

光源附近空间分辨漫反射的  $SP_3$  研究\*

张小娟† 周青军 杨薇

(中国民航大学理学院, 天津 300300)

(2011年3月15日收到; 2011年4月26日收到修改稿)

根据  $P_3$  近似对半无限生物组织的空间分辨漫反射理论, 研究了强吸收条件下光源附近光辐射分布的简化表达式  $SP_3$  函数. 研究表明: 组织吸收越强,  $SP_3$  函数越能准确描述光源附近空间分辨漫反射; 应用  $SP_3$  函数反演强吸收组织光学参数时, 由不同起始距离的漫反射数据拟合得到的反演结果曲线存在极值, 极值附近对应的反演结果最接近实际组织光学参数.

关键词: 组织光学, 漫反射,  $P_3$  近似

PACS: 42.25.Dd, 42.62.Be, 87.10.-e

## 1 引言

稳态空间分辨漫反射的理论和实验研究已进行多年<sup>[1-3]</sup>. 空间分辨漫反射是在距离光源不同位置接收到的漫反射光, 其光分布由包含生物组织光学参数的辐射传输理论来描述, 这些光学特性参数有吸收系数  $\mu_a$ , 散射系数  $\mu_s$  和散射相函数  $p(\theta)$ . 空间分辨漫反射测量可以确定生物组织的光学参数, 但多数测量是远离光源, 以辐射传输的漫射近似(低阶近似)为理论依据. 漫射近似漫反射表达式是关于吸收系数  $\mu_a$  和有效散射系数  $\mu'_s(\mu'_s = \mu_s(1-g))$ ,  $g$  为散射相函数  $p(\theta)$  的一阶勒让德矩, 称作介质的各向异性因子)的函数, 其适用范围为远离光源几个特征长度  $mfp'$  (输运平均自由程,  $mfp' = 1/(\mu_a + \mu'_s)$ ) 和有效返照率  $a' \geq 0.98(a' = \mu'_s/(\mu_a + \mu'_s))$  的情况<sup>[4,5]</sup>.

随着激光应用技术的迅速发展, 需要能够对局部、浅表或吸收较强的病变组织进行无创或微创的光诊断和光治疗, 对光源附近组织的空间分辨漫反射研究渐渐成为关注的热点<sup>[6-15]</sup>. Bevilacqua 和 Depoersing<sup>[12]</sup> 用 Monte Carlo 方法和实验研究了光源附近约一个  $mfp'$  内的空间分辨漫反射, 引入了一个与相函数二阶矩有关的光学参数  $\gamma$ , 可以

更好地得到组织的光学参数, 并在 Monte Carlo 模拟研究中总结出适用于有效返照率  $a' \geq 0.9$  和距离光源  $\rho\mu'_s < 2$  的漫反射表达式. Hull 和 Foster<sup>[13]</sup> 在求解包含相函数高阶矩的辐射传输方程基础上, 得到了对应各向同性点源的半无限介质的  $P_3$  近似解.  $P_3$  近似解考虑了相函数的高阶矩, 其漫反射表达式是关于  $(\mu_a, \mu'_s, \gamma, \delta)$  的复杂函数 ( $\delta$  是与相函数三阶矩有关的光学参数), 能够描述光源附近特征长度  $mfp'''$ <sup>[14]</sup> ( $mfp''' = 1/[\mu_a + \mu_s(1-g_3)]$ ,  $g_3$  为散射相函数  $p(\theta)$  的三阶勒让德矩) 和强吸收组织 (有效返照率  $a' \geq 0.59$ <sup>[13]</sup>) 的漫反射光分布.

本文在  $P_3$  近似空间分辨漫反射解析理论模型的基础上, 对光源附近 ( $mfp''' < \rho < 2 \text{ mm}$ ) 光辐射的空间分布进行了函数拟合, 得出强吸收情况下替代  $P_3$  近似漫反射表达式的简化表达式  $SP_3$  函数, 并就  $SP_3$  函数用于组织光学参数的反演进行了讨论. 研究表明, 组织吸收越强,  $SP_3$  函数越能准确描述光源附近空间分辨漫反射, 且用于组织光学参数反演效果越好.  $SP_3$  函数弥补了漫射近似理论表达式无法描述近光源强吸收、 $P_3$  近似理论表达式过于复杂不适于反演光学参数的不足. 这对于进一步实现近光源探测的实验探头设计、实验预测及光学参数反演具有重要意义.

\* 国家自然科学基金 (批准号: 60278004, 51002183)、中央高校基本科研业务费专项 (批准号: ZXH2010D015) 和中国民航大学科研启动基金 (批准号: 05QD12X) 资助的课题.

† E-mail: lzhangxiaojuan@126.com

### 2 $P_3$ 近似空间分辨漫反射

当需要对局部、浅表或吸收较强的组织进行测量时, 探测器和光源之间的距离很近. 我们应用  $P_3$  近似描述光源附近光辐射强度分布,  $P_3$  近似是光在组织中的传输理论的高阶近似理论. 考虑无限细激光束垂直入射到半无限均匀介质表面 (见图 1), 通过求解传输方程得  $P_3$  近似漫反射率, 可以表示为 [13,15]

$$R(\rho; \gamma; \delta) = \sum_{l=0}^3 \frac{2l+1}{4\pi} \psi_l(\rho; \gamma; \delta) S_l(\rho; z_0), \quad (1)$$

式中  $\rho$  表示探测器与光源之间的距离,  $z_0 = 1/\mu'_t = 1/(\mu'_s + \mu_a)$  是将光源近似成点光源后的位置,  $S_l(\rho; z_0)$  只与一阶参量  $\mu_a$  和  $\mu'_s$  有关,

$$\begin{aligned} S_0(\rho; z_0) &= k_1, S_1(\rho; z_0) = k_2 \frac{z_0}{(\rho^2 + z_0^2)^{1/2}}, \\ S_2(\rho; z_0) &= k_3 \frac{3z_0^2}{2(\rho^2 + z_0^2)} + k_5 \frac{3\rho^2}{2(\rho^2 + z_0^2)} - k_1 \frac{1}{2}, \\ S_3(\rho; z_0) &= k_4 \frac{5z_0^3}{2(\rho^2 + z_0^2)^{3/2}} + k_6 \frac{15z_0\rho^2}{2(\rho^2 + z_0^2)^{3/2}} \\ &\quad - k_2 \frac{3z_0}{2(\rho^2 + z_0^2)^{1/2}}, \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $\psi_l(\rho; \gamma; \delta)$  不仅与一阶参量  $\mu_a$  和  $\mu'_s$  有关, 还与高阶参量  $\gamma$  和  $\delta$  有关.

$$\begin{aligned} \psi_l(\rho; \gamma; \delta) &= C_- h_l(-\nu_-) [Q_l(-\nu_- r_1) - Q_l(-\nu_- r_3)] \\ &\quad + C_+ h_l(-\nu_+) [Q_l(-\nu_+ r_1) \\ &\quad - Q_l(-\nu_+ r_2)], \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $C_{\pm}$  和  $h_l(\nu_j)$  是只与光学参量有关的量,  $Q(x)$  与  $\rho$  有关. 具体形式可参见参考文献 [15].

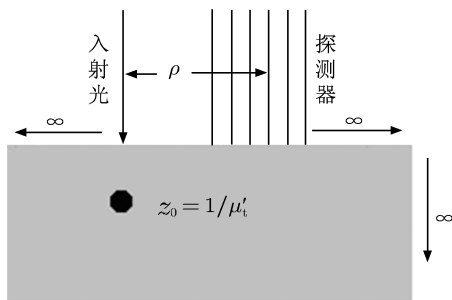


图 1 空间分辨漫反射测量示意图

### 3 $P_3$ 近似空间分辨漫反射表达式的 $SP_3$ 函数

$P_3$  近似空间分辨漫反射表达式相对漫射近似漫反射表达式要复杂很多, 为了方便近光源探测的实验预测和光学参数反演, 我们对  $P_3$  近似空间分辨漫反射表达式进行化简以期得到简化函数  $SP_3$ . 以  $P_3$  近似空间分辨漫反射得到的 (1 个特征长度  $mfp''' < \rho < 2mm$ ) 区段的结果作为数据点, 采用指数衰减函数

$$y = y_0 + A \exp(-x/t1) \quad (4)$$

进行拟合 (适用于远距离的漫射近似漫反射表达式, 其基本函数也为指数函数形式 [4,5]). 在用  $P_3$  近似模拟数据时, 我们选定相函数三阶参数  $\delta = 2.71$  (不同的三阶参数对漫反射影响较小 [9,12]), 光学参数  $\mu_a, \mu'_s$  和  $\gamma$  在大部分生物组织光学参数范围 [6,7,16] ( $0.01 \text{ mm}^{-1} \leq \mu_a \leq 1 \text{ mm}^{-1}$ ,  $1 \text{ mm}^{-1} \leq \mu'_s \leq 10 \text{ mm}^{-1}$ ,  $1 \leq \gamma \leq 3$ ) 内进行选取, 共选取 294 组参数组进行模拟.

在模拟数据组的拟合过程中, 式中的  $y_0$  多数情况为 0, 故对应 (4) 式的  $SP_3$  函数的基本形式可定为:

$$\begin{aligned} R(\rho; \mu_a; \mu'_s; \gamma) &= A1(\mu_a; \mu'_s; \gamma) \\ &\quad \exp[-\rho/t1(\mu_a; \mu'_s; \gamma)], \end{aligned} \quad (5)$$

(5) 式中的  $A1(\mu_a; \mu'_s; \gamma)$  和  $t1(\mu_a; \mu'_s; \gamma)$  分别由  $P_3$  近似模拟数据进行三级拟合确定. 假定  $A1(\mu_a; \mu'_s; \gamma)$  和  $t1(\mu_a; \mu'_s; \gamma)$  形式为

$$\begin{aligned} A1(\mu_a; \mu'_s; \gamma) &= K_0 - K_1(\mu_a + K_3\mu'_s) \\ &\quad + K_2(\mu_a + K_4\mu'_s)^2, \\ t1(\mu_a; \mu'_s; \gamma) &= K'_0 - K'_1(\mu_a + K'_3\mu'_s) \\ &\quad + K'_2(\mu_a + K'_4\mu'_s)^2, \end{aligned} \quad (6)$$

其中的参数  $K_0, K_1, K_2, K_3, K_4$  和  $K'_0, K'_1, K'_2, K'_3, K'_4$  值均与组织参数  $\gamma$  有关, 在  $\delta = 2.71$  情况下得到的这些参数随  $\gamma$  变化的具体关系为

$$\begin{aligned} K_0 &= 0.21990 - 0.06705\gamma + 0.00533\gamma^2, \\ K_1 &= 0.48627 - 0.28858\gamma + 0.05431\gamma^2, \\ K_2 &= 0.29571 - 0.11742\gamma + 0.01883\gamma^2, \\ K_3 &= -0.06156 + 0.81888\gamma - 0.18868\gamma^2, \\ K_4 &= 0.81402 + 0.01604\gamma; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K'_0 &= 0.51812 + 0.10057\gamma, \\
 K'_1 &= 0.41312 + 0.20613\gamma, \\
 K'_2 &= 0.08970 + 0.11496\gamma, \\
 K'_3 &= 0.36526 - 0.15099\gamma + 0.03264\gamma^2, \\
 K'_4 &= 0.31996 - 0.06922\gamma + 0.00975\gamma^2. \quad (7)
 \end{aligned}$$

结合 (5)、(6)、(7) 式, 即可得到适用于强吸收组织近光源的  $SP_3$  函数的具体形式. 为了检验拟合得到的  $SP_3$  函数, 下面对其进行研究.

### 4 $SP_3$ 函数的分析和讨论

根据以上分析,  $SP_3$  是生物组织光学参数  $\mu_a$ ,  $\mu'_s$ ,  $\gamma$  的函数, 相函数三阶参数  $\delta$  为 2.71. 我们对  $SP_3$  函数与原  $P_3$  近似漫反射表达式在不同组别参数情况下进行对比, 对不同强弱吸收情况的随机组别共对比了 48 组. 为了方便分析和比较, 在下面

的讨论中, 选取有效散射系数  $\mu'_s = 1.00 \text{ mm}^{-1}$ , 吸收系数  $\mu_a$  分别为  $0.01 \text{ mm}^{-1}$ ,  $0.1 \text{ mm}^{-1}$ ,  $0.6 \text{ mm}^{-1}$ ,  $0.68 \text{ mm}^{-1}$ , 二阶光学参数  $\gamma$  分别为 1.2, 1.6, 2.3 和 1.9, 以光学参数组  $(\mu_a; \mu'_s; \gamma)$  表示, 分别对应图 2 中的图 (a), (b), (c) 和 (d). 图 2 中的“\*”线表示原  $P_3$  近似, 实线“—”表示  $SP_3$  函数, 吸收的强弱用有效返照率  $\alpha'$  表示. 图 2(a) 为光学参数组 (0.01; 1; 1.2), 相应  $\alpha' = 0.99$ ; 图 2(b) 为光学参数组 (0.1; 1; 1.6), 相应  $\alpha' = 0.91$ ; 图 2(c) 为光学参数组 (0.6; 1; 2.3), 相应  $\alpha' = 0.625$ ; 图 2(d) 为光学参数组 (0.68; 1; 1.9), 相应  $\alpha' = 0.60$ . 从图 2 中的系列图可以看出: 图 (c) 和图 (d) 相对于图 (a) 和图 (b) 来说,  $SP_3$  曲线与原  $P_3$  近似曲线符合更好, 也就是有效返照率  $\alpha'$  越小 (相应组织吸收越强),  $SP_3$  函数与原  $P_3$  近似符合越好, 越能准确描述光源附近空间分辨漫反射情况. 这对于用  $SP_3$  函数替代原  $P_3$  近似表达式, 从而进一步反演强吸收组织光学参数非常重要.

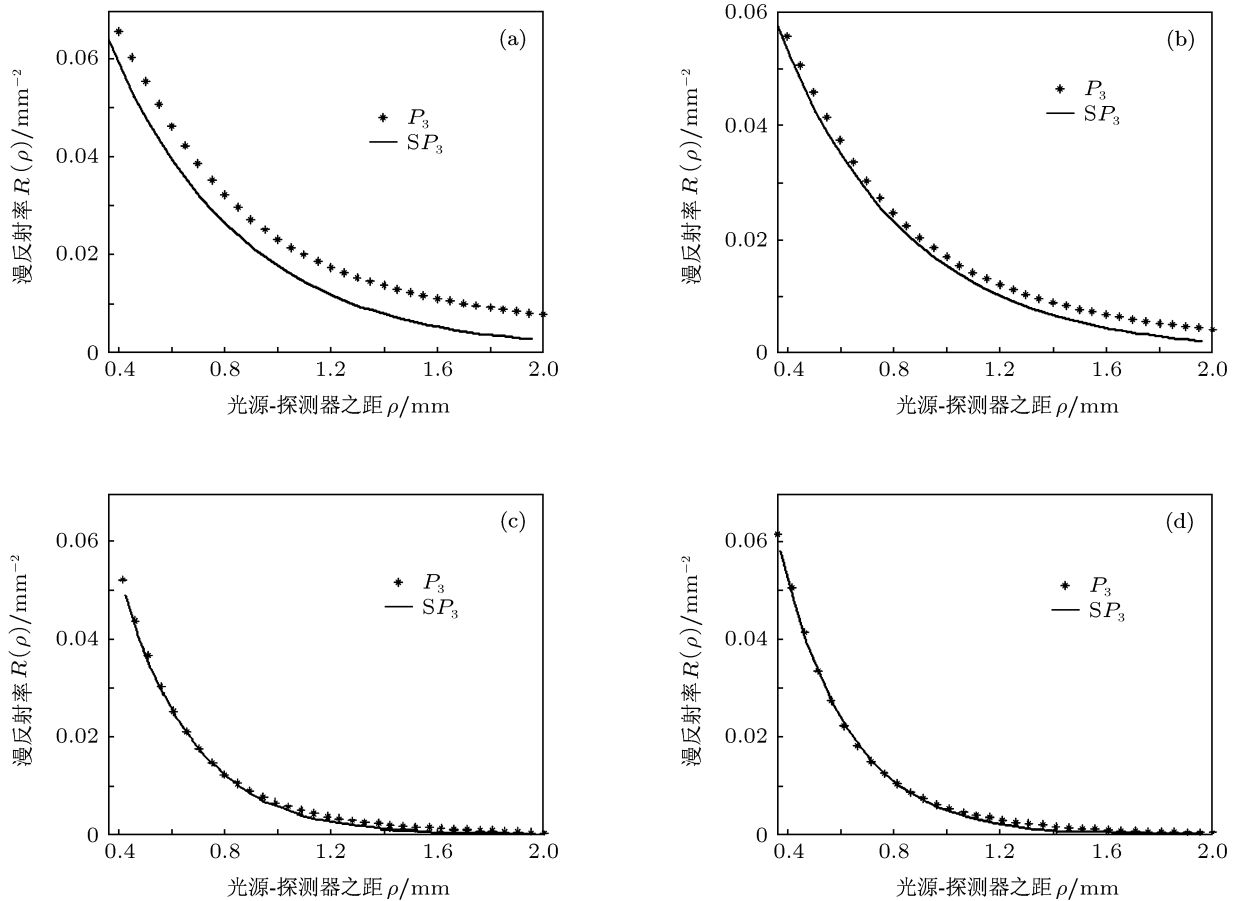


图 2  $SP_3$  函数与原  $P_3$  近似在吸收强弱不同情况下的比较 (a) 光学参数组 (0.01; 1; 1.2), 相应  $\alpha' = 0.99$ ; (b) 光学参数组 (0.1; 1; 1.6), 相应  $\alpha' = 0.91$ ; (c) 光学参数组 (0.6; 1; 2.3), 相应  $\alpha' = 0.625$ ; (d) 光学参数组 (0.68; 1; 1.9), 相应  $\alpha' = 0.60$

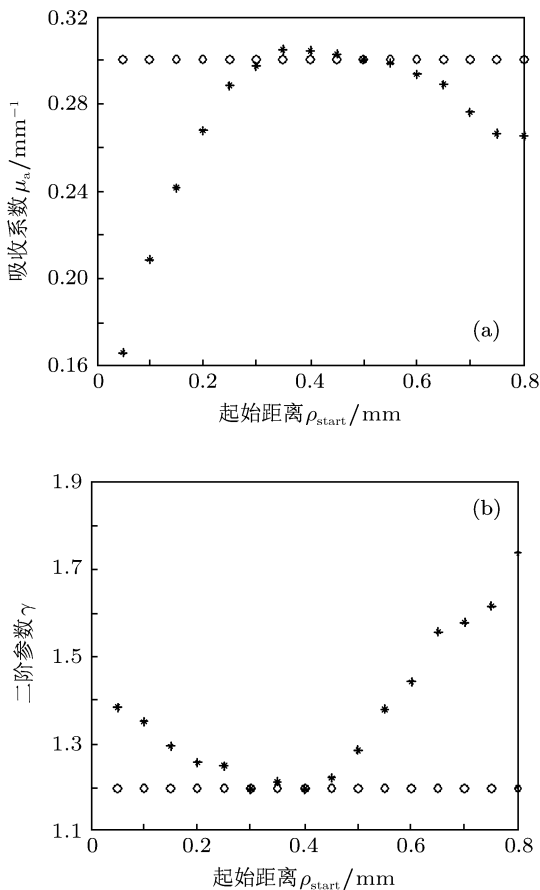


图3 以  $\mu_a = 0.3 \text{ mm}^{-1}$ ,  $\mu'_s = 1 \text{ mm}^{-1}$ ,  $\gamma = 1.2$  为参数组的模拟数据, 对应不同拟合起始距离  $\rho_{\text{start}}$  的吸收系数 (图 a) 和二阶参数 (图 b) 的反演

为了进一步检验  $SP_3$  函数, 采用非线性最小二乘法, 将  $P_3$  近似模拟的光源附近强吸收组织表面的分布规律处于不同距离内的结果, 用  $SP_3$  函数进行拟合, 由 matlab 编程反演获得光学参数, 进行了大量对比研究. 现随机选出两组强吸收组织的反演结果如图 3 和图 4 所示. 在对应图 3 的  $P_3$  近似模拟计算中, 组织的光学参数为  $\mu_a = 0.3 \text{ mm}^{-1}$ ,  $\mu'_s = 1 \text{ mm}^{-1}$ ,  $\gamma = 1.2$ , 相应特征长度  $mfp''' = 0.332 \text{ mm}$ ,  $mfp' = 0.769 \text{ mm}$ , 有效返照率  $a' = 0.77$ . 对应图 4 的模拟计算的光学参数为  $\mu_a = 0.68 \text{ mm}^{-1}$ ,  $\mu'_s = 1 \text{ mm}^{-1}$ ,  $\gamma = 1.6$ , 相应特征长度  $mfp''' = 0.295 \text{ mm}$ ,  $mfp' = 0.595 \text{ mm}$ , 有效返照率  $a' = 0.60$ . 图 3 和图 4 中的 (a) 和 (b) 分别是吸收系数  $\mu_a$  和二阶参数  $\gamma$  随不同拟合起始距离  $\rho_{\text{start}}$  的反演情况, 有效散射系数  $\mu'_s$  反演情况同  $\mu_a$  类似, 这里不再列出. 图中 “o” 代表组织实际光学参数, “\*” 代表反演结果. 由图 3 和图 4 可见: 1) 反演结果随拟合起始距离  $\rho_{\text{start}}$  的不同而不同, 由不同距离内的漫反射数据拟合得到的反演结果曲

线存在极值, 如两图中的图 (a) 反演吸收系数  $\mu_a$  的曲线存在极大值, 两图中的图 (b) 反演二阶参数  $\gamma$  的曲线存在极小值, 曲线极值附近对应的反演结果与实际组织光学参数符合很好; 2) 反演结果曲线极值附近对应的起始距离是最佳的拟合起始距离, 由同一组模拟数据反演得到的光学参数 ( $\mu_a$ ;  $\mu'_s$ ;  $\gamma$ ) 各自对应的最佳拟合起始距离是相同的, 如图 3 的最佳拟合起始距离在 0.30—0.45 mm 区间内, 图 4 的最佳拟合起始距离在 0.25—0.40 mm 区间内, 这个最佳拟合起始距离与实际组织光学参数有关, 随实际组织而变, 但变化不是很大. 大量研究发现, 随着有效返照率  $\alpha'$  增大 (相应组织吸收减弱), 由同一组模拟数据反演得到的光学参数 ( $\mu_a$ ;  $\mu'_s$ ;  $\gamma$ ) 各自对应的最佳拟合起始距离逐渐相互偏离, 反演结果与实际值误差逐渐增大, 表明  $SP_3$  函数适用于强吸收组织光学参数反演.  $SP_3$  函数用于拟合终止距离对光学参数反演也做了相应的研究, 得出结论为拟合终止距离的选取对光学参数反演影响非常小, 拟合终止距离可在距光源 1.5—2.0 mm 区间内选取.

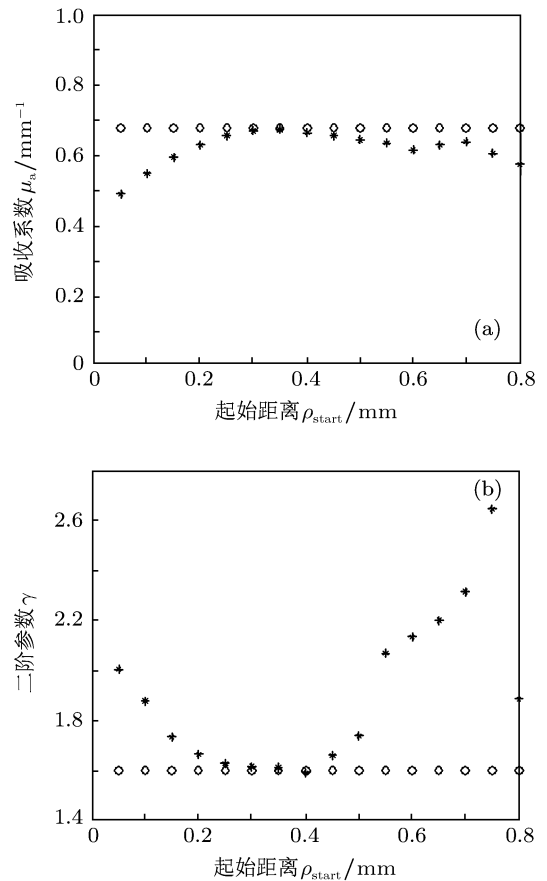


图4 以  $\mu_a = 0.68 \text{ mm}^{-1}$ ,  $\mu'_s = 1 \text{ mm}^{-1}$ ,  $\gamma = 1.6$  为参数组的模拟数据, 对应不同拟合起始距离  $\rho_{\text{start}}$  的吸收系数 (图 a) 和二阶参数 (图 b) 的反演

## 5 结论

$SP_3$  函数具有简单的数学形式, 因此能够用于实际漫反射测量应用. 应用  $SP_3$  函数反演强吸收组织光学参数时, 由于反演结果随  $\rho_{\text{start}}$  变化存在极值, 且极值附近对应的反演结果最接近实际组织光

学参数, 因此避免了由于选择不同  $\rho_{\text{start}}$  给测量结果带来的误差. 此外由于  $SP_3$  函数是生物组织光学参数  $\mu_a, \mu'_s, \gamma$  的函数, 这为我们测量组织的各向异性因子  $g$  提供了可能性, 因为根据参量  $\gamma$  值以及  $\gamma$  与  $g$  之间的关系, 就可以得到  $g$  值. 有关这方面的理论和实验研究正在开展中.

- 
- [1] Haskell R C, Svaasand L O, Tsay T T, Feng T C, McAdams M S, Tromberg B J 1994 *J. Opt. Soc. Am. A* **11** 2727
- [2] Kienle A, Lilge L, Patterson M S, Hibst R, Steiner R, Wilson B C 1996 *Appl. Opt.* **35** 2304
- [3] Nnichols M G, Hull E L, Foster T H 1997 *Appl. Opt.* **36** 93
- [4] Farrell T J, Patterson M S, Wilson B C 1992 *Med. Phys.* **19** 879
- [5] Kienle A, Patterson M S 1997 *J. Opt. Soc. Am. A* **14** 246
- [6] Bevilacqua F, Piquet D, Marquet P, Gross J D, Tromberg B J, Depeursinge C 1999 *Appl. Opt.* **38** 4939
- [7] Thueller P, Charvet I, Bevilacqua F, Ghislain M S, Ory G, Marquet P, Meda P, Vermeulen B, Depeursinge C 2003 *J. Biomed. Opt.* **8** 495
- [8] Zhang W, Gong H, Li P C, Luo Q M 2003 *Acta Las. Biol. Sin.* **12** 201 (in Chinese) [张伟, 龚辉, 李鹏程, 骆清铭 2003 激光生物学报 **12** 201]
- [9] Liu Y, Wang L J, Guo Y F, Zhang X J, Gao Z H, Tian H J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2119 (in Chinese) [刘迎, 王利军, 郭云峰, 张小娟, 高宗慧, 田会娟 2007 物理学报 **56** 2119]
- [10] Tian H J, Liu Y, Wang L J, Zhang Z B, Xiao L F 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 243 (in Chinese) [田会娟, 刘迎, 王利军, 张智卜, 肖立峰 2009 物理学报 **58** 243]
- [11] Wang L J, Liu Y, Tian H J, Zhang Y H, Xiao L F 2009 *J. Optoelectron. · Las.* **20** 122 (in Chinese) [王利军, 刘迎, 田会娟, 张宇晖, 肖立峰 2009 光电子·激光 **20** 122]
- [12] Bevilacqua F, Depeursinge C 1999 *J. Opt. Soc. Am. A* **16** 2935
- [13] Hull E L, Foster T H 2001 *J. Opt. Soc. Am. A* **18** 584
- [14] Zhang X J, Liu Y 2005 *J. Optoelectron. · Las.* **16** 124 (in Chinese) [张小娟, 刘迎 2005 光电子·激光 **16** 124]
- [15] Gao Z H, Liu Y, Guo Y F, Tian H J 2006 *Acta Opt. Sin.* **26** 1220 (in Chinese) [高宗慧, 刘迎, 郭云峰, 田会娟 2006 光学学报 **26** 1220]
- [16] Cheong W F, Prah S A, Welch A J 1990 *IEEE Quantum Electron.* **26** 2166

# Study of $SP_3$ for spatially-resolved diffuse reflectance close to light source\*

Zhang Xiao-Juan<sup>†</sup> Zhou Qing-Jun Yang Wei

(College of Science, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

(Received 15 March 2011; revised manuscript received 26 April 2011)

## Abstract

Based on  $P_3$  approximate spatially-resolved diffuse reflectance theory for semi-infinite biological tissue, the simplified expression  $SP_3$  function for highly absorbing medium close to source is studied. The research result shows that function  $SP_3$  can better describe the spatially-resolved diffuse reflectance close to source for higher absorption; the inversion of the optical parameters of highly absorbing medium with function  $SP_3$  shows the existence of extreme values of the curves fitted with diffuse reflectance data for different start distances, and the inversion results near the extreme values are the most closest to the optical parameters of real tissues.

**Keywords:** tissue optics, diffuse reflectance,  $P_3$  approximation

**PACS:** 42.25.Dd, 42.62.Be, 87.10.-e

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60278004, 51002183), the Fundamental Research Funds for the Central Universities of China (Grant No. ZXH2010D015), and the Scientific Research Foundation of Civil Aviation University of China (Grant No. 05QD12X).

<sup>†</sup> E-mail: lzhangxiaojuan@126.com