道磁镜比	出口中心磁场强度/T
1	80	150	15	3.3658	0.4706	0.0115
2	100	150	20	3.2876	0.4507	0.0121
3	125	180	25	3.2729	0.4394	0.0141
4	150	230	25	3.2815	0.4830	0.0168
5	175	250	30	3.2374	0.5297	0.0187
6	200	350	35	3.2730	0.6077	0.0234
7	250	400	35	3.1988	0.6788	0.0277
8	300	450	35	3.1554	0.7245	0.0307
9	350	510	40	3.1227	0.7642	0.0341
10	450	600	55	3.0629	0.8262	0.0409

图7 霍尔推力器通道中央沿轴向的磁场 $NI1 = 200\text{ A}$, $NI2 = 350\text{ A}$, $NI3 = 35\text{ A}$

5. 结 论

本文基于麦克斯韦方程,在轴对称假设下建立

了霍尔推力器磁场的数学模型. 由于模型中包含有铁物质,使得其具有很强的非线性,很难求解. 本文采用有限差分法对模型进行了离散,给出了数值求解模型的迭代法,并对模型进行了数值求解,得到了相应的数值结果. 通过对所得数值结果的分析,研究了3个磁场线圈中电流的变化对霍尔推力器磁场位形的影响. 通过调整磁场线圈电流的大小可以找到理想的磁场位形,在理想的磁场位形下内通道的磁镜比在3—3.5之间,外通道的磁镜比在0.4—0.9之间. 理想磁场位形下,增加磁场线圈的电流,通道出口处的磁场强度随着增加,但不能增加磁镜比. 同时通道内部的磁场强度几乎不会随着磁场线圈电流的变化而变化.

感谢哈尔滨工业大学于达仁教授及其研究团队的老师和学生们给予的帮助和支持,感谢大连理工大学等离子体理论与模拟科技创新团队的老师和同学提出的宝贵意见.

- | | |
|---|--|
| <p>[1] Boeuf J P, Garrigues L 1998 <i>Appl. Phys. Lett.</i> 84 3541</p> <p>[2] Guerrini G, Michaut C 1999 <i>Phys. Plasmas</i> 6 343</p> <p>[3] Choueiri E Y 2001 <i>Phys. Plasmas</i> 8 1411</p> <p>[4] Yu D R, Wei L Q, Zhao Z Y, Han K, Yan G Y 2008 <i>Phys. Plasmas</i> 15 043502</p> <p>[5] Yu D R, Wang C S, Wei L Q, Gao C, Yu G 2008 <i>Phys. Plasmas</i> 15 113503</p> <p>[6] Meezan N B, Hargus W A, Cappelli Jr M A 2001 <i>Phys. Rev. E</i> 63 026401</p> <p>[7] Smirnov A, Raites Y, Fisch N J 2004 <i>Phys. Plasmas</i> 11 4922</p> <p>[8] Meezan N B, Cappelli M A 2002 <i>Phys. Rev. E</i> 66 036401</p> | <p>[9] Ahedo E, Gallardo J M, Martinez-Sanchez M 2003 <i>Phys. Plasmas</i> 10 3397</p> <p>[10] Gascon N, Dudeck M, Barral S 2003 <i>Phys. Plasmas</i> 10 4123</p> <p>[11] Barral S, Makowski K, Peradzynski Z, Gascon N, Dudeck M 2003 <i>Phys. Plasmas</i> 10 4137</p> <p>[12] Yu D R, Li Y Q, Song S H 2006 <i>J. Phys. D: Applied Physics</i> 39 2205</p> <p>[13] Raites Y, Staack D, Smirnov A, Fisch N J 2005 <i>Phys. Plasmas</i> 12 073507</p> <p>[14] Francesco T, Savino L, Mario C 2005 <i>Phys. Plasmas</i> 12 093506</p> <p>[15] Francesco T, Savino L, Mario C, Ralf S 2009 <i>Appl. Phys. Lett.</i> 94 251502</p> |
|---|--|

- [16] Yu D R, Zhang F K, Li H, Liu H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1844 (in Chinese) [于达仁、张凤奎、李 鸿、刘 辉 2009 物理学报 **58** 1184]
- [17] Sydorenko D, Smolyakov A, Kaganovich I, Raitses Y 2006 *Phys. Plasmas* **13** 014501
- [18] Raitses Y, Smirnov A, Staack D, Fisch N J 2006 *Phys. Plasmas* **13** 014502
- [19] Garrigues L, Hagelaar G J M, Boniface C, Boeuf J P 2006 *J. Appl. Phys.* **100** 123301
- [20] Peterson P Y, Gallimore A D, Haas J M 2002 *Phys. Plasmas* **9** 4354
- [21] Garrigues L, Hagelaar G J M, Bareilles J, Boniface C, Boeuf J P 2003 *Phys. Plasmas* **10** 4886
- [22] Keidar M, Boyd I D 2005 *Appl. Phys. Lett.* **87** 121501
- [23] E P, Yu D R, Wu Z W, Han K 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2535 (in Chinese) [鄂 鹏、于达仁、武志文、韩 轲 2009 物理学报 **58** 2535]
- [24] Yu D R, Li J, Li H, Li Y, Jiang B H 2009 *Plasma Sci. Technol.* **11** 714
- [25] Geng S F, Tang D L, Zhao J, Qiu X M 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5520 (in Chinese) [耿少飞、唐德礼、赵 杰、邱孝明 2009 物理学报 **58** 5520]

Numerical study on Hall thruster magnetic configuration and its optimization

Deng Li-Yun Lan Hong-Mei Liu Yue[†]

(School of Physics and Optoelectronic Technology, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

(Received 20 April 2010; revised manuscript received 6 May 2010)

Abstract

Based on Maxwell's equations, under axis-symmetric assumption, a mathematical model of the magnetic field of a Hall thruster is established. A finite difference method is used for discretizing the model. An iterative method for numerically solving the model is given. The numerical results are obtained. From analysis of the results, the effect of the current in the magnetic field coils on the magnetic configuration of a Hall thruster is investigated. Through adjusting the current, the ideal magnetic configurations are found. It was shown that, for ideal magnetic configuration, the magnetic mirror ratio in the inner channel is between 3 and 3.5, and the magnetic mirror ratio in the outer channel is between 0.4 and 0.9. With the increasing of the current in the magnetic field coils, the magnetic field at the exit of the channel increases, but the magnetic mirror ratio cannot be increased. The magnetic field in the inner channel hardly changes with change of the currents in the magnetic field coils.

Keywords: Hall thruster, magnetic configuration, current in magnetic field coil, magnetic mirror ratio

PACS: 52.75.Di, 41.20.Gz

[†] Corresponding author. E-mail: liuyue@dlut.edu.cn