

等效折射率为非  $-1$  时的亚波长成像\*童元伟<sup>1)2)†</sup> 田 双<sup>1)</sup> 庄松林<sup>2)</sup>

1)(上海理工大学理学院, 上海 200093)

2)(上海理工大学光电学院, 上海 200093)

(2009年12月30日收到; 2010年7月6日收到修改稿)

本文采用硅柱子周期性排列构成六角结构光子晶体, 用平面波展开方法和 FDTD 方法研究表明, 此结构光子晶体存在等效折射率接近  $-1$  的频率区域. 在等效折射率趋于  $-1$  但不等于  $-1$  时, 此光子晶体平板结构超透镜能形成一个非近场的像. 模拟还发现, 此结构平板光子晶体等效折射率为非  $-1$  时, 可以亚波长成像.

**关键词:** 负折射, 光子晶体, 亚波长, 成像

**PACS:** 42.25. Gy, 42.25. BS

## 1. 引言

自 Veselago 提出左手介质<sup>[1]</sup>概念以来, 由于这种特殊材料所具有的如光的负折射、负的切连科夫效应、反多普勒效应等的性质, 近年来吸引了越来越多人的关注<sup>[2-10]</sup>. 利用这种材料制作的超透镜能够放大倏逝波, 从而获得高质量的像<sup>[11-25]</sup>. 但这种材料通常很难从自然界获得, 人们尝试利用由金属柱子组成的周期性结构和共振回型环来制作这种器件<sup>[2, 14, 26-30]</sup>, 但是这些材料含有金属成分, 不可避免地导致能量被大量吸收. 于是人们想到了利用周期性结构排列的电介质组成的光子晶体 (photonic crystals, PCs), 在特殊频段, 光子晶体对入射的电磁波也具有等效的负折射率, 利用光子晶体可以构造一些所想要的光学器件<sup>[15-24]</sup>. 利用光子晶体平板实现完美成像, 能够突破传统的衍射极限, 它的应用对高分辨率成像、光通讯、高密度光存储、超大规模集成电路的光刻技术以及集成光学等领域都将产生深远的影响.

本文通过在空气中周期性放置六角格子硅柱子, 构造了二维结构光子晶体, 等频图分析与 FDTD 模拟表明该晶格结构存在一个有效折射率接近  $n = -1$  的频率区域, 利用该晶格结构, 可以设计了一个

在一定频率范围内超透镜, 它能形成一个非近场的像. 研究还证明由该晶格结构构成的超透镜还具有亚波长成像的能力.

## 2. 负折射光子晶体的设计与色散关系分析

以硅电介质为材料, 无限长圆柱为基本单元, 构成阵列为二维的六角结构光子晶体, 如图 1(a) 所示. 由于硅材料在  $8-12 \mu\text{m}$  波段有较高的红外吸收, 仅适用于  $3-5 \mu\text{m}$  波段<sup>[31-32]</sup>, 选取入射红外波长为  $3-5 \mu\text{m}$ , 设定晶格常数为  $a$ , 数值模拟实验中取  $1 \mu\text{m}$ . 选取电介质材料的介电常数为  $\epsilon = 12$ , 取介质圆柱的直径为  $2r = 0.8a$ . 在空气介质中, 将这些电介质圆柱排列成六角格子结构的光子晶体平板. 根据能带理论, 可以求得六角格子光子晶体的第一布里渊区结构, 如图 1(b) 所示. 图中能带结构以 TE 波作为入射光波, 其 E 偏振方向平行于圆柱轴线方向, 用平面波展开法 (PWEM) 对该光子晶体进行能带计算, 其中沿简约布里渊区三个边界的数值结果绘制于图 1(b) 中, 称为光子晶体的能带结构图 (或叫色散关系曲线).

从图 1(b) 中可以发现, 在二维光子晶体中, 在第一与第二能级之间, 第二与第三能级之间, 均存

\* 国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2005CB724304), 国家自然科学基金 (批准号: 60777045) 和校博士科研启动基金 (批准号: 1D-00-341-003) 资助的课题.

† E-mail: tyw0991@hotmail.com

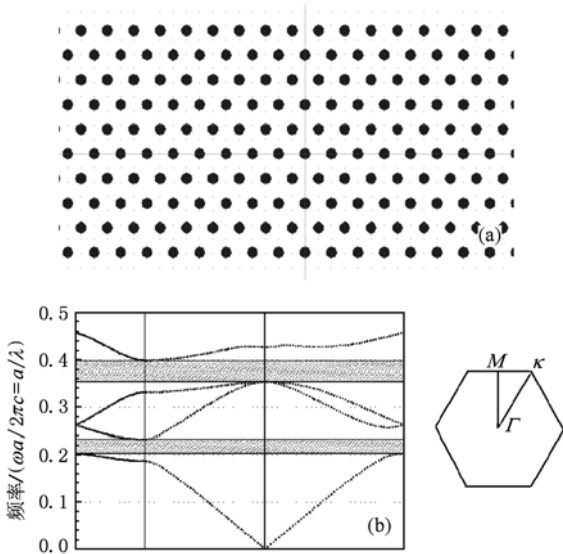


图1 (a)  $2r = 0.8a$ , 柱子折射率  $n = 3.46$ , 空间为空气  $n = 1$ ; (b) 第一布里渊区波矢空间

在一个光子禁带, 频率在这两个范围内的电磁波 (TE 光波) 不能通过此结构的光子晶体. 在此结构的光子晶体中, 光子带隙的归一化中心频率为分别为  $a/\lambda = 0.22, a/\lambda = 0.38$  ( $a$  为晶格常数,  $\lambda$  为入射波波长). 在两个禁带之间, 是光子晶体的第二个通带. 从第一布里渊区的波矢图, 可以区分是否存在禁带, 但对于各个通带中是否存在负折射或者能否构成超透镜, 却不能清晰地反映. 在第一布里渊区, 可以通过分析各个能级的等频率图, 研究在各个不同能级 (频段) 中光进入晶体具有的等效折射率问题.

### 3. 光子晶体具有的负折射特性及成像分析

前文设计的二维的六角结构光子晶体, 用平面波展开法可以获得其第一布里渊区中各个能级的等频图, 其第二能级的等频图如图 2(a) 所示, 在图 2(a) 中可以看出, 在第二能级中, 从第一布里渊区中心  $\Gamma$  出发, 无论沿  $\Gamma$  到  $M$  方向, 还是沿  $\Gamma$  到  $K$  方向, 随着波矢  $k$  的增加, 在光子晶体中传播的 TE 光波的频率是减小的, 即  $\partial\omega/\partial k < 0$ , 对应于在晶体中传播的 TE 波的群速度  $v_g = -\nabla_k(\omega) = \partial\omega/\partial k < 0$ , TE 波在晶体中传播的等效折射率  $n_{\text{eff}} = c/v_g < 0$ . 所以, 在第二能级中, 各个频率的光波从空气入射到介质时, 发生负折射.

图 2(a) 是六角结构光子晶体第二能级的等频

率曲线分布图, 从图中可以看出, 在等频图的中心附近, 每一个频率曲线对应的是一个同心圆, 同心圆从外向里频率越来越高, 而波矢量  $k$  取值却越来越小. 在第二能级中, 光子晶体的等效折射率可以由 Snell 定律计算. 图 2(b) 为计算得到的第二能级的等效折射率随频率的变化情况. 入射波归一化频率在  $a/\lambda = 0.26-0.36$  范围内, 有效折射率从  $-1.6$  变化到  $0$ . 从图 2(b) 可以看到当归一化频率接近  $f = a/\lambda = 0.298$  时, 有效折射率  $n = -1$ .

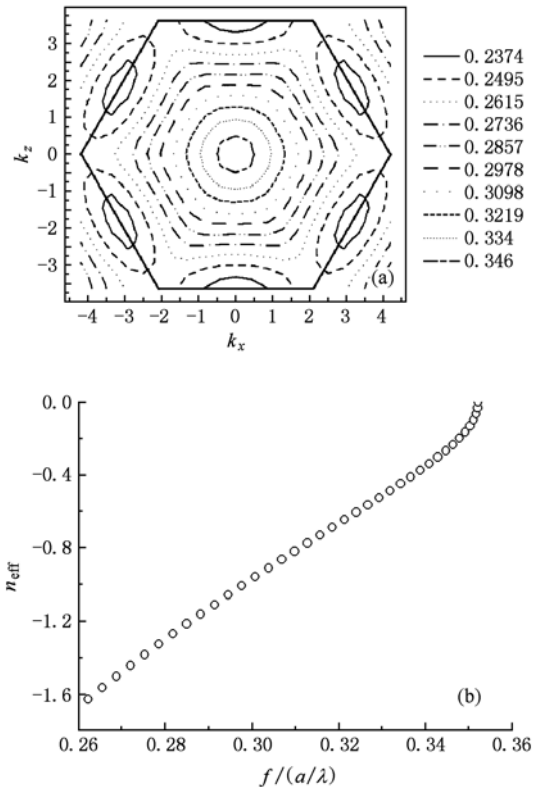


图2 (a) 第 2 能级的等频图; (b) 第二能级不同频率时的等效折射率

时域有限差分 (FDTD) 方法, 在处理电磁场问题上有其独特的优势. 电磁场与光子晶体相互作用过程, 可以使用 FDTD 方法来很好地描绘和模拟. 利用我们设计的该晶格结构设计一个具有九排硅柱子的对称性光子晶体平板, 光子晶体平板边界面的法线沿着  $\Gamma M$  方向, 一个点光源被放置在距光子晶体平板中心  $7.8a$  处的下方空气中, 点光源的归一化工作频率为  $\omega = a/\lambda = 0.298$ , 对应于该晶格结构的等效折射率  $n = -1$ , 该点光源经过光子晶体平板在光子晶体上方成像, 如图 3 由 FDTD 模拟给出, 模拟得到的像点距离光子晶体平板中心的距离为  $7.5a$ . 从模拟结果看, 用硅柱子周期性排列得到的光

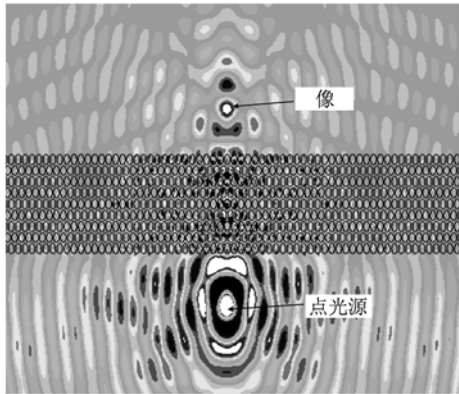


图3  $a/\lambda = 0.298$  时点光源被放置在光子晶体平板下方  $7.8a$  处成像情况

子晶体可以实现完美成像。

当光子晶体的等效折射率为  $-1$  时的完美成像问题,文献[13—22]中已经有了很多的阐述,我们尝试改变点光源的工作频率,在等效折射率  $-1$  附近,探讨当折射率为非  $-1$  时,利用光子晶体平板进行成像研究。

从图 2(b) 中我们发现,当入射波频率升高至归一化频率  $a/\lambda = 0.305$ ,  $a/\lambda = 0.312$  时,光子晶体的等效折射率分别是  $-0.9$ ,  $-0.8$ ,利用上文设计的

9 层平板光子晶体,将点光源的工作频率改变至  $a/\lambda = 0.305$ ,点光源距离光子晶体平板表面  $1.2\lambda$ 。FDTD 模拟发现,在光子晶体平板上方,同样呈现一个像点,如图 4(a) 所示,像点距离光子平板中心  $0.80\lambda$ ,比折射率为  $n = -1$  时离平板中心的距离要近,像和源的位置不符合简单的几何关系<sup>[14,21]</sup>。

继续改变激发成像的点光源的工作频率,使点光源的归一化工作频率为  $a/\lambda = 0.312$ ,此时光子晶体的等效负折射率改变为  $n = -0.8$ ,在三层平板光子晶体的下方距离光子晶体平板表面  $0.54\lambda$  处放置点光源。FDTD 模拟发现,在光子晶体平板上方出现明显的像点,像点距离平板表面距离为  $\lambda$ 。

如果降低入射波的频率,从图 2(b) 中我们发现,光子晶体具有的等效折射率将变得更小,选取归一化入射波频率分别为  $a/\lambda = 0.292$ ,  $a/\lambda = 0.285$ ,此时光子晶体的等效折射率分别为  $-1.1$ ,  $-1.2$ 。利用图 4(b) 所示的三层平板光子晶体,在光子晶体平板下方距离平板表面  $3a$  处设置激励点光源,FDTD 软件模拟可以发现,在归一化频率为  $a/\lambda = 0.292$ ,  $a/\lambda = 0.285$  时,利用平板光子晶体同样可以在平板的另一侧成一像点,模拟结果如图 5 所示。

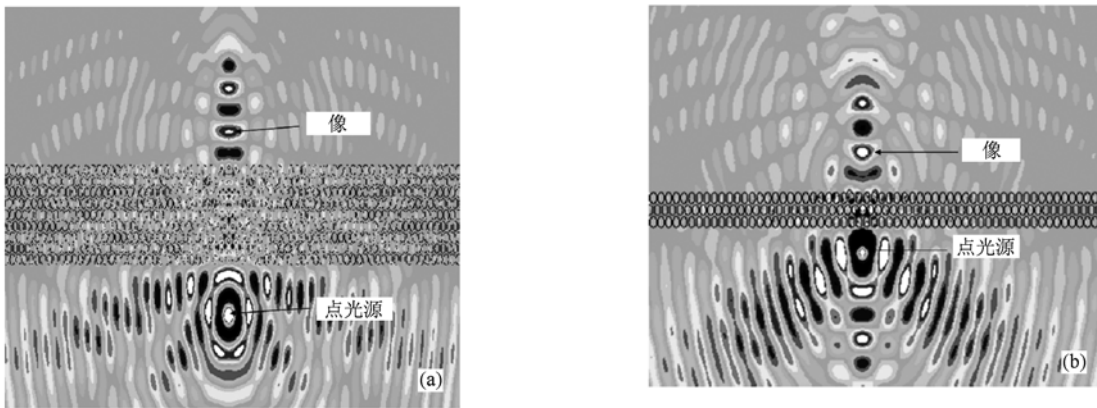


图4 (a)  $a/\lambda = 0.305$  ( $n = -0.9$ ) 时,点光源被放置在光子晶体平板下方  $1.2\lambda$  处成像情况; (b)  $a/\lambda = 0.312$  ( $n = -0.8$ ) 时,点光源被放置在光子晶体平板下方  $0.54\lambda$  处成像情况

当点光源的工作频率为  $f = a/\lambda = 0.292$  时,如图 5(a) 所示,像点距离光子晶体平板中心  $4.5a$ ,距离光子晶体表面距离为  $0.94\lambda$ ,此时点光源距离光子晶体平板表面  $0.506\lambda$ 。同样,当点光源的工作频率为  $f = a/\lambda = 0.285$  时,如图 5(b) 所示,像点距离光子晶体平板中心  $3a$ ,距离平板表面  $0.494\lambda$ ,此时

点光源距离光子晶体平板表面也是  $0.494\lambda$ 。

在光子晶体的等效折射率为  $-1.2$  的频率,在三层光子晶体平板的下方,放置两个相距  $0.91\lambda$  的点光源,FDTD 模拟结果如图 6 所示,在光子晶体平板上方,出现两个清晰的像点,两像点距离光子晶体平板表面  $0.494\lambda$ ,在光子晶体下方,两个相距小

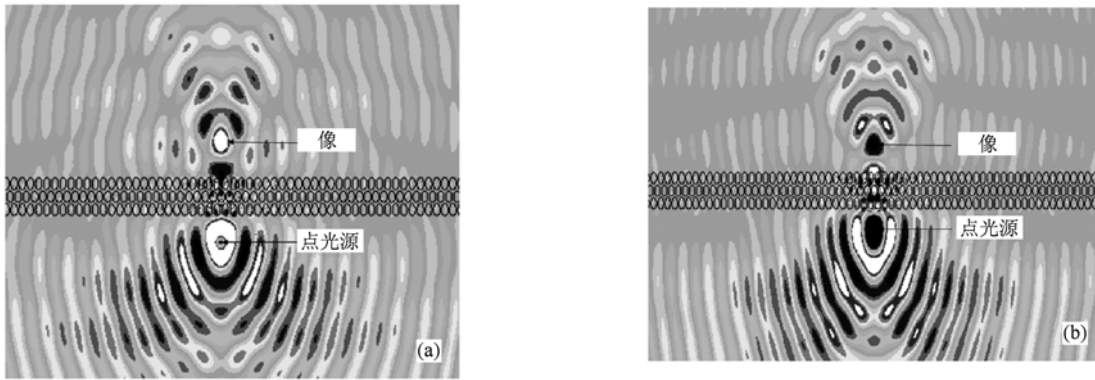


图5 (a)  $a/\lambda = 0.292 (n = -1.1)$  时,点光源被放置在光子晶体平板下方  $0.506\lambda$  处成像情况; (b)  $a/\lambda = 0.285 (n = -1.2)$  时,点光源被放置在光子晶体平板下方  $0.494\lambda$  处成像情况

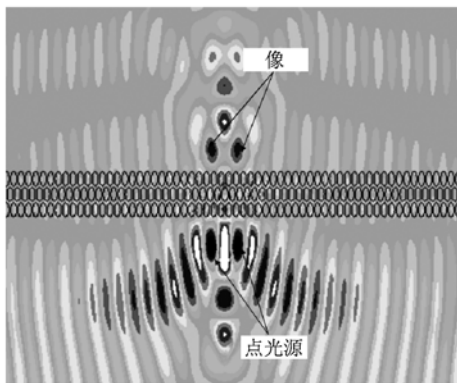


图6  $a/\lambda = 0.285 (n = -1.2)$  时,两个点光源被放置在光子晶体平板下方  $0.494\lambda$  处成像情况

于一个波长的两个点光源,在光子晶体平板另一侧呈现两个清晰的像点,证明我们设计的六角格子二维光子晶体具有亚波长成像能力.

#### 4. 结 论

本文研究了在空气中放置半导体材料硅柱子 ( $\epsilon = 12.0$ ) 构成的六角格子二维光子晶体,计算结果表明该晶格结构对于 TE 模式在一定的频率范围内存在明显的负折射效应. 由 Snell 定律可以把相应的等效负折射率计算出来. 尤其是该晶格结构在入射波频率  $f = a/\lambda = 0.3$  附近,等效折射率接近  $-1$ . 利用该晶格结构制作的超透镜能形成一个非近场的像. 改变激励源的工作频率,当光子晶体的等效折射率为非  $-1$  时,此结构光子晶体同样可以形成一个非近场的像点. 当光子晶体的等效折射率为  $-1.2$  时,两个相距  $\Delta = 0.91\lambda$  的点光源所成的像仍然可以清晰分辨,表明该晶格结构光子晶体具有亚波长成像能力.

- [1] Veselago V G 1968 *Sov. Phys. Usp.* **10** 509
- [2] Shelby R A, Smith D R, Schultz S 2001 *Science* **292** 77
- [3] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J, Stewart W J 1999 *IEEE Trans Microwave Theory Tech.* **47** 2075
- [4] Li J S, Zhou L, Chan C T, Sheng P 2004 *Phys. Rev. L.* **90** 083901
- [5] Chen L, He S L, Shen L F 2004 *Phys. Rev. L.* **92** 107404
- [6] Tang S H, Zhu W R, Zhao X P 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3220 (in Chinese) [汤世伟、朱卫仁、赵晓鹏 2009 物理学报 **58** 3220]
- [7] Wang T B, Liu N H 2007 *Acta Phys. Sin.* **10** 5878 (in Chinese) [王同标、刘念华 2007 物理学报 **10** 5878]
- [8] Kong L K, Zheng Z Q, Feng Z H, Li X Y, Jiang C H, Ming H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 7702 (in Chinese) [孔令凯、郑志强、冯卓宏、李小燕、姜翠华、明海 2009 物理学报 **58** 7702]
- [9] Xu F, Bai Y, Qiao L J, Zhao H J, Zhou J 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1653
- [10] Tong Y W, Mao Y, Zhuang S L 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 5553 (in Chinese) [童元伟、毛宇、庄松林 2010 物理学报 **59** 5553]
- [11] Zhang J L, Liu X, Li Y Y, Li M Y, Gu P F 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6075 (in Chinese) [张锦龙、刘旭、厉以宇、李明宇、顾培夫 2007 物理学报 **56** 6075]
- [12] Pendry J B, Holden A J, Stewart W J, Youngs I 1996 *Phys. Rev. L.* **76** 4773
- [13] Pendry J B 2000 *Phys. Rev. L.* **85** 3966
- [14] Smith D R, Padilla W J, Vier D C, Nemat-Nasser S C, Schultz S 2000 *Phys. Rev. L.* **84** 4184

- [15] Cubukcu E, Aydin K, Ozbay E, Foteinopoulou S, Soukoulis C M 2003 *Phys. Rev. L.* **91** 207401
- [16] Luo C, Johnson S G, Joannopoulos J D, Pendry J B 2002 *Phys. Rev. B* **65** 201104
- [17] Guven K, Aydin K, Alici K B, Soukoulis C M, Ozbay E 2004 *Phys. Rev. B* **70** 205125
- [18] Schonbrun E, Yamashita T, Park W, Summers C J 2006 *Phys. Rev. B* **73** 195117
- [19] Berrier A, Mulot M, Swillo M, Qiu M, Thylén L, Talneau A, Anand S 2004 *Phys. Rev. L.* **93** 073902
- [20] Parimi P V, Lu W T, Vodo P, Sridhar S 2003 *Nature* **426** 27
- [21] Feng Z F, Zhang X D, Wang Y Q, Li Z Y, Cheng B Y, Zhang D Z 2005 *Phys. Rev. L.* **94** 247402
- [22] Foteinopoulou S, Soukoulis C M 2003 *Phys. Rev. B* **67** 235107
- [23] Wang X, Ren Z F, Kempa K 2004 *Opti. Expre.* **12** 2919
- [24] Gajic R, Meisels R, Kuchar F, Hinger K 2006 *Phys. Rev. B* **73** 165310
- [25] Feng S, Feng Zh F, Ren K, Ren Ch, Li Z Y, Cheng B Y, Zhang D Zh 2006 *Chin. Phys.* **15** 552
- [26] Markos P, Soukoulis C M 2002 *Phys. Rev. E* **65** 036622
- [27] Smith D R, Schurig D 2003 *Phys. Rev. L* **90** 107401
- [28] Smith D R, Rye P M, Mock J J, Vier D C, Starr A F 2004 *Phys. Rev. L.* **93** 137405
- [29] Houck A A, Brock J B, Chuang I L 2003 *Phys. Rev. L.* **90** 137401
- [30] Parazzoli C G, Gregor R B, Li K, Koltenebah B E C, Tanielian M 2003 *Phys. Rev. L.* **90** 107401
- [31] Su X P, Yu H Z, Chu N L, Huang X Y 1997 *Chin. J Rare Meta.* **21** 469 (in Chinese) [苏小平、余怀之、褚乃林、黄炫云 1997 稀有金属 **21** 469]
- [32] Jai Singh 2006 *Optical Properties of Condensed Matter and Applications*(England: John Wily & Sons, Ltd) p1—25

## Sub-wavelength imaging of the two-dimensional photonic crystal with effective index close to $-1$ \*

Tong Yuan-Wei<sup>1)2)†</sup> Tian Shuang<sup>1)</sup> Zhuang Song-Lin<sup>2)</sup>

1) (College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

2) (College of Optical and Electronics Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

(Received 30 December 2009; revised manuscript received 6 July 2010)

### Abstract

This paper aims at designing a 2D photonic crystal (PC) with negative refractive index close to  $-1$ . Plane wave expansion method (PWEM) is used to obtain the band diagram and its equal-frequency surface (EFS). And the finite difference time domain (FDTD) simulation method is also used to analyze the equivalent refractive index of the PC. The results show the equivalent refractive index of the PC close to  $-1$  within a certain frequency band. A super-lens is formed by this photonic crystal, which can form a non-near-field image. Moreover, the super-lens has the capability of sub-wavelength imaging with its effective index close to  $-1$ .

**Keywords:** negative refraction, photonic crystals, sub-wavelength, imaging

**PACS:** 42.25. Gy, 42.25. BS

\* Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2005CB724304), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60777045), the Doctoral Startup Foundation of University of Shanghai for Science and Technology (Grant No. 1D-00-341-003).

† E-mail: tyw0991@hotmail.com