

# 一种基于远场图像的稀疏光学合成孔径系统 共相探测新方法的仿真研究\*

刘政<sup>1)2)3)†</sup> 王胜千<sup>2)3)</sup> 饶长辉<sup>2)3)</sup>

1) (国防科技大学光电科学与工程学院, 长沙 410073)

2) (中国科学院自适应光学重点实验室, 成都 610209)

3) (中国科学院光电技术研究所自适应光学实验室, 成都 610209)

(2011年8月15日收到; 2011年9月23日收到修改稿)

稀疏光学合成孔径系统中, 共相探测环节检测子孔径间的相位平移误差, 为系统高分辨力的实现提供重要支持. 文章从基本的物理原理出发, 分析了系统远场与相位平移误差的关系, 并以此为基础, 从数学上阐明了相位平移误差对系统远场图像的影响机制. 进一步, 针对典型的两孔径系统, 提出了一种新的基于远场相似度的共相探测方法, 并对其可行性、原理性偏差和动态范围进行了仿真分析. 结果表明, 该方法在原理上可实现对两孔径系统相位平移误差的良好标定, 且避免了一些既有方法可能存在的  $2\pi$  模糊性及无法判断符号的问题, 具有一定的动态范围, 为共相探测新技术的进一步研究提供了有效参考.

**关键词:** 稀疏光学合成孔径, 远场图像, 相位平移误差, 共相探测

**PACS:** 95.55.Cs, 42.30.Va, 42.15.Fr, 42.87.-d

## 1 引言

光学综合孔径成像系统通过子孔径之间的共相干涉来实现高分辨力成像观测, 各子孔径之间的相位平移误差 (文中简称 piston 误差) 的检测与校正具有十分重要的意义. 除了针对子孔径自身像差校正的自适应光学技术, 如何实现相位平移误差的实时、精确检测也已成为该领域中的热点问题, 引起了广泛关注<sup>[1-6]</sup>. 目前, 已报道的技术路线主要包括条纹模式追踪法 (fringe pattern tracking)<sup>[7,8]</sup>、相位差法 (phase diversity)<sup>[9-11]</sup>、迭代傅里叶算法 (iterative Fourier-transform algorithm)<sup>[12,13]</sup>、神经网络算法 (neural network)<sup>[14]</sup> 以及采用特殊器件的检测技术等<sup>[15-17]</sup>. 然而, 在实际系统的应用中, 这些方法尚存在一定程度的不足, 还有待进一步完善.

近年来, 基于远场图像的检测技术愈加受到关注<sup>[18-20]</sup>. 例如, 为研究 LBT 系统内的“条纹与曲

率追踪子系统”(fringes and flexure tracking system, FFTS) 在实时补偿光程差方面的性能, 文献 [18] 搭建了实验平台对 FFTS 的功能进行模拟, 并对远场条纹对比度进行了初步研究. 文献 [19] 提出了利用高斯函数拟合远场强度包络, 进而根据去掉包络后的条纹模式得到相位平移误差的原理, 并给出了初步的仿真结果, 但对符号判断和  $2\pi$  模糊性等具体问题未做探讨. 文献 [20] 主要分析了具有 Star-9 结构的综合孔径成像系统的低阶像差检测方法. 针对相位平移误差, 该文提出了利用 MTF 函数次峰强度变化结合 PSF 函数对称性的检测方法, 并通过实验初步验证了这种方法的效果, 但文中也指出了对于  $2\pi$  模糊性和符号判断这两个问题, 该方法仍需借助 PD 算法来解决.

本文以稀疏光学合成孔径系统的远场图像作为研究对象, 分析了系统远场强度与相位平移误差的关系, 从数学上对此误差与远场图像的影响关系作以阐释. 进一步, 提出了一种基于远场相似度的

\* 国家自然科学基金青年基金 (批准号:61008038) 资助的课题.

† E-mail: liuzhengIOE@yeah.net

相位平移误差直接检测方法, 并对其可行性、检测精度和动态范围进行了仿真分析, 并结合系统实际情况, 针对较大误差时该方法的应用给予了具体的分析和完善, 以期相位平移误差精确检测技术的进一步研究提供有效参考.

## 2 理论基础

图 1 为综合孔径系统的光瞳结构, 子孔径半径均为  $a$ ,  $(\varepsilon_n, \eta_n)$  为第  $n$  个子孔径中心在系统光瞳中的坐标, 对应的极坐标为  $(\rho_n, \theta_n)$ .

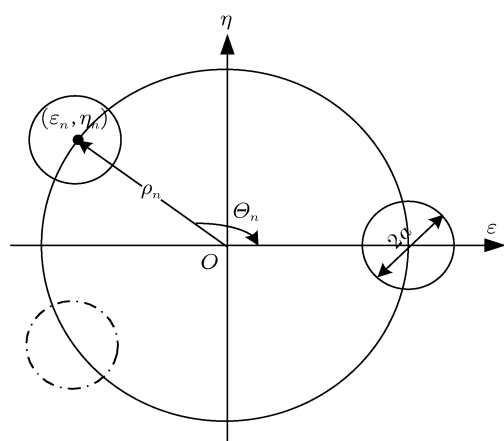


图 1 综合孔径系统子孔径排布模型

系统的广义光瞳函数 (complex pupil function) 为 [21]

$$P(\varepsilon, \eta) = \sum_{n=1}^N \{ \Pi(\varepsilon, \eta) \exp[jkw_n(\varepsilon, \eta)] \} * \delta(\varepsilon_n, \eta_n), \quad (1)$$

其中,  $*$  表示卷积运算, 波数  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\Pi(\varepsilon, \eta)$  为子孔径的孔径函数, 即 [22]

$$\Pi(\varepsilon, \eta) = \text{circ}(r/a) = \text{circ}\left(\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \eta^2}}{a}\right). \quad (2)$$

$w_n(\varepsilon, \eta)$  表示第  $n$  个子孔径包含的各阶泽尼克像差, 即

$$w_n(\varepsilon, \eta) = \alpha_{n1} + \alpha_{n2}Z_2 + \alpha_{n3}Z_3 + \cdots + \alpha_{nm}Z_m, \quad (3)$$

式中  $\alpha_{ni}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 表示从零阶的常数项到第  $m$  阶泽尼克像差的系数,  $\alpha_{n1}$  为子孔径  $n$  自身像差中的常数项. 冲激函数  $\delta(\varepsilon_n, \eta_n)$  表征各子孔径的位置信息

$$\delta(\varepsilon_n, \eta_n) = \delta(\varepsilon - \rho_n \cos \theta_n, \eta - \rho_n \sin \theta_n). \quad (4)$$

根据傅里叶光学原理 [23], 系统的复振幅传递函数为

$$\begin{aligned} A(u, v) &= \mathfrak{S}\{P(\varepsilon, \eta)\} \\ &= \mathfrak{S}\left\{\sum_{n=1}^N \{ \Pi(\varepsilon, \eta) \exp[jkw_n(\varepsilon, \eta)] \} * \delta(\varepsilon_n, \eta_n)\right\} \\ &= \sum_{n=1}^N \mathfrak{S}\{ \Pi(\varepsilon, \eta) \exp[jkw_n(\varepsilon, \eta)] \} \mathfrak{S}\{ \delta(\varepsilon_n, \eta_n) \} \\ &= \sum_{n=1}^N \mathfrak{S}\{ \Pi(\varepsilon, \eta) \} * \mathfrak{S}\{ \exp[jkw_n(\varepsilon, \eta)] \} \\ &\quad \times \mathfrak{S}\{ \delta(\varepsilon_n, \eta_n) \}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中,  $\mathfrak{S}[\cdot]$  为傅里叶变换算符,  $(u, v)$  表示综合孔径共焦面上的空间频率坐标, 上式中的各项傅里叶变换可写成

$$\mathfrak{S}\{ \Pi(\varepsilon, \eta) \} = \frac{aJ_1(2\pi a\sqrt{u^2 + v^2})}{\sqrt{u^2 + v^2}}, \quad (6)$$

$$\mathfrak{S}\{ \exp[jkw_n(\varepsilon, \eta)] \} = \mathfrak{S}\left\{ \prod_{i=1}^m \exp(jk\alpha_{ni}Z_i) \right\}, \quad (7)$$

$$\mathfrak{S}\{ \delta(\varepsilon_n, \eta_n) \} = \exp[-j2\pi(u \cdot p_n \cos \theta_n + v \cdot p_n \sin \theta_n)]. \quad (8)$$

考虑将各子孔径像差  $w_n(\varepsilon, \eta)$  分为两部分, 一部分常数项, 另一部分为从倾斜开始的各阶像差, 即

$$\begin{aligned} W_n(\varepsilon, \eta) &= \alpha_{n1} + (\alpha_{n2}Z_2 + \alpha_{n3}Z_3 + \cdots + \alpha_{nm}Z_m) \\ &= \alpha_n + f_n(\varepsilon, \eta). \end{aligned} \quad (9)$$

对于不同的子孔径, 上式的形式不变, 仅仅是  $\alpha_n$  及  $f_n(\varepsilon, \eta)$  中的各阶泽尼克系数不同. 则

$$\begin{aligned} &\mathfrak{S}\{ \exp[jk \cdot w_n(\varepsilon, \eta)] \} \\ &= \mathfrak{S}\{ \exp[jk \cdot \alpha_n + jk \cdot f_n(\varepsilon, \eta)] \} \\ &= \mathfrak{S}\{ \exp(jk \cdot \alpha_n) \cdot \exp[jk \cdot f_n(\varepsilon, \eta)] \} \\ &= e^{jk\alpha_n} \mathfrak{S}\{ \exp[jk \cdot f_n(\varepsilon, \eta)] \}. \end{aligned} \quad (10)$$

由此推出

$$\begin{aligned} A(u, v) &= \sum_{n=1}^N \left[ \mathfrak{S}\{ \exp[jk \cdot f_n(\varepsilon, \eta)] \} * \frac{aJ_1(2\pi a\sqrt{u^2 + v^2})}{\sqrt{u^2 + v^2}} \right] \\ &\quad \times \exp[jk(\alpha_n - \lambda u \varepsilon_n - \lambda v \eta_n)]. \end{aligned} \quad (11)$$

在各子孔径由倾斜开始的各阶像差已由相应

的自适应环节校正时,系统的复振幅函数可近似为

$$A(u, v) = \sum_{n=1}^N \frac{aJ_1(2\pi a\sqrt{u^2 + v^2})}{\sqrt{u^2 + v^2}} \times \exp[jk(\alpha_n - \lambda u \varepsilon_n - \lambda v \eta_n)]. \quad (12)$$

则系统点扩散函数在空间频域上可表示为

$$I(u, v) = |A(u, v)|^2 = \left| \sum_{n=1}^N \frac{aJ_1(2\pi a\sqrt{u^2 + v^2})}{\sqrt{u^2 + v^2}} \times \exp[jk(\alpha_n - \lambda u \varepsilon_n - \lambda v \eta_n)] \right|^2 = \frac{a^2 J_1^2(2\pi a\sqrt{u^2 + v^2})}{u^2 + v^2} \times \left| \sum_{n=1}^N \exp[jk(\alpha_n - \lambda u \varepsilon_n - \lambda v \eta_n)] \right|^2. \quad (13)$$

由于 piston 误差只存在于不同的子孔径之间,为了便于计算,将系统某一子孔径记为孔径 0,其余子孔径重新标记为 1, 2, ..., N - 1, 则 (13) 式可写作

$$I(u, v) = \frac{a^2 J_1^2(2\pi a\sqrt{u^2 + v^2})}{u^2 + v^2} \times \left| 1 + \sum_{i=1}^{N-1} \exp[jk(p_i - \lambda u \varepsilon_i - \lambda v \eta_i)] \right|^2, \quad (14)$$

其中  $p_i = \alpha_i - \alpha_0$ , 表示子孔径  $i$  与子孔径 0 之间的 piston 误差,  $(\varepsilon_i, \eta_i)$  表示子孔径  $i$  相对参考孔径的中心坐标偏移,即表征了不同子孔径之间的相对位置.

将  $u = x/\lambda f, v = y/\lambda f$  代入上式,得到单色目标光波下系统的远场强度分布为

$$I(x, y) = a^2 f^2 \frac{\lambda^2 J_1^2\left(\frac{2\pi a}{\lambda f} \sqrt{x^2 + y^2}\right)}{x^2 + y^2} \times \left\{ N + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \cos k \left[ p_i - \frac{1}{f} (\varepsilon_i \cdot x + \eta_i \cdot y) \right] + 2 \sum_{\substack{i < j \\ 1 \leq i, j \leq N-1}} \cos k \left[ p_{ij} - \frac{1}{f} (\varepsilon_{ij} \cdot x + \eta_{ij} \cdot y) \right] \right\}. \quad (15)$$

对于更一般的情况,即目标光为宽带光时,系统的远场强度可理解为目标波段内各单色成分远

场强度的迭加,即为

$$I(x, y) = a^2 f^2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\lambda^2 J_1^2\left(\frac{2\pi a}{\lambda f} \sqrt{x^2 + y^2}\right)}{x^2 + y^2} \times \left\{ N + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \cos k \left[ p_i - \frac{1}{f} (\varepsilon_i \cdot x + \eta_i \cdot y) \right] + 2 \sum_{\substack{i < j \\ 1 \leq i, j \leq N-1}} \cos k \left[ p_{ij} - \frac{1}{f} (\varepsilon_{ij} \cdot x + \eta_{ij} \cdot y) \right] \right\} \times d\lambda, \quad (16)$$

其中  $p_{ij} = p_i - p_j, \varepsilon_{ij} = \varepsilon_i - \varepsilon_j, \eta_{ij} = \eta_i - \eta_j, (x, y)$  为焦面坐标,  $f$  为综合孔径系统的等效焦距,波数  $k = 2\pi/\lambda, \lambda_1, \lambda_2$  为目标光波段的上、下限.

上面两式的数学表述具有相应的物理含义,其中,大括号内的第一个累加项体现了各子孔径与子孔径 0 之间 piston 误差和相对位置对系统远场的影响,第二个累加项体现了不同的非参考子孔径之间 piston 误差和相对位置对系统远场强度的影响,Bessel 函数则体现了子孔径圆形光瞳的作用.同时,可以看出,对于不同排布方式的综合孔径系统,该推导均是成立的,其结果从数学上阐明了 piston 误差对系统远场的影响机制,有利于我们的进一步分析.

### 3 双孔径系统(或系统的两个子孔径间)相位平移误差检测

#### 3.1 理论模型

如图 2 所示,两个子孔径关于 O 点对称分布,中心距为  $2R$ ,子孔径半径均为  $a$ .

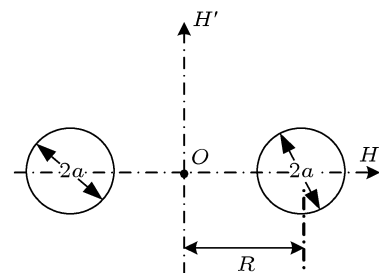


图 2 双子孔径系统光瞳结构

根据前文分析,在各子孔径的倾斜与高阶像差

被校正后, 宽带目标光条件下系统的远场分布为

$$I(x, y) = \frac{2a^2 f^2}{x^2 + y^2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\lambda \cdot \lambda^2 \cdot J_1^2 \left( k \frac{a}{f} \sqrt{x^2 + y^2} \right) \cdot \left[ 1 + \cos k \left( \frac{2R}{f} x - \alpha_{12} \right) \right], \quad (17)$$

其中  $\alpha_{12} = \alpha_1 - \alpha_2$ , 表示两孔径间的 piston 误差. 为了便于讨论, 另引入两个参数, 即基线比  $F_R = R/a$  和焦比  $F_f = f/a$ . 令  $r^2 = x^2 + y^2 (r \geq 0)$ , 上式可简化为

$$I(x, y) = \frac{2a^2 f^2}{r^2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\lambda \cdot \lambda^2 \cdot J_1^2 \left( \frac{kar}{f} \right) \cdot \left[ 1 + \cos k \left( \frac{F_R}{F_f} x - \alpha_{12} \right) \right]. \quad (18)$$

由于两个子孔径接收波前中的倾斜和高阶像差已分别得到校正, 此时系统中的单孔径经相同的成像系统所得远场可描述为

$$I_{si}(r) = \frac{a^2 f^2}{r^2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\lambda \cdot \lambda^2 \cdot J_1^2 \left( \frac{kar}{f} \right). \quad (19)$$

可见, 相比于单孔径的远场分布, 双孔径的整体远场在积分项内多包含了一个由 piston 误差决定的余弦项. 为此, 构造特征函数  $D_p$ , 描述相同条件下、系统整体远场分布与系统内单孔径远场分布之间的相似程度, 其数学表达如下:

$$D_p(x, y) = \frac{I(x, y)/2 - I_{si}(x, y)}{I_{si}(x, y)}, \quad (20)$$

其中,  $I$  表示系统整体远场分布,  $I_{si}$  表示子孔径 2 的远场分布. 图 3 至图 5 为不同 piston 误差对应的  $D_p$  函数的构造示意图 (中心波长  $\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}$ ).

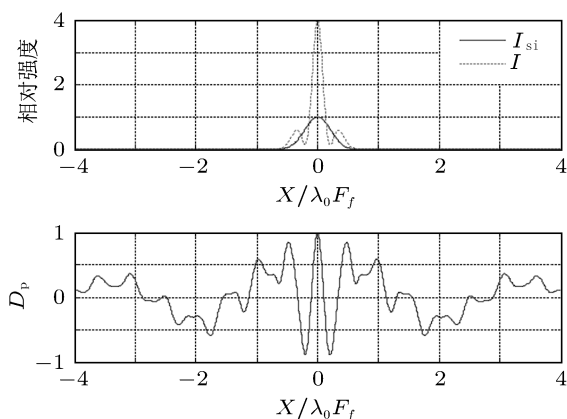


图 3 piston = 0 时, 相关远场分布与所得  $D_p$  函数分布示意图

下面证明当且仅当在满足  $(2Rx/f - \alpha_{12}) = 0$  的坐标点上, 相似度函数  $D_p$  沿  $X$  轴方向具有最大

值. 根据上面分析, 函数  $D_p$  可进一步写为

$$D_p = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\lambda \cdot \lambda^2 \cdot J_1^2 \left( \frac{kar}{f} \right) \cdot \left[ \cos k \left( \frac{2F_R}{F_f} x - \alpha_{12} \right) \right]}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\lambda \cdot \lambda^2 \cdot J_1^2 \left( \frac{kar}{f} \right)}. \quad (21)$$

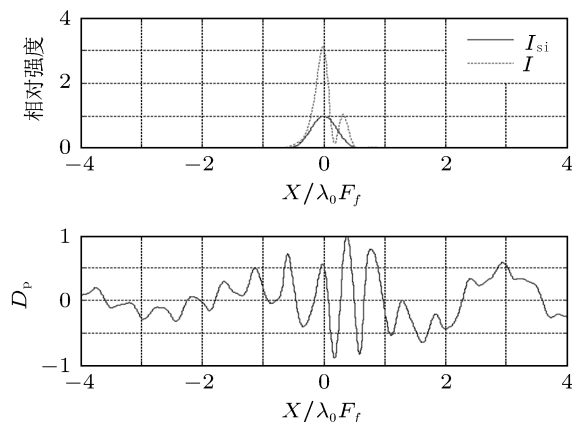


图 4 piston = 0.5  $\mu\text{m}$  时, 相关远场分布与所得  $D_p$  函数分布示意图

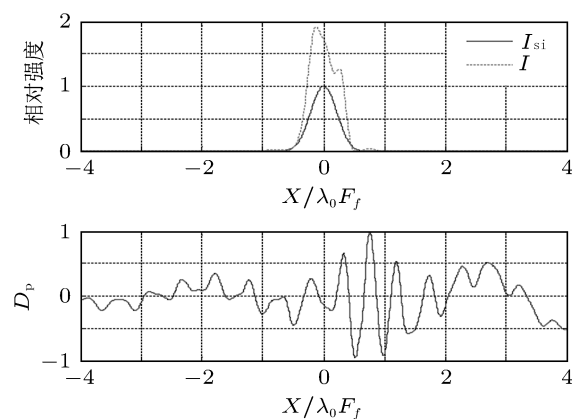


图 5 piston = 1  $\mu\text{m}$  时, 相关远场分布与所得  $D_p$  函数分布示意图

由三角函数的性质易知

$$D_p \leq \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\lambda \cdot \lambda^2 \cdot J_1^2 \left( \frac{kar}{f} \right) \cdot 1}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\lambda \cdot \lambda^2 \cdot J_1^2 \left( \frac{kar}{f} \right)} = 1. \quad (22)$$

等号成立的条件即为  $\cos[k(2Rx/f - \alpha_{12})] = 1$  成立. 显然, 当  $(2Rx/f - \alpha_{12}) = 0$  时, 对于积分区间内的任意波长微元, 该式是恒成立的. 而当  $(2Rx/f - \alpha_{12}) \neq 0$  时,  $\cos[k(2Rx/f - \alpha_{12})] = 1$  等价于

$$\frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{2R}{f} x - \alpha_{12} \right) = 2m\pi, m \neq 0, m \in \mathbf{Z}. \quad (23)$$

由于某时刻两子孔径间的 piston 误差  $\alpha_{12}$  是确定的, 即使存在若干波长微元使上式成立, 对积

分区间内的所有波长微元来说,并不能保证存在对应的整数  $m$  使该式满足,即条件  $\cos[k(2Rx/f - \alpha_{12})]=1$  并非恒成立.

因此,在函数  $D_p$  中,  $(2Rx/f - \alpha_{12}) = 0$  与  $\cos[k(2Rx/f - \alpha_{12})] = 1$  以及函数  $D_p$  取得最大值 1 三者之间在理论上是等价的.同时,由于某时刻  $\alpha_{12}$  的确定性,满足条件  $(2Rx/f - \alpha_{12})=0$  的横坐标  $X$  也具有唯一性,从而函数  $D_p$  在  $x$  方向上的最大值也是唯一的.因此,当且仅当某点坐标满足  $(2Rx/f - \alpha_{12})=0$  时,相似度函数  $D_p$  沿  $X$  轴方向在理论上具有唯一的最大值.

从物理含义上,上述阐述可以这样理解:系统的整体远场和系统内单子孔径的远场均是目标光带宽内各单色成分贡献之迭加,区别在于系统整体远场中各单色成分贡献还受到子孔径间 piston 误差的作用.在相似度函数  $D_p$  的分布中,对于不满足  $(2Rx/f - \alpha_{12})=0$  的坐标点,带宽内的各单色成分不能使  $\cos[k(2Rx/f - \alpha_{12})]=1$  恒成立,意味着即便若干单色成分贡献的系统远场和单子孔径远场在分布形式上达到了一致(使得条件  $\cos[k(2Rx/f - \alpha_{12})]=1$  成立),但带宽内所有单色成分贡献经过迭加后,系统整体远场和单子孔径远场在分布形式上仍是不同的,相似度函数  $D_p$  并不能达到最大值 1.对满足  $(2Rx/f - \alpha_{12})=0$  的坐标点,在各单色成分对系统远场的贡献中,与 piston 误差有关的积分项  $\cos[k(2Rx/f - \alpha_{12})]$  均为定值 1,意味着对于带宽内的所有单色成分,piston 误差对满足  $(2Rx/f - \alpha_{12})=0$  的坐标点上的系统远场的作用都是相同的,导致各单色成分所贡献的系统远场和单子孔径远场在分布形式上是一致的,这样,将各单色成分贡献量进行迭加后,最终的系统远场和单子孔径远场仍然具有相同的分布形式,相似度函数即取得最大值.

### 3.2 检测原理

根据上述理论分析,可建立一种针对双子孔径系统(或多子孔径系统内两个子孔径)中 piston 误差的直接检测方法,其原理如图 6 所示.

在图 6 所示的合成孔径系统中,首先对两子孔径各自接收波前的倾斜与高阶像差进行校正. $I$  为之后探测得到的系统整体远场, $I_{si}$  为参考子孔径的远场.根据前文阐述,可构建远场相似度函数  $D_p$ .进一步,由  $D_p$  达到最大值时对应点的横坐标  $X_C$

可得到此时两子孔径间的 piston 误差,即

$$E_{\text{piston}} = \alpha_{12} = \frac{2F_R}{F_f} X_C. \quad (24)$$

此外,因对 piston 误差的求解只在有关函数的  $X$  轴方向进行,为了简化计算,可只利用系统远场和参考子孔径远场沿  $X$  轴方向(基线方向)的分布来构造远场相似度函数,即

$$D_p(x) = \frac{I(x)/2 - I_{si}(x)}{I_{si}(x)}. \quad (25)$$

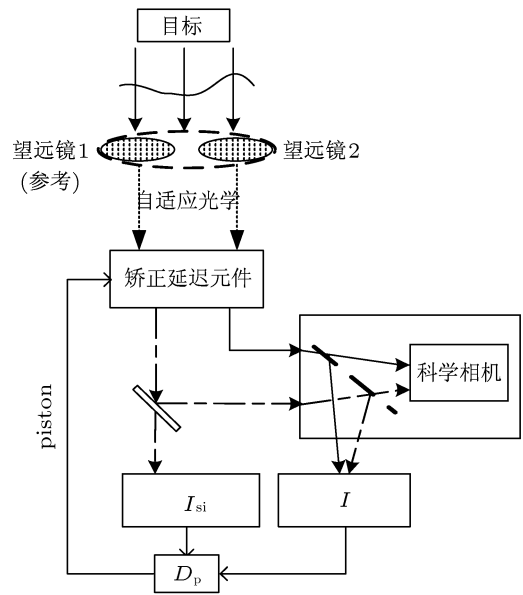


图 6 基于远场相似度的 piston 误差检测原理

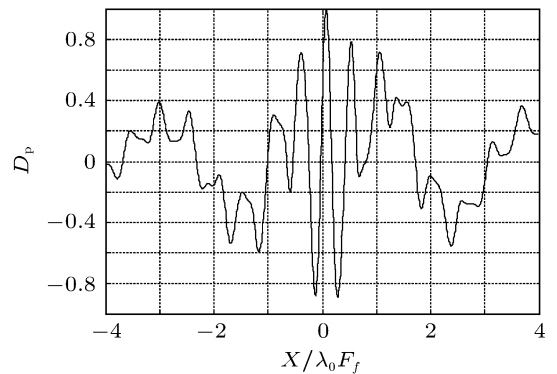


图 7 piston = 0.1 μm 时  $D_p$  函数沿  $X$  轴(基线方向)的分布

### 3.3 原理验证分析

考察 piston 误差不同时相似度函数  $D_p$  的分布特性,以验证基于其最值点坐标的检测原理.为了便于计算且不失一般性,取两子孔径

的基线比为 1.2, 焦比为 50, 目标光为可见光波段 ( $\lambda_0=0.55 \mu\text{m}, l_c=0.93 \mu\text{m}$ ), 得到不同 piston 误差对应的  $D_p$  函数分布 (沿  $X$  轴即基线方向) 如下各图所示.

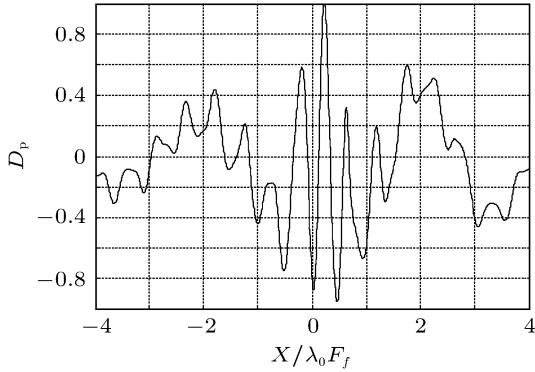


图 8 piston = 0.3  $\mu\text{m}$  时  $D_p$  函数沿  $X$  轴 (基线方向) 的分布

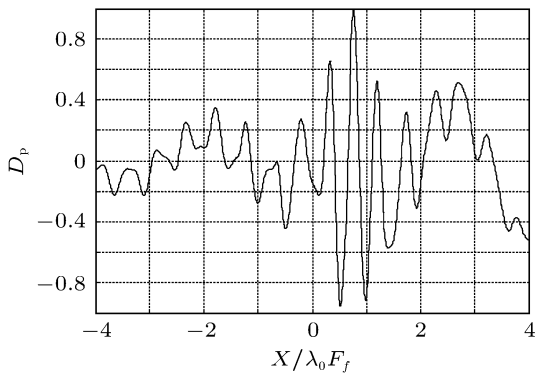


图 9 piston = 1  $\mu\text{m}$  时  $D_p$  函数沿  $X$  轴 (基线方向) 的分布

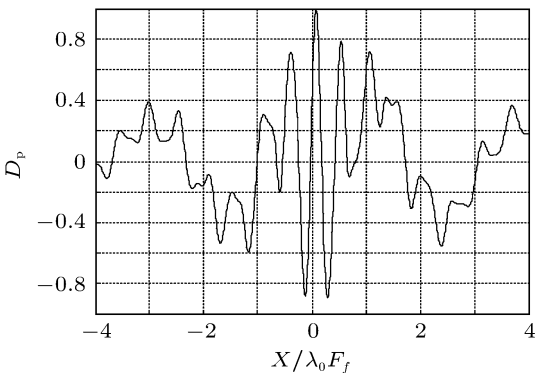


图 10 piston = 0.1  $\mu\text{m}$  时  $D_p$  函数沿  $X$  轴 (基线方向) 的分布

根据以上仿真结果, 可知对于不同的 piston 误差, 在  $X$  轴 (基线方向) 上均存在唯一的坐标点使  $D_p$  函数达到最大值. 同时, 随着 piston 误差的增大, 对应特征点的坐标也逐渐增大, 且二者的改变

量成正比, 这与 (24) 式中的线性关系相符, 初步验证了检测原理的正确性.

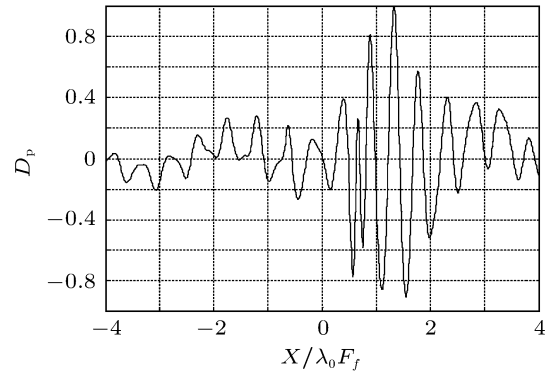


图 11 piston = 0.1  $\mu\text{m} + 3\lambda_0$  时  $D_p$  函数沿  $X$  轴 (基线方向) 的分布



图 12 piston = 0.1  $\mu\text{m} - 5\lambda_0$  时  $D_p$  函数沿  $X$  轴 (基线方向) 的分布

### 3.4 $2\pi$ 模糊性分析

所谓  $2\pi$  模糊性是指当采用单独的特定波长光波进行检测时, 对于相差整数倍波长的 piston 误差, 由于系统远场的分布是基本一致的, 检测结果可能出现偏离其真实值整数倍波长的情况. 基于远场相似度的 piston 误差检测并不受  $2\pi$  模糊性的影响, 这是因为: 该检测方法瞄准宽带目标光条件下系统的应用, 所构造的远场相似度函数考察的是宽带目标光条件下、双子孔径整体远场与单子孔径远场在分布形态上的相似性. 如前所述, 远场相似度函数沿  $X$  轴方向 (基线方向) 得到最值 1 的充要条件是  $(2Rx/f - \alpha_{12})=0$ . 即使对于相差整数倍中心波长的 piston 误差, 满足此条件的坐标  $X$  仍是不同的, 这就意味着当 piston 误差以相差整数倍中心波长出现时, 对所得到的相似度函数进行搜索, 当函数取到最值 1 时对应的  $X$  轴坐标仍不相同, 且均由 (24) 式表征了此时误差的真实值, 即在检测

结果上不会受到  $2\pi$  模糊性的影响. 为验证这一点, 以 piston 误差等于  $0.1 \mu\text{m}$  为初始值, 分别考察其改变  $3\lambda_0$ ,  $-5\lambda_0$  时远场相似度函数  $D_p$  的分布 (仿真参数同第 3 小节), 如图 10—12 所示.

可见, 与初始情况相比, 当 piston 误差改变  $3\lambda_0$ ,  $-5\lambda_0$  时, 远场相似度函数的最大值均出现在不同的坐标点上, 对应计算结果没有出现  $2\pi$  模糊性.

### 3.5 检测精度仿真分析

进而对不同 piston 误差下的检测结果进行了仿真计算, 并与标准值进行了对比, 以初步分析其检测精度 (图 13). 仿真中, 为了使误差标定具有亚像素精度, 我们基于  $D_p$  函数的分布特点采用二次曲线插值对最值点坐标进行了修正.

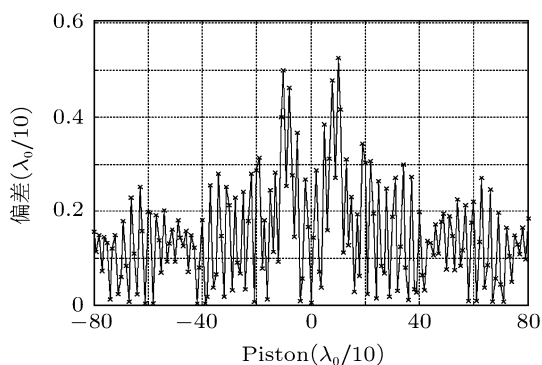


图 13 不同 piston 误差下检测方法的仿真结果与标准值的偏差

根据此结果, 可知当 piston 误差为以上各正、负值时, 该方法的仿真结果都接近标准值, 二者偏差保持在  $\lambda_0/10$  以内. 而对于相差整数倍  $\lambda_0$  的不同 piston 误差 (图 13 中为横坐标相差 10 个点), 仿真结果也基本与标准值相符, 没有出现  $2\pi$  模糊性, 进一步验证了前文的分析.

### 3.6 动态范围分析

由 (24) 式可知, 当某时刻 piston 误差对应的最值点坐标超出探测平面范围时, piston 的绝对值满足

$$\text{abs}(\text{piston}) \geq \alpha'_{12} = \frac{2F_R}{F_f} X_{\text{lim}}. \quad (26)$$

此时, 在探测平面内已无法找到符合要求的最值点, 也就无法直接得到真实 piston 值. 针对这种情况, 对  $D_p$  函数进行了仿真计算, 得到 piston 误差 (绝对值) 较大时  $D_p$  函数的分布如图 14, 15 所示.

可见, 对于绝对值较大的 piston 误差 (符合 (26) 式), 其符号与  $D_p$  函数当前最大值的所在区间相符, 进一步的多点计算也发现了这一规律. 究其原因, 是因为在越接近真实 piston 误差对应的最大值点位置, 函数极值在理论上越趋于唯一的最大值 1. 特别地, 对于不满足 (26) 式的 piston 误差,  $D_p$  函数当前最大值所在区间也能反映真实误差的正负 (如 (24) 式所述). 因此, 对最值点坐标超出探测范围的较大的 piston 误差, 仍可根据当前  $D_p$  函数最大值的对应坐标确定真实误差的符号, 给予相应的校正后可继续由该方法对误差残余量进行探测.

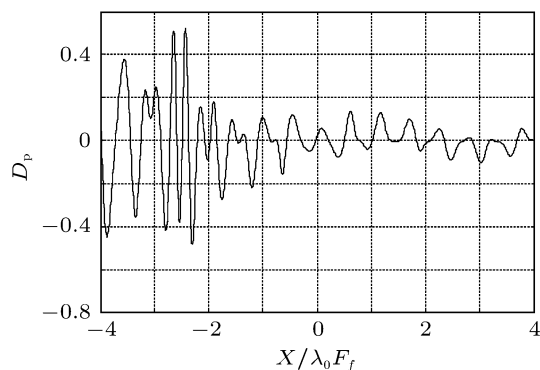


图 14 piston =  $-6 \mu\text{m}$  时  $D_p$  函数沿 X 轴 (基线方向) 的分布

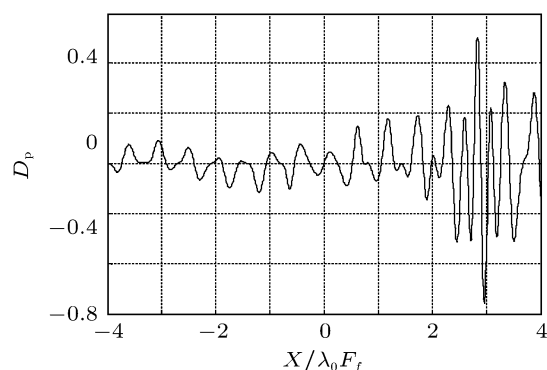


图 15 piston =  $7 \mu\text{m}$  时  $D_p$  函数沿 X 轴 (基线方向) 的分布

## 4 结论

相位平移误差的检测和校正是光学综合孔径实现高分辨力成像的关键技术. 本文紧跟目前相位平移误差检测技术的最新研究方向, 以系统不同角度的远场图像为研究基点, 提出了一种基于远场相似度的相位平移误差检测方法. 在理论分析的基础上, 对该方法的可行性、检测精度和动态范围

进行了仿真分析,并结合系统实际,针对较大误差时该方法的应用给予了具体的分析和完善.此外,由该方法的理论描述可知,远场相似度函数的极大值可能出现在远场强度较小的区域,这时相位平移误差的求解精度将受到噪声因素的限制,如信号光子噪声、背景光子噪声、探测器读出噪声等.结合现有的降噪技术,在求解远场相似度之前,对所采图像进行降噪处理将减小计算相位平移误差时受到的噪声因素的影响.目前已有一些成熟的方法对所采图像进行降噪处理,例如文献 [24] 所述,考虑采用 CCD 探测器时,通过减去合适的阈值可以减小随机噪声的影响,同时尽可能多地保留有效信号 [24],借鉴这种方法进而求解相似度函数应可提高相位平移误差实际计算的准确性.同时,可以预

见,若对参考子孔径的远场(公式(25)中  $I_{si}$ )选用理论模板可减小这一部分所受噪声及子孔径残余波前的影响.由于本文篇幅有限,作者将在进一步的实验报道中结合具体的实验环境对这种方法的验证以及噪声处理进行详细的分析和讨论,此处暂且不作展开.

综上所述,这种基于远场相似度的相位平移误差检测方法在原理上可实现对系统中两个子孔径间相位平移误差的直接检测.相比于目前既有的检测技术,该方法从原理上解决了符号判断问题且不受  $2\pi$  模糊性的影响,同时具有一定的动态范围,为相位平移误差检测新技术的进一步研究提供了有效参考.

- [1] Meinel A B 1970 *Appl. Opt.* **9** 2501
- [2] Burton D, Neil O, De Hainaut C R 1990 *Proc. SPIE* **1236** 406
- [3] Nicholas J M, Matthew P D, Bradley D D 2007 *Appl. Opt.* **46** 5933
- [4] Yue J Y, Liu H, Lu Z W, Xu W B, Zhang H, Zhang H X, Liu Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 010702
- [5] Bai F Z, Rao C H 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 4056 (in Chinese) [白福忠, 饶长辉 2010 物理学报 **59** 4056]
- [6] Liu Z, Wang S Q, Huang L H, Rao C H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 7804 (in Chinese) [刘政, 王胜千, 黄林海, 饶长辉 2011 物理学报 **60** 7804]
- [7] Luc D 1993 *Proc. SPIE* **1947** 161
- [8] Zhao W R, Cao G R 2011 *Opt. Exp.* **19** 8670
- [9] Cao F, Wu Z, Zhu Y T 2008 *Astron Resear. Tech.* **5** 288 (in Chinese) [曹芳, 吴楨, 朱永田 2008 天文研究与技术 **5** 288]
- [10] Bolcar M R, Fienup J R 2009 *Appl. Opt.* **48** A5
- [11] Li F, Rao C H 2011 *High Power Laser Part. Beams* **3** 37 (in Chinese) [李斐, 饶长辉 2011 强激光与粒子束 **3** 37]
- [12] Fienup J R 1987 *J. Opt. Soc. Am. A* **4** 118
- [13] Fienup J R, Kowalczyk A M 1990 *J. Opt. Soc. Am. A* **7** 450
- [14] Wizinowich P, Lloyd-Hart M, McLeod B, Colucci D, Dekany R, Wittman D, Angel R, McCarthy D, Hulburd B, Sandler D 1991 *Proc. SPIE* **1542** 148
- [15] Robert D S, Alice L P 2001 *Proc. SPIE* **4441** 60
- [16] Diolaiti A T, Ragazzoni R, Ferruzzi D 2003 *Proc. SPIE* **4839** 299
- [17] Wang J X, Bai F Z, Ning Y, Jiang W H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 029501 (in Chinese) [王建新, 白福忠, 宁禹, 姜文汉 2011 物理学报 **60** 029501]
- [18] Lydia M, Andreas E, Matthew H, Bettina L, Steffen R 2010 *Proc. SPIE* **7734** 77342X1
- [19] Matthew H, Andreas E, Bettina L, Uwe L, Lydia M, Steffen R 2010 *Proc. SPIE* **7734** 77341X1
- [20] Mel N, Larry B, John C, Bruce H 2010 *Opt. Exp.* **18** 13051
- [21] Watson S M, Mills J P, Rogers S K 1988 *J. Opt. Soc. Am. A* **5** 893
- [22] Born M, Wolf E 1975 *Principles Of Optics-Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light* (5th ed) (New York:Pergamon Press)517-520
- [23] Goodman J R 1968 *Introduction to Fourier Optics* (Columbus: McGraw-Hill Press) pp36-40
- [24] Ma X Y, Rao C H, Zheng H Q 2009 *Opt. Exp.* **17** 8525

# Analysis of an Co-phasing detecting method based on far-field images of sparse-optical-synthetic-aperture system\*

Liu Zheng<sup>1)2)3)†</sup> Wang Sheng-Qian<sup>2)3)</sup> Rao Chang-Hui<sup>2)3)</sup>

1) (College of Opto-Electronics Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

2) (The Key Laboratory on Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China)

3) (The Laboratory on Adaptive Optics, Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China)

(Received 15 August 2011; revised manuscript received 23 September 2011)

## Abstract

For the sparse-optical-synthetic-aperture telescope system, the co-phasing detection plays an important role for the realization of system's high resolution in solving out piston errors between sub-apertures. In this paper, the relationship between piston error and system's far-field intensity was analyzed based on physical principles, then the impact of piston error on system's far-field images was clarified theoretically. Furthermore, an innovative co-phasing detecting method based on the far-field images' similarity was approved for the bi-sub-aperture systems, with its feasibility, detecting deviation and dynamic range were researched by simulation. The results proved that, with this method, the piston error between the system's two sub-apertures can be soundly detected principally while immune from the problems of  $2\pi$  ambiguity and direction decision that might exist within some other co-phasing detecting methods. Plus its dynamic range shown from these results, this new co-phasing detecting method provides effective references for deeper research of co-phasing detecting techniques.

**Keywords:** sparse-optical-synthetic-aperture system, far-field image, piston error, co-phasing detection

**PACS:** 95.55.Cs, 42.30.Va, 42.15.Fr, 42.87.-d

---

\* Project supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61008038).

† E-mail: liuzhengIOE@yeah.net