

任意多面体隐身罩材料参数的推导及验证*

顾超^{1)†} 屈绍波¹⁾²⁾ 裴志斌¹⁾ 徐卓²⁾ 刘嘉¹⁾ 顾巍³⁾

1)(空军工程大学理学院,西安 710051)

2)(西安交通大学电子陶瓷与器件教育部重点实验室,西安 710049)

3)(成都理工大学工程技术学院计算机科学与技术系,乐山 614300)

(2010年3月25日收到;2010年4月15日收到修改稿)

基于坐标变换理论推导了任意多面体隐身罩的隐身条件,并得到了相应隐身罩材料参数的张量表达式. 根据导出的材料参数的张量表达式,通过全波仿真分别对正四面体和十四面体隐身罩进行仿真验证,仿真结果证实了所得材料参数张量表达式的正确性,研究结果为三维复杂形状隐身罩的设计奠定了理论研究基础.

关键词: 坐标变换, 多面体隐身罩, 张量表达式, 全波仿真

PACS: 78.20.Ci, 41.20.Jb

1. 引言

相对于电磁频谱能够实现隐身的技术引起了科学界的极大兴趣. 超材料覆层可以减少物体对电磁波的散射^[1-3]. 这种方法的缺点是隐身效果的好坏取决于被隐身物体的特性,如形状、大小和材质等. 最近,一种能减少甚至消除物体的电磁信号,又不受被隐物体限制的隐身新方法被提出^[4,5]. 这种方法利用电磁隐身罩将被隐物体包围,实现透波隐身. 隐身罩具有各向异性、随空间位置而变化的电磁参数. 根据隐身罩的形状,通过坐标变换方法可以推出隐身罩的电磁参数^[6]. Pendry 等^[4]基于坐标变换方法推导了圆柱和球形隐身罩的电磁参数. 基于同样的方法,也推导出了椭圆柱、方形、正多棱柱等隐身罩的电磁参数^[7-13]. 此后人们对电磁隐身罩进行了广泛而深入的研究. 通过射线追踪法研究了球形和柱形隐身罩,结果表明入射电磁波的确在隐身罩的引导下绕着被隐区域传播且隐身罩外部电磁波的传播没有受到任何影响^[14]. 通过时域有限差分方法仿真了二维圆柱隐身罩,结果表明放置在被隐区域的物体相对于入射电磁波而言的确是隐身

的^[15,16]. 通过 Mie 散射模型对理想球形隐身罩进行了分析,结果表明隐身罩对电磁波的散射场和被隐区域的电磁场都等于零^[17]. 同时,通过 Mie 散射模型对理想圆柱隐身罩进行了分析,结果表明边界条件在罩内外界面处匹配且散射场为零^[18].

上述研究中,所有电磁参数的推导、隐身效果的数值仿真和理论分析针对的都是结构具有高度对称性的圆柱、球、椭圆和正多棱柱等物体. 然而,实际中有许多不规则的物体需要隐身,例如战车、战舰和飞机等.

本文基于坐标变换方法推导了任意多面体隐身罩材料参数的一般张量表达式,并利用商业有限元电磁软件包 Comsol 对正四面体和十四面体隐身罩进行了全波仿真,结果证实了所得材料参数张量表达式的正确性. 相对于圆柱、球、椭圆和正多棱柱等形状,不规则多面体提供了更大的可实现性,能够实现更多物体的隐身.

2. 任意多面体隐身罩材料参数的推导

考虑任意 N 面体隐身罩,其横截面为任意多面体环境,如图 1 所示. 利用坐标变换将任意多面体区

* 国家自然科学基金(批准号:50632030, 60871027)、国家重点基础研究发展计划(批准号:2009CB623306)和陕西省自然科学基金(批准号:SJ08F01)资助的课题.

† E-mail: guchao123abc@139.com

域压缩成任意多面体环境. 在原空间中考虑任意点 $H(x_m, y_m, z_m)$, 在新空间中的对应点是 $G(x, y, z)$. 定义 OH 和 OG 的长度为

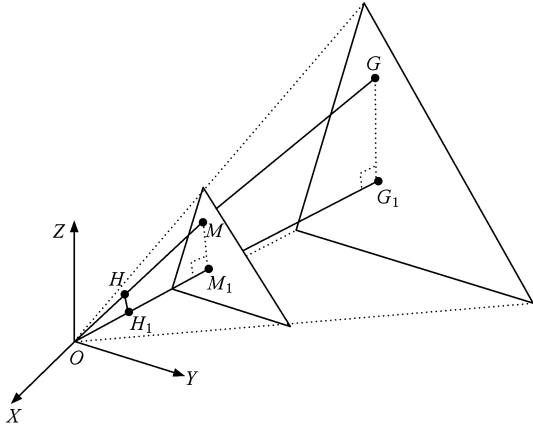


图1 多面体隐身罩示意图

$$r_m = \sqrt{x_m^2 + y_m^2 + z_m^2}, \quad (1a)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (1b)$$

原空间到新空间的坐标变换可以定义为

$$r = l \times r_m + R, \quad (2)$$

其中 M 是 OG 与内多面体的交点, R 是 OM 的长度, l 是压缩比.

假设内多面体第 i 个面的方程为

$$A_i(x' - x_{i0}) + B_i(y' - y_{i0}) + C_i(z' - z_{i0}) = 0, \quad (3)$$

其中 (x_{i0}, y_{i0}, z_{i0}) 是第 i 个面上任意一点的坐标, A_i, B_i, C_i 是第 i 个面法线的方向数.

与第 i 个面平行, 分别过点 $H(x_m, y_m)$ 和 $G(x, y)$ 的两个平面的方程为:

$$A_i(x' - x_m) + B_i(y' - y_m) + C_i(z' - z_m) = 0, \quad (4a)$$

$$A_i(x' - x) + B_i(y' - y) + C_i(z' - z) = 0. \quad (4b)$$

过 O 作第 i 个面的垂线, 记此垂线同第 i 个面、平行于第 i 个面且过 $H(x_m, y_m)$ 的平面、平行于第 i 个面且过 $G(x, y)$ 的平面依次相交于 M_1, H_1, G_1 .

由(3)式可得 OM_1 的长度, 由(4a)式可以得到 OH_1 的长度, 由(4b)式可以得到 OG_1 的长度, 分别为

$$OM_1 = \frac{|A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0}|}{\sqrt{A_i^2 + B_i^2 + C_i^2}}, \quad (5a)$$

$$OH_1 = \frac{|A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m|}{\sqrt{A_i^2 + B_i^2 + C_i^2}}, \quad (5b)$$

$$OG_1 = \frac{|A_i x + B_i y + C_i z|}{\sqrt{A_i^2 + B_i^2 + C_i^2}}. \quad (5c)$$

根据三角形的相似性, 可以得到

$$\frac{R}{r_m} = \frac{OM_1}{OH_1} = \frac{|A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0}|}{|A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m|}, \quad (6a)$$

$$\frac{R}{r} = \frac{OM_1}{OG_1} = \frac{|A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0}|}{|A_i x + B_i y + C_i z|}. \quad (6b)$$

由变换前后, 原空间和新空间的单位向量应该相等, 可以得到

$$\frac{x}{r} = \frac{x_m}{r_m}, \quad (7a)$$

$$\frac{y}{r} = \frac{y_m}{r_m}, \quad (7b)$$

$$\frac{z}{r} = \frac{z_m}{r_m}. \quad (7c)$$

因此, 坐标变换可以写成如下形式:

$$x = x_m \left[l + \frac{|A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0}|}{|A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m|} \right], \quad (8a)$$

$$y = y_m \left[l + \frac{|A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0}|}{|A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m|} \right], \quad (8b)$$

$$z = z_m \left[l + \frac{|A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0}|}{|A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m|} \right]. \quad (8c)$$

坐标变换的 Jacob 变换矩阵为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial x_m} & \frac{\partial x}{\partial y_m} & \frac{\partial x}{\partial z_m} \\ \frac{\partial y}{\partial x_m} & \frac{\partial y}{\partial y_m} & \frac{\partial y}{\partial z_m} \\ \frac{\partial z}{\partial x_m} & \frac{\partial z}{\partial y_m} & \frac{\partial z}{\partial z_m} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

假设原始空间是自由空间, 根据 Maxwell 方程相对于坐标变换的形式不变性, 可以得到材料参数在新空间中的张量表达式

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{\mathbf{A} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_m \mathbf{A}^T}{\det(\mathbf{A})} = \frac{\mathbf{A} \mathbf{A}^T}{\det(\mathbf{A})} \bar{\mathbf{I}} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_0, \quad (10a)$$

$$\bar{\boldsymbol{\mu}} = \frac{\mathbf{A} \bar{\boldsymbol{\mu}}_m \mathbf{A}^T}{\det(\mathbf{A})} = \frac{\mathbf{A} \mathbf{A}^T}{\det(\mathbf{A})} \bar{\mathbf{I}} \bar{\boldsymbol{\mu}}_0. \quad (10b)$$

材料参数的张量表达式可记为:

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \bar{\boldsymbol{\mu}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

其中 $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{zx}, \varepsilon_{zy}$ 和 ε_{zz} 是

$$\varepsilon_{xx} = \left(l - \frac{A_i x_m ((A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0})^2)^{0.5} (A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)}{((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2)^{1.5}} + \frac{((A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0})^2)^{0.5}}{((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2)^{0.5}} \right)^2 / \det(\mathbf{A}), \quad (12a)$$

$$\varepsilon_{yy} = \left(l - \frac{B_i y_m ((A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0})^2)^{0.5} (A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)}{((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2)^{1.5}} + \frac{((A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0})^2)^{0.5}}{((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2)^{0.5}} \right)^2 / \det(\mathbf{A}), \quad (12b)$$

$$\varepsilon_{zz} = \left(l - \frac{C_i z_m ((A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0})^2)^{0.5} (A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)}{((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2)^{1.5}} + \frac{((A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0})^2)^{0.5}}{((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2)^{0.5}} \right)^2 / \det(\mathbf{A}), \quad (12c)$$

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{A_i B_i x_m y_m (A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0})^2}{((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2)^2} / \det(\mathbf{A}), \quad (12d)$$

$$\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = \frac{B_i C_i y_m z_m (A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0})^2}{((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2)^2} / \det(\mathbf{A}), \quad (12e)$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = \frac{A_i C_i x_m z_m (A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0})^2}{((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2)^2} / \det(\mathbf{A}), \quad (12f)$$

其中 $\det(\mathbf{A})$ 是变换矩阵 $\mathbf{A}$ 的行列式, 见附录 A.

需要注意的是: 由(12)式得到的是含 x_m, y_m, z_m 的表达式, 需要作如下进一步代换:

$$x_m = x * \left(1 - \frac{|A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0}|}{|A_i x + B_i y + C_i z|} \right) / l, \quad (13a)$$

$$y_m = y * \left(1 - \frac{|A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0}|}{|A_i x + B_i y + C_i z|} \right) / l, \quad (13b)$$

$$z_m = z * \left(1 - \frac{|A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0}|}{|A_i x + B_i y + C_i z|} \right) / l. \quad (13c)$$

3. 算例仿真及讨论

为了验证所推导公式的正确性, 利用软件包 COMSOL 对多面体隐身罩进行全波仿真. 建立如图 2 所示的仿真模型, 平面波由端口 1 入射到外部放置多面体隐身罩的铜多面体 (充当被隐身物体, 占满隐身罩的内部空间) 上, 计算区域边界设置成完美电导体 (整个结构相当于放置在波导中). 考虑两种隐身罩: 正四面体和十四面体隐身罩, 其参数如表 1 所示.

两种隐身罩: 正四面体和十四面体隐身罩, 计

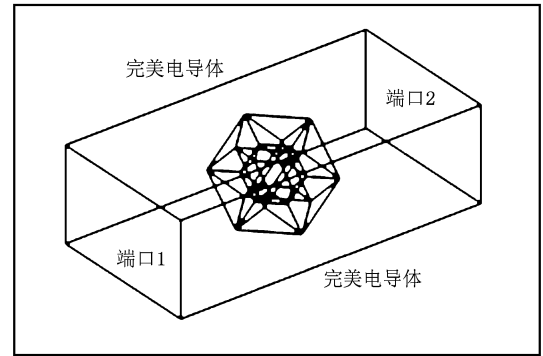


图 2 仿真模型三维示意图

表 1 两种隐身罩的参数

类型	压缩比(l)	频率/GHz
正四面体隐身罩	0.5	10
十四面体隐身罩	0.5	10

算区域电场 Z 分量的分布如图 3 和图 4 所示. 由图可见, 在隐身罩的外部, 波形保持不变, 和没有被隐身物体 (散射体) 存在的情况相同; 在隐身罩的内部, 波平滑地绕过了被隐身物体, 离开隐身罩时基本上完全恢复成原来的传播方向. 两种隐身罩均具有很好的隐身效果, 从而验证了所推导公式的正确性.

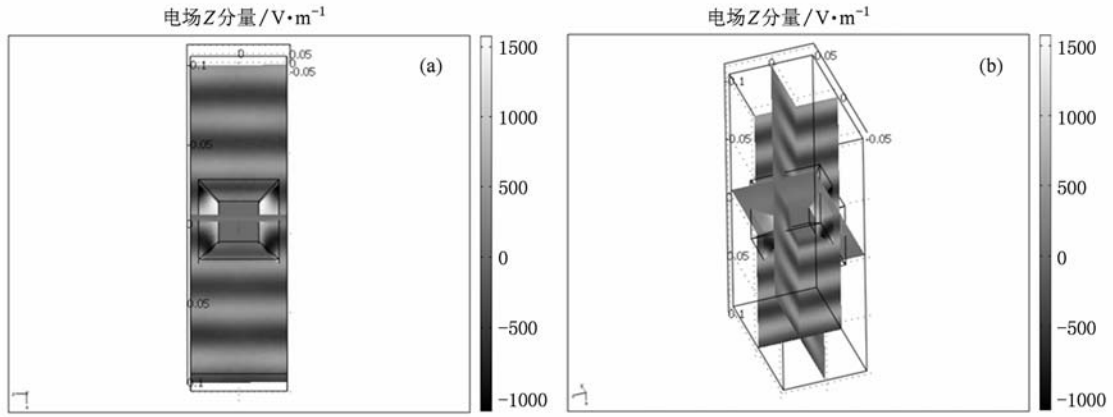


图3 正四面体隐身罩电场分布示意图 (a) 平视图, (b) 斜视图

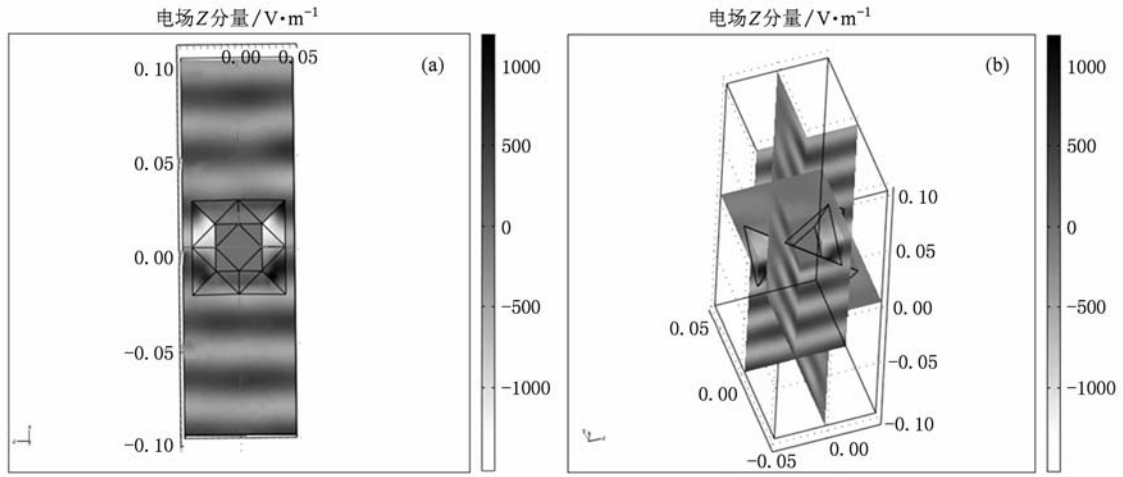


图4 四面体隐身罩电场分布示意图 (a) 平视图, (b) 斜视图

4. 结 论

基于坐标变换, 本文推导了任意多面体隐身罩材料参数的张量表达式, 并通过全波仿真对所推公

式进行了验证. 结果表明: 利用所推公式设计的隐身罩的确能够控制电磁波绕着内部被隐身区域传播, 并使波离开隐身罩时恢复成原来的传播方向, 从而成功地将内部被隐物体隐身. 本文推导的公式对于复杂形状物体的隐身具有一定的指导意义.

附录 A.

$$\det(A) = \frac{1}{((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2)^{1.5}} \times \left(\begin{aligned} & B_i z_m ((A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0})^2)^{0.5} (A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m) \\ & - \frac{A_i C_i x_m y_m (A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0})^2}{(A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^4} \\ & - C_i y_m ((A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0})^2)^{0.5} (A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m) \\ & \times \left(\left(l - \frac{A_i x_m ((A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0})^2)^{0.5} (A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)}{((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2)^{0.5}} \right) \right. \\ & \left. \times \left(\frac{((A_i x_{i0} + B_i y_{i0} + C_i z_{i0})^2)^{0.5}}{((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2)^{0.5}} \right) \right) \end{aligned} \right) / ((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2)^{1.5}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2)^{1.5}} \\
 & \times \left(A_i z_m ((A_i x_0 + B_i y_0 + C_i z_0)^2)^{0.5} (A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m) \right. \\
 & \times \left(\begin{aligned} & - \frac{B_i C_i x_m y_m (A_i x_0 + B_i y_0 + C_i z_0)^2}{(A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^4} \\ & - C_i x_m ((A_i x_0 + B_i y_0 + C_i z_0)^2)^{0.5} (A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m) \\ & \times \left(\begin{aligned} & \left(l - \frac{B_i y_m ((A_i x_0 + B_i y_0 + C_i z_0)^2)^{0.5} (A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)}{((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2)^{1.5}} \right) \\ & \times \left(\begin{aligned} & + \frac{((A_i x_0 + B_i y_0 + C_i z_0)^2)^{0.5}}{(A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2} \end{aligned} \right) \end{aligned} \right) \end{aligned} \right) \left((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2 \right)^{1.5} \\
 & + \left(\left(l - \frac{C_i z_m ((A_i x_0 + B_i y_0 + C_i z_0)^2)^{0.5} (A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)}{((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2)^{1.5}} + \frac{((A_i x_0 + B_i y_0 + C_i z_0)^2)^{0.5}}{((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2)^{0.5}} \right) \right. \\
 & \times \left(\begin{aligned} & - \frac{A_i B_i x_m y_m (A_i x_0 + B_i y_0 + C_i z_0)^2}{(A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^4} \\ & + \left(l - \frac{A_i x_m ((A_i x_0 + B_i y_0 + C_i z_0)^2)^{0.5} (A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)}{((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2)^{1.5}} + \frac{((A_i x_0 + B_i y_0 + C_i z_0)^2)^{0.5}}{((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2)^{0.5}} \right) \\ & \times \left(l - \frac{B_i y_m ((A_i x_0 + B_i y_0 + C_i z_0)^2)^{0.5} (A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)}{((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2)^{1.5}} + \frac{((A_i x_0 + B_i y_0 + C_i z_0)^2)^{0.5}}{((A_i x_m + B_i y_m + C_i z_m)^2)^{0.5}} \right) \end{aligned} \right)
 \end{aligned}$$

- | | |
|--|---|
| [1] Alù A, Engheta N 2005 <i>Phys. Rev. E</i> 72 016623 | [11] Jiang W, Cui T, Yu G, Lin X, Cheng Q, Chin J 2008 <i>J. Phys. D: Appl. Phys.</i> 41 085504 |
| [2] Alù A, Engheta N 2007 <i>Opt. Express</i> 15 3318 | [12] Rahm M, Schurig D, Roberts D A, Cummer S A, Smith D R, Pendry J B 2008 <i>Photon Nanostruct: Fundam Appl.</i> 6 87 |
| [3] Silveirinha M G, Alù A, Engheta N 2007 <i>Phys. Rev. E</i> 75 036603 | [13] Wu Q, Zhang K, Meng F Y, Li L W 2009 <i>Acta Phys. Sin.</i> 58 1619 (in Chinese) [吴群、张狂、孟繁义、李乐伟 2009 物理学报 58 1619] |
| [4] Pendry J B, Schurig D, Smith D R 2006 <i>Science</i> 312 1780 | [14] Schurig D, Pendry J B, Smith D R 2006 <i>Opt. Express</i> 4 9794 |
| [5] Leonhardt U 2006 <i>Science</i> 312 1777 | [15] Zhao Y, Argyropoulos C, Hao Y 2008 <i>Opt. Express</i> 16 6717 |
| [6] Ward A J, Pendry J B 1996 <i>J. Mod. Opt.</i> 43 773 | [16] Weder R 2008 <i>J. Phys. A: Math. Theor.</i> 41 065207 |
| [7] Cummer S A, Popa B I, Schurig D, Smith D R 2006 <i>Phys. Rev. E</i> 74 036621 | [17] Chen H, Wu B I, Zhang B, Kong J A 2007 <i>Phys. Rev. Lett.</i> 99 063903 |
| [8] Ma H, Qu S B, Xu Z, Zhang J Q, Wang J F 2009 <i>Chin. Phys. B</i> 18 179 | [18] Ruan Z, Yan M, Neff C W, Qiu M 2007 <i>Phys. Rev. Lett.</i> 99 113903 |
| [9] Ma H, Qu S B, Xu Z, Zhang J Q, Wang J F 2009 <i>Chin. Phys. B</i> 18 1850 | |
| [10] Kwon D H, Werner D H 2008 <i>Appl. Phys. Lett.</i> 92 013505 | |

Deduction and verification of electromagnetic parameter of arbitrary polyhedron cloaks^{*}

Gu Chao^{1)†} Qu Shao-Bo¹⁾²⁾ Pei Zhi-Bin¹⁾ Xu Zhuo²⁾ Liu Jia¹⁾ Gu Wei³⁾

1) (Science College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

2) (Key Laboratory of Electronic Materials Research of Ministry of Education, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

3) (Department of Computer Science and Technology, The Engineering and Technical College, Chengdu University of Technology, Leshan 614300, China)

(Received 25 March 2010; revised manuscript received 15 April 2010)

Abstract

On the basic of the coordinate transformation theory, we deduce the condition for irregular polyhedron cloaks and obtain tensor expressions of electromagnetic parameters. Using tensor expressions of electromagnetic parameters, we verify the effect of 4-sided polyhedron cloak and 14-sided polyhedron cloak through full-wave simulations. The results confirm the validity of tensor expressions of electromagnetic parameters we derived. The present work may serve as a basis for the design of three-dimensional baroque cloak.

Keywords: coordinate transformation, polyhedron cloak, tensor expression, full-wave simulation

PACS: 78.20.Ci, 41.20.Jb

^{*} Projects supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 50632030, 60871027), the National Basic Research Program of China (Grant No. 2009CB623306) and the Natural Science Foundation of Shaanxi Province, China (Grant No. SJ08F01).

[†] E-mail: guchao123abc@139.com