

# 白噪声诱发 Morris-Lecar 模型构成的 II 型兴奋网络产生多次空间相干共振\*

李玉叶 贾冰 古华光<sup>†</sup>

(陕西师范大学生命科学院, 西安 710062)

(2011 年 7 月 4 日收到; 2011 年 8 月 15 日收到修改稿)

为研究噪声在网络中的作用及对时空行为的影响, 通过电耦合、近邻连接的 Morris-Lecar 模型构建了同质可兴奋细胞网络. 单元振子的确定性行为表现为 II 型兴奋性的静息. 在高斯白噪声的作用下, 网络会在较大的噪声强度范围产生螺旋波, 以及在某些较小的噪声强度范围产生杂乱的空间结构. 随着噪声强度的增加, 螺旋波的结构会在简单和复杂之间转换, 或与杂乱的空间结构交替出现. 通过空间结构函数及其信噪比的计算, 发现简单螺旋波的信噪比较大, 复杂螺旋波以及杂乱的时空结构的信噪比较小. 信噪比随着噪声强度的增加会出现多次极大值, 说明白噪声可以在可兴奋细胞网络中诱导多次空间相干共振. 研究结果提示现实的可兴奋系统能有几次机会选择不同强度的噪声加以合理利用.

**关键词:** 多次相干共振, 可兴奋细胞网络, II 型兴奋性, 螺旋波

**PACS:** 05.45.Xt, 87.18.Tt, 87.18.Hf

## 1 引言

近 20 年, 噪声在非线性系统中起着关键的作用并且得到了广泛的关注<sup>[1-8]</sup>. 由一个弱信号驱动的非线性系统在噪声作用下会产生信号被放大的现象, 这种现象称为随机共振 (stochastic resonance, SR)<sup>[1-3]</sup>. 没有外界信号作用的非线性系统, 在噪声的作用下也会达到某种最佳协同的现象, 此称为随机自共振 (autonomous SR) 或相干共振 (coherence resonance, CR)<sup>[4-7]</sup>. 随机共振和相干共振说明噪声在非线性系统中发挥积极作用, 已经渗透到许多科学领域, 如生物学、神经科学、生物医学、物理学、化学、经济学等. 特别地, 噪声在神经网络中是普遍存在的, 而且大量神经电活动实验已经验证了随机共振现象的存在<sup>[2,9]</sup>, 也揭示了噪声可以在神经信息处理中起着关键的正面作用, 它能够帮助神经网络检测微弱信号<sup>[2]</sup>, 增强信号在介质中的传输和提高神经网络的兴奋性<sup>[9]</sup>. 噪声在另一可兴奋细胞网络, 心肌细胞网络, 也发挥了重要作用, 可以诱发复杂同步节律的产生<sup>[10,11]</sup>. 因此, 噪声在可兴奋细胞网络中的研究引起了许多研究者的高度

关注.

由于神经系统、心脏是由成千上万个细胞组成的具有高度非线性的空间分布系统. 近年来, 研究者关注的焦点也从单个的非线性系统转化到空间分布系统, 并且取得了一定的成果. Jung 等人在空间分布系统中观察到时空随机共振<sup>[3]</sup>, 接着有研究者在二维网络模型中报道了时空相干共振<sup>[5]</sup>. Carrillo 等在化学反应模型中验证了空间相干共振 (spatial CR) 的存在<sup>[6]</sup>. 空间相干共振是指噪声作用下的空间系统能够产生最优的有序空间结构. 随后, 噪声在由神经元模型如 FitzHugh-Nagumo 模型、Hodgkin-Huxley 模型、Rulkov 映射等组成的可兴奋细胞网络中诱导了空间相干共振<sup>[12,13]</sup> 和空间随机共振<sup>[14,15]</sup>. 在可兴奋细胞网络中, 噪声可以诱导许多时空模式如时空同步、螺旋波、空间周期等<sup>[16-18]</sup>. 这些研究为研究噪声作用下的神经网络的动力学行为, 以及为在网络层次利用噪声奠定了基础.

但是, 对网络的共振的研究中, 人们发现信噪比随着噪声强度的变化往往只有一次峰, 也就是只出现一次共振, 只有少数研究者发现噪声诱导了多

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11072135, 10772101) 和中央高校基本科研业务费基金 (批准号: GK200902025) 资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: guhuaguang@263.net

次共振<sup>[19-21]</sup>. 而多次共振的产生有着重要的理论和现实意义, 可以有多个机会利用噪声. 研究发现, 由两个 FitzHugh-Nagumo 模型构成的神经网络, 通过高斯白噪声作用到第一个神经元, 而使得第二个神经元的峰峰间期的变异性随噪声强度的增加出现了多个峰, 表明诱发了多次随机共振现象<sup>[19]</sup>. 近期研究发现, 在由 Morris-Lecar(ML) 模型组成的可兴奋细胞网络中, 施加一类人工随机信号诱导了多次空间相干共振<sup>[20,21]</sup>. 该随机信号不同于白噪声, 也不同于色噪声. 然而现实生物(神经)系统的噪声往往接近色噪声, 因而色噪声的研究具有重要现实意义. 而在噪声的研究中, 高斯白噪声作为噪声的理论近似具有重要的基础意义. 因此, 本文将首先研究高斯白噪声是否能够在可兴奋细胞网络中诱导多次空间相干共振; 今后将继续研究色噪声是否诱发多次空间共振.

Morris-Lecar(ML) 模型<sup>[22-25]</sup> 最早是针对无脊椎动物藤壶 giant barnacle(*Balanus nubilus*) 肌细胞电活动建立的离子通道模型. 该模型能够仿真 Hodgkin 在枪乌贼巨轴突电活动实验中发现的两类不同的兴奋模式<sup>[26,27]</sup>. 一类对外界刺激强度较敏感, 放电起始频率可以很低, 且放电频率范围相对较宽, 称为 I 型兴奋性. 一类对外部施加刺激的强度相对不敏感, 放电频率在一定范围内, 称为 II 型兴奋性. I 型兴奋性对应 ML 模型的不变圆上的鞍结分岔, II 型兴奋性对应于该模型的亚临界 Hopf 分岔<sup>[28]</sup>. 自此以后, 一方面, 神经科学家加强了对于神经 I, II 型兴奋性的实验研究<sup>[29-34]</sup>. 最近, 在一系列中枢神经系统的实验中发现了 I, II 型兴奋性<sup>[32,33]</sup>, 并且在单一神经元中还发现了神经元在 I 型兴奋性与 II 型兴奋性之间的转迁<sup>[32,34]</sup>. 另一方面, ML 模型被广泛用于神经放电的兴奋性类型的理论研究<sup>[26-31,35-40]</sup>, 例如, 神经元的 I, II 型兴奋性在多个方面表现出了不同, 如放电频率<sup>[26-28,31]</sup>、相位响应曲线<sup>[29,30,35-37]</sup>、周期激励的频率响应曲线<sup>[38]</sup>、放电频率的变异性<sup>[36]</sup>和放电节律模式<sup>[41-43]</sup>; 此外, 两类兴奋性的神经网络同步性是不同的<sup>[39,40]</sup>. ML 模型是研究 I, II 型兴奋时应用最为广泛的理论模型, 虽然它一开始不是针对神经元的数学模型. 正如 Hodgkin-Huxley 模型一样, 虽然一开始是基于枪乌贼巨轴突建立的, 但是现在被广泛用于神经元电活动的理论模型. 此外, 在一系列研究中, ML 模型也可以用于心肌细胞模型<sup>[10,11]</sup>, 因而, ML 模型是一个理想的可兴奋

细胞的理论模型. 最近研究发现了一类人工随机信号在 I, II 型兴奋网络都能引起多次空间相干共振<sup>[20,21]</sup>, 但是 I 型兴奋网络更容易产生多次共振.

本文将研究高斯白噪声对 II 型兴奋网络的空间共振, I 型兴奋网络以后研究. 因此, 本文选取亚临界 Hopf 分岔. 研究由 ML 模型经电耦合和近邻连接构成的同质可兴奋细胞网络. 作为单元振子的 ML 模型的确定性行为是处于亚临界 Hopf 分岔附近的静息. 通过高斯白噪声对网络的作用, 使得网络产生了有序的螺旋波, 基于空间结构函数计算信噪比发现有多个共振产生. 同时发现, 随着噪声强度的增加, 螺旋波在简单结构与复杂结构之间转换, 或与杂乱的时空结构交替出现; 信噪比的高低与螺旋波结构的复杂程度有关, 简单的螺旋波对应的信噪比较高, 复杂螺旋波和杂乱的时空结构对应的信噪比较低. 研究结果一方面展示了高斯白噪声作用下的可兴奋细胞网络的动力学行为, 另一方面, 高斯白噪声诱导了可兴奋细胞网络的多次空间相干共振, 有助于生物系统有多个机会利用噪声, 或更有效地进行信息处理.

## 2 单个神经元模型及网络模型

### 2.1 Morris-Lecar 模型及特性

ML 模型的微分方程组为

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{C} [-g_{Ca}m_{\infty}(V)(V - V_{Ca}) - g_K\omega(V - V_K) - g_L(V - V_L) + I], \quad (1)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \phi \frac{(\omega_{\infty}(V) - \omega)}{\tau_{\omega}(V)}, \quad (2)$$

其中  $t$  是时间,  $V$  表示动作电位,  $\omega$  是一个恢复变量, 表示钾离子通道开放概率的变化规律. 参数  $C$  是膜电容,  $g_{Ca}$ ,  $g_K$ ,  $g_L$  分别是钙、钾和漏电流通道的最大电导,  $V_{Ca}$ ,  $V_K$ ,  $V_L$  分别是钙、钾和漏电流通道的反转电位 (reversal potential),  $I$  是来自环境的总突触输入电流 (包括前突触神经元传入的电流和外部的刺激电流等),  $m_{\infty}(V)$ ,  $\omega_{\infty}(V)$  分别是  $Ca^{2+}$  离子通道和  $K^+$  离子通道打开概率的稳态值, 它们满足如下方程:

$$m_{\infty}(V) = 0.5 \left[ 1 + \tanh \left( \frac{V - V_1}{V_2} \right) \right],$$

$$\omega_{\infty}(V) = 0.5 \left[ 1 + \tanh \left( \frac{V - V_3}{V_4} \right) \right];$$

$$\tau_{\omega}(V) = \frac{1}{\cosh\left(\frac{V - V_3}{2V_4}\right)}$$

为转移速率, 而  $V_1, V_2, V_3, V_4$  为系统参数,  $\phi$  是表示模型快慢尺度之间的变化. 在本文中, 为了与以前关于 ML 模型的研究<sup>[30]</sup> 相一致, 采用  $I$  作为分岔参数, 其他各个参数的取值分别为:  $C = 20 \mu\text{F}/\text{cm}^2$ ,  $g_{\text{Ca}} = 4.4 \mu\text{S}/\text{cm}^2$ ,  $g_{\text{K}} = 8 \mu\text{S}/\text{cm}^2$ ,  $g_{\text{L}} = 2 \mu\text{S}/\text{cm}^2$ ,  $V_{\text{Ca}} = 120 \text{ mV}$ ,  $V_{\text{K}} = -84 \text{ mV}$ ,  $V_{\text{L}} = -60 \text{ mV}$ ,  $V_1 = -1.2 \text{ mV}$ ,  $V_2 = 18 \text{ mV}$ ,  $V_3 = 2 \text{ mV}$ ,  $V_4 = 30 \text{ mV}$ ,  $\phi = 0.04$ , 时间单位是 ms, 电流的单位是  $\mu\text{A}$ .

在  $I = 89.5$  时, ML 模型会产生共存行为, 如图 1(a) 所示. 其中一个稳定行为是放电, 对应于一个稳定极限环, 如图 1(a) 中的大实线环所示; 一个稳定行为是静息, 对应稳定焦点, 如图 1(a) 中的圆点所示; 两个稳定行为被一个不稳定的极限环 (如图 1(a) 中的虚线环) 分开. 稳定放电行为的动作电位如图 1(b) 所示.

膜电位  $V$  关于分岔参数  $I$  的分岔如图 1(c) 所示. 粗实线表示稳定极限环的最大 (上)、最小 (下) 幅值; 粗虚线表示不稳定极限环的最大 (上)、最小 (下) 幅值; 实线和虚线分别表示稳定与不稳定

的焦点. 从  $I = 89.5$  起, 随着  $I$  的增加, 最主要的变化是不稳定极限环的缩小, 到当  $I = I_1 = 93.86$  时, 不稳定环消失, 稳定焦点变为不稳定的焦点, 发生了平衡点的亚临界 Hopf 分岔, 而稳定极限环则没有太大变化. 随着  $I$  的降低, 主要的变化是不稳定极限环的扩大, 在  $I = I_2 = 88.29$  处稳定极限环和不稳极限环 (粗虚线) 相碰发生了极限环的鞍结分岔, 极限环消失; 而稳定焦点则没有较大变化. 所以在  $I_2 = 88.29$  和  $I_1 = 93.86$  之间是稳定极限环、不稳极限环和稳定焦点的共存区间; 当  $I < I_2 = 88.29$ , 系统只存在一个稳定的焦点 (实线).

本研究中,  $I = 88$ , ML 模型的稳态行为是静息 ( $V = -27.28$ ). 若没有任何扰动, 也就是  $I$  一直处于 88, 如图 1(d) 的前 0.90s, 所示系统也将一直处在静息 (虚线). 若给予系统一个扰动, 如图 1(d) 中 0.90s 处所示的脉冲 (强度  $12\mu\text{A}$ , 持续 0.02s (实线)), 则会诱发一次放电 (动作电位) 产生 (虚线); 因为对应于系统静息的平衡点是焦点, 该次放电后系统会以减幅振荡的方式恢复到静息 (虚线), 此时因脉冲结束  $I$  又保持在 88 (实线). 这说明,  $I = 88$  处静息的细胞具有可兴奋性.

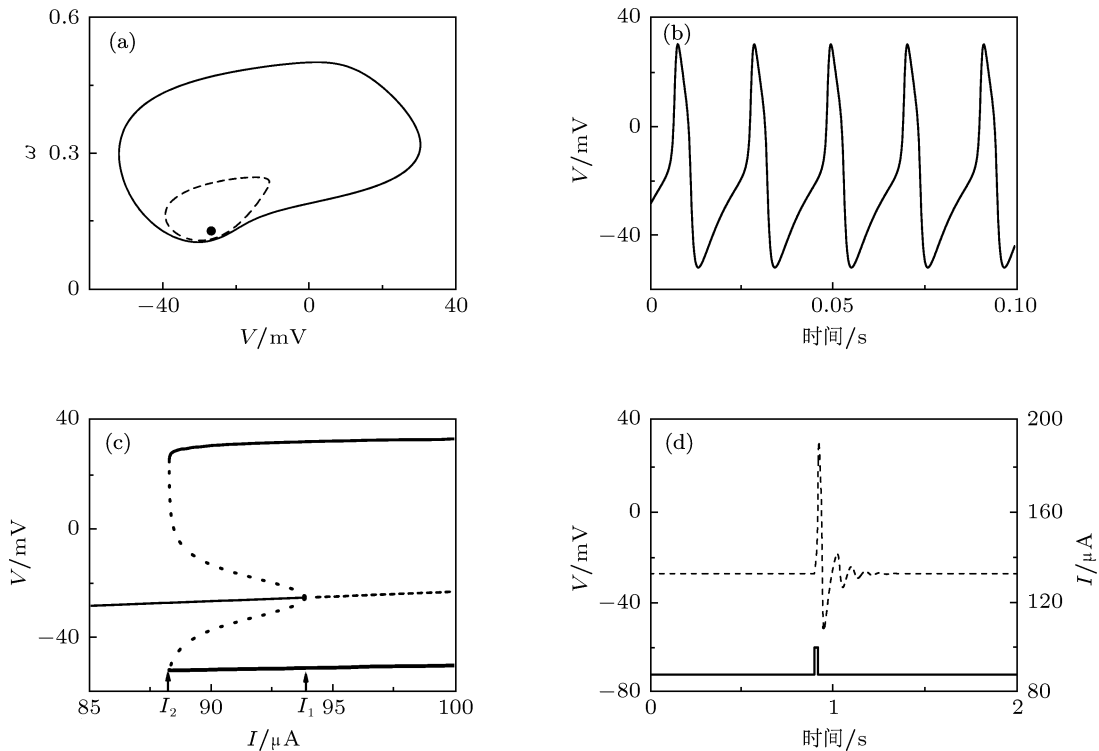


图 1 (a)  $I = 89.5$  时放电 (实线环) 和静息 (点), 以及不稳定极限环 (虚线环) 的共存行为; (b)  $I = 89.5$  时放电; (c) ML 模型的膜电位  $V$  关于分岔参数  $I$  的亚临界 Hopf 分岔, 实线和虚线分别表示稳定与不稳定的平衡点, 粗实线表示稳定极限环的最大 (上)、最小 (下) 幅值, 粗虚线表示不稳定极限环的最大 (上)、最小 (下) 幅值; (d) 当分岔参数  $I = 88$  时, ML 模型施加一个扰动 (实线) 前后的静息、产生放电再到静息的活动过程 (虚线)

需要指出的是, 虽然此参数组合和相应的亚临界 Hopf 分岔被广泛用于 II 型神经兴奋性的研究 [28,31,38,44,45], 但是, 此时静息电位水平, 动作电位在外观和具体的电位幅值方面与一般的神经系统有所差别. 因为 ML 模型的离子成分更像窦房结起搏细胞 [11,12], 这也是 ML 模型被作为心肌细胞模型研究的缘故. 本文为了与众多关于神经元 I, II 型兴奋性的研究相比较、对应, 还是采用了这一参数组合.

## 2.2 网络模型及噪声

由 ML 模型构成的二维可兴奋细胞网络如下:

$$\frac{dV_{i,j}}{dt} = \frac{1}{C} [-g_{Ca}m_{\infty}(V_{i,j})(V_{i,j} - V_{Ca}) - g_K\omega_{i,j}(V_{i,j} - V_K) - g_L(V_{i,j} - V_L) + I + g_c \sum_{k,l} \varepsilon_{i,j,k,l}(V_{k,l} - V_{i,j})], \quad (3)$$

$$\frac{d\omega_{i,j}}{dt} = \phi \frac{(\omega_{\infty}(V_{i,j}) - \omega_{i,j})}{\tau_{\omega}(V_{i,j})}, \quad (4)$$

其中  $i, j (i, j = 1, \dots, N)$  代表由  $N \times N$  个 ML 神经元经电耦合构成的可兴奋细胞网络中的每一个单元振子,  $N$  代表网络尺寸,  $g_c$  代表单元振子与单元振子之间的耦合强度, 方程 (3) 式里的和式  $g_c \sum_{k,l} \varepsilon_{i,j,k,l}(V_{k,l} - V_{i,j})$  表示网络的连接形式:

如果在  $(k, l)$  处的单元振子与在  $(i, j)$  处的单元振子进行耦合, 则  $\varepsilon_{i,j,k,l} = 1$ , 否则,  $\varepsilon_{i,j,k,l} = 0$ . 即每个单元振子都与其最临近的单元振子相连接, 且连接单元振子的个数为单元振子的度, 处在四个角的单元振子的度为 2, 处在四个边非角上的单元振子的度为 3, 处在非边非角上的其余单元振子的度为 4, 于是得到具有固定边界条件 (no-flux) 的可兴奋细胞网络.

引入高斯白噪声  $\xi_{i,j}(t)$  作用到方程 (3) 式,  $\xi_{i,j}(t)$  的下标  $i, j$  是表示  $\xi_{i,j}(t)$  加到  $(i, j)$  的这个单元振子上.  $\xi_{i,j}(t)$  具有以下性质: 1) 统计平均值为零,  $\langle \xi_{i,j}(t) \rangle = 0$ ; 2) 不同时刻的  $\xi_{i,j}(t)$  互不相关,  $\langle \xi_{i,j}(t) \xi_{m,n}(t') \rangle = D^2 \delta(t - t') \delta_{i,m} \delta_{j,n}$ , 其中  $D$  是噪声强度,  $\delta(\cdot)$  是 Diract- $\delta$  函数.

在本文中, 网络尺寸  $N = 128$ , 而其他参数都和上述单个 ML 模型参数一致. 分岔参数  $I = 88$  使得可兴奋细胞网络中的每一个单元振子都处在静息状态. 采用 4 阶 Runge-Kutta 数值积分法, 积分步

长为 0.1 ms.

## 3 可兴奋细胞网络的时空行为和多次空间相干共振

### 3.1 空间模式

上述的同质可兴奋细胞网络的每一个单元振子是处于静息状态. 当耦合强度  $g_c = 0.75$  时, 在没有高斯白噪声的作用下, 网络仍然保持静息状态, 如图 2(a) 所示.

在噪声的驱动下, 网络产生了不同的空间模式. 为了展示网络的空间模式, 这里采用了动作电位  $V_{i,j}$  在某一时刻的空间模式, 如图 2(b)-(l) 所示. 当噪声强度小于 0.20 时, 网络中各单元振子处于阈下振荡, 网络的空间模式是随机、无序的, 如图 2(b) 所示. 随着噪声强度的增加, 当强度在 0.20 与 0.78 之间时, 网络中的单元振子都处于放电状态, 网络的空间模式展现了有序结构的螺旋波, 如图 2(c)-(i) 所示. 由图可知: 螺旋波在相对简单模式 (图 2(c), (e), (g), (i) 少于 10 个组织中心) 和复杂模式 (图 2(d), (f), (h) 多于 10 个组织中心) 之间变迁. 当强度大于 0.78 而小于 0.89 时, 网络的单元振子虽处于放电状态, 但网络展现杂乱、无序的空间模式, 如图 2(j) 所示. 但当强度在 0.89 与 0.91 之间时, 网络的单元振子处于放电状态, 而且又有简单的螺旋波产生, 如图 2(k) 所示. 随着噪声强度的进一步增大, 网络在噪声的作用下没有有序的螺旋波产生, 如图 2(l) 所示.

### 3.2 多次空间相干共振

由上述的空间模式的交替现象可知, 在噪声作用下的网络有共振现象产生. 为了量化该共振现象, 引入动作电位  $V_{i,j}$  的空间结构函数  $P(k_x, k_y)$  [6,7]. 首先对  $V_{i,j}$  进行二维傅里叶变换得到  $H(i, j)$ , 进而计算  $|H(i, j)|^2$ , 也为  $128 \times 128$  的方阵, 并具有圆对称特性. 将其横纵坐标  $i$  和  $j$  分别线性变化到  $[-0.5, 0.5]$ , 新的横纵坐标记为  $k_x$  和  $k_y$ , 则将  $|H(i, j)|^2$  变换为  $|H(k_x, k_y)|^2$ . 空间结构函数如下:

$$P(k_x, k_y) = \langle |H(k_x, k_y)|^2 \rangle, \quad (5)$$

$\langle \cdot, \cdot \rangle$  表示对 10 个不同时刻的  $|H(k_x, k_y)|^2$  进行平均. 由于得到的空间结构函数  $P(k_x, k_y)$  也是圆对

称性的, 这里我们只给出横纵坐标都大于 0 的 1/4 的图为代表, 对应于图 2 的不同空间模式的空间结构函数, 如图 3 所示. 从图中可以看出, 在网络没有螺旋波产生时, 结构函数  $P(k_x, k_y)$  没有明显的空间结构, 如图 3(a) 和 (f) 所示; 当有螺旋波产

生时,  $P(k_x, k_y)$  有类似对称环的结构, 表明存在着有序的空间结构, 如图 3(b)–(e) 所示; 若螺旋波为简单结构, 其空间结构函数的类似对称环结构比较明显 (图 3(b) 和 (d)), 而复杂结构的相对不明显 (图 3(c) 和 (e)).

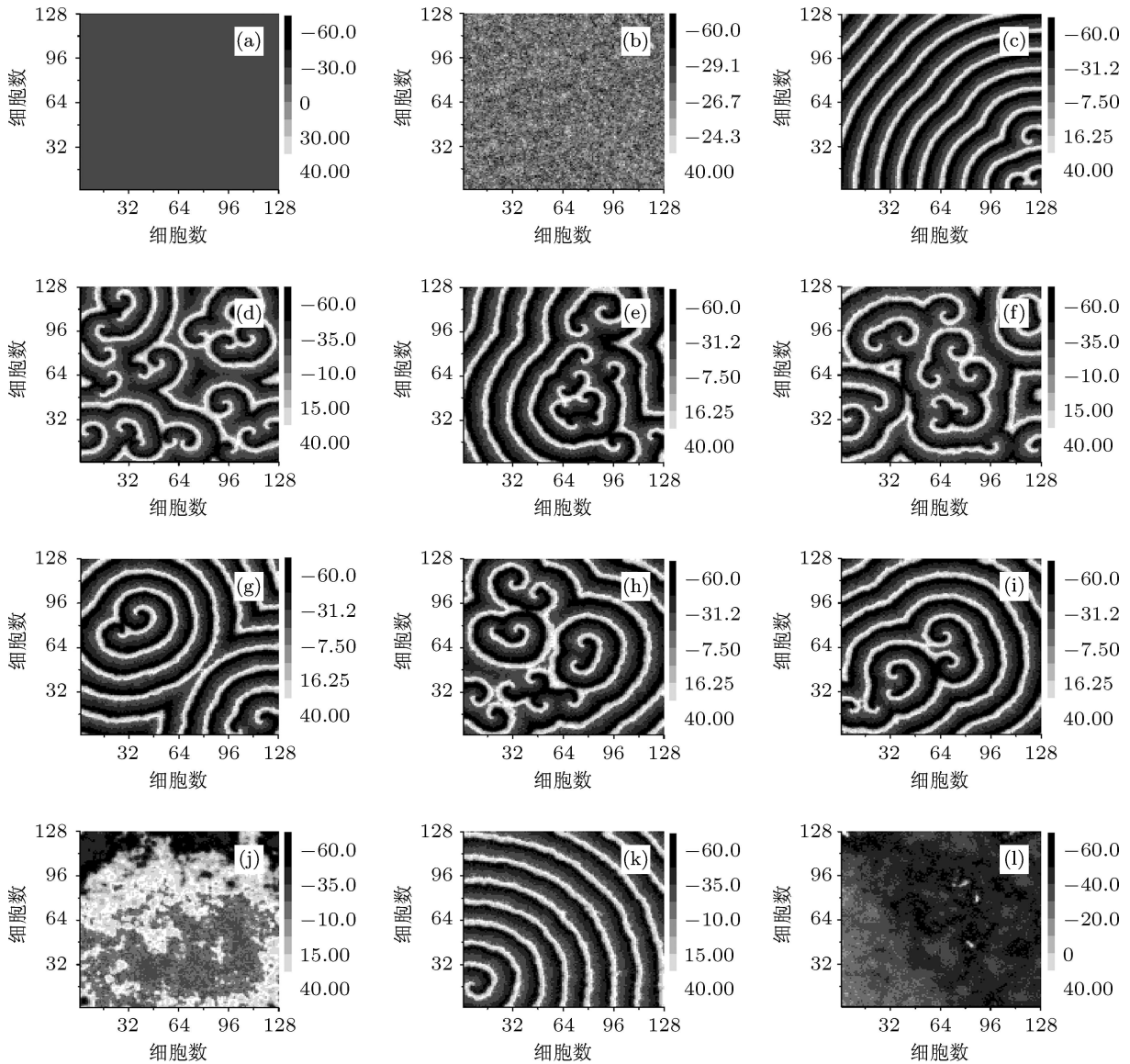


图 2 当耦合强度  $g_c = 0.75$  时, 在不同噪声强度下的网络的空间模式 (a)  $D = 0$ ; (b)  $D = 0.1$ ; (c)  $D = 0.22$ ; (d)  $D = 0.52$ ; (e)  $D = 0.67$ ; (f)  $D = 0.7$ ; (g)  $D = 0.73$ ; (h)  $D = 0.76$ ; (i)  $D = 0.77$ ; (j)  $D = 0.82$ ; (k)  $D = 0.89$ ; (l)  $D = 1$

为了描述空间结构函数的有序结构, 基于空间结构函数  $P(k_x, k_y)$  的圆对称性, 对结构函数进行环积分 ( $p(k)$ )<sup>[6,7]</sup>, 公式如下:

$$p(k) = \int_{\Omega_k} P(k_x, k_y), \quad (6)$$

其中,  $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ ,  $\Omega_k$  是以  $k = |\mathbf{k}|$  为半径的圆形壳. 对图 3 的空间结构函数进行环积分, 得到

的  $p(k)$  与半径  $k$  的关系, 如图 4 所示. 由图可知: 当在一些噪声强度下, 空间结构函数有明显的对称环的空间结构时, 曲线在  $k \approx 0.06$  有明显的峰, 共振加强 (如图 4 中  $D = 0.22, D = 0.52, D = 0.67$  和  $D = 0.7$ ). 而且环结构较明显时产生的峰窄且高 (如图 4 中  $D = 0.22$  和  $D = 0.67$ ), 与简单结构的螺旋波相对应; 环结构不明显时产生的峰宽且

低 (如图 4 中  $D = 0.52$  和  $D = 0.7$ ), 与复杂结构的螺旋波相对应. 在另一些噪声强度下, 空间结构函数无明显空间结构时, 曲线在  $k \approx 0.06$  没有明显的峰, 共振减弱 (如图 4 中  $D = 0.1$  和  $D = 1$ ).

对上述共振现象进行信噪比的定量描述. 以  $D = 0.22$  为例, 信噪比的具体计算如图 4(b)

所示. 信噪比计算公式如下:

$$\text{SNR} = p(k_{\max})/\tilde{p}, \quad (7)$$

其中,  $\tilde{p} = [p(k_a) + p(k_b)]/2$ ,  $k = k_{\max}$  ( $k \approx 0.06$ ) 表示在某一噪声强度下  $p(k)$  在局部极大值对应的横坐标,  $k_a, k_b$  分别表示  $k = k_{\max}$  所对应峰的左右的最小值对应的横坐标.

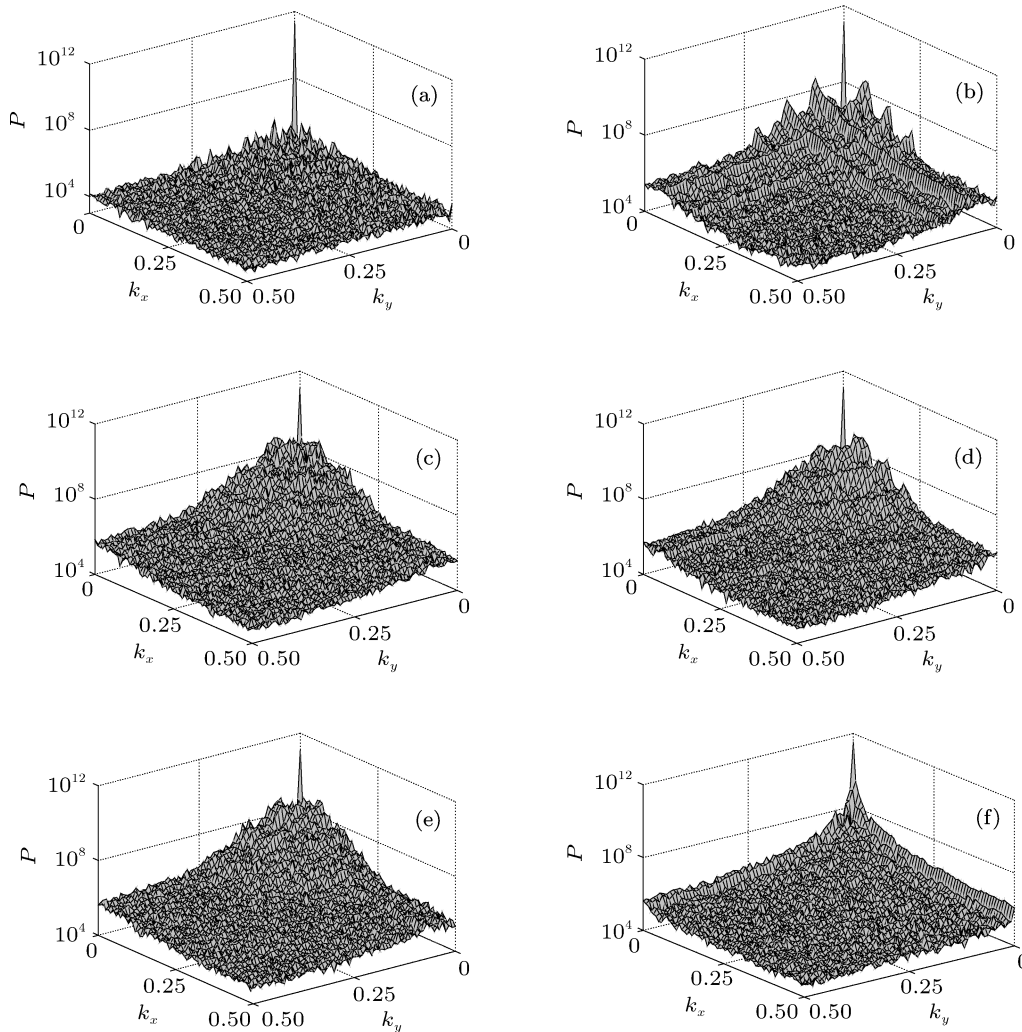


图 3 当耦合强度  $g_c = 0.75$  时, 不同噪声强度下的空间模式  $V_{i,j}$  的空间结构函数 (a)  $D = 0.1$ ; (b)  $D = 0.22$ ; (c)  $D = 0.52$ ; (d)  $D = 0.67$ ; (e)  $D = 0.7$ ; (f)  $D = 1$

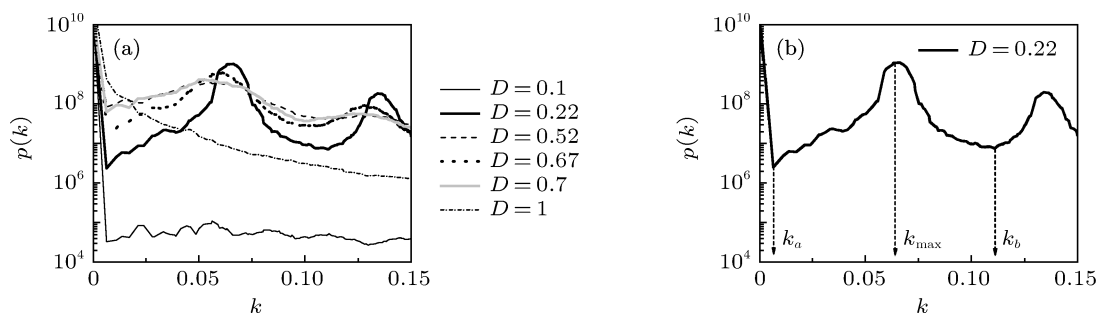


图 4 (a) 当耦合强度  $g_c = 0.75$  时, 不同噪声强度  $D$  下的空间结构函数的环平均  $p(k)$  与  $k$  的关系; (b) 信噪比的计算图示

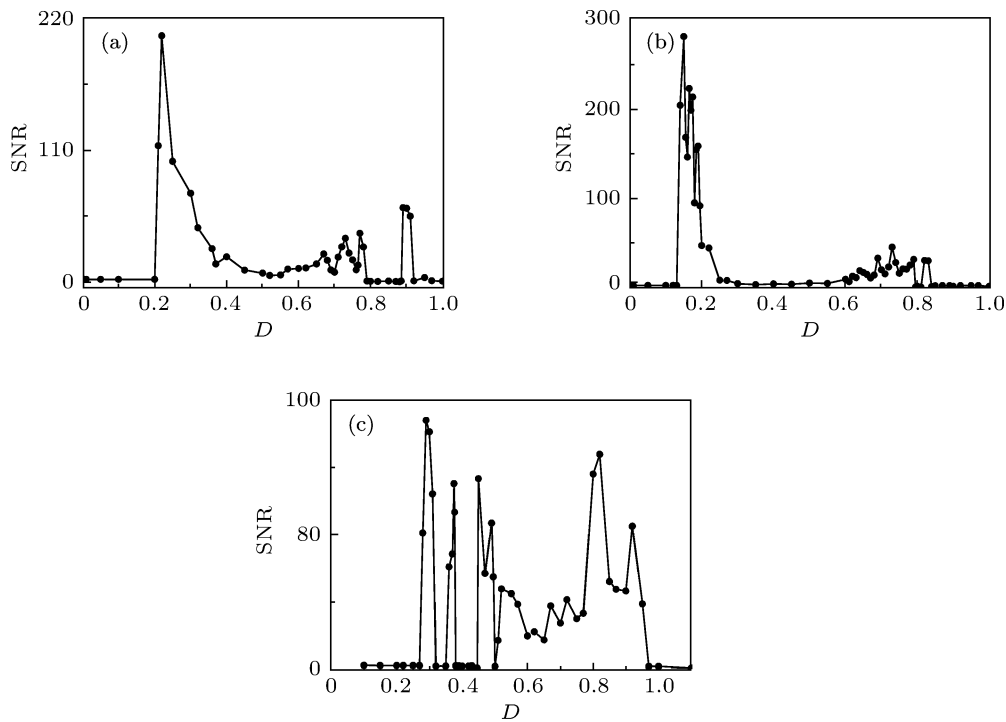


图5 在不同耦合强度下的信噪比与噪声强度的关系图 (a)  $g_c = 0.75$ ; (b)  $g_c = 0.5$ ; (c)  $g_c = 1$

当耦合强度  $g_c = 0.75$  时, 不同噪声强度下的信噪比, 如图 5(a) 所示. 由图可知: 信噪比随着噪声强度的增加出现了多个峰, 表明有多次空间共振产生. 对比图 2 和图 5(a), 发现结构简单的螺旋波的 SNR 较大, 结构复杂的螺旋波或杂乱时空结构的 SNR 较低.

在不同耦合强度下, 信噪比关于噪声强度的关系图, 如图 5(b), (c) 所示. 由图可知: 在耦合强度  $g_c = 0.5$  和  $g_c = 1$  下, 信噪比随着噪声强度的增加都出现了多个峰, 表明有多次空间相干共振发生.

#### 4 结论与讨论

本文研究了高斯白噪声在具有静息态的 II 型兴奋网络中的作用, 随着噪声强度的增加, 在噪声强度的两个区域内出现了螺旋波, 即从无序的阈下振荡, 到有序的螺旋波, 到杂乱的时空模式, 到有序的螺旋波, 再到杂乱时空模式. 而且随着噪声强度的增加, 螺旋波的结构也在复杂和简单之间交替, 或与杂乱的时空结构交替出现. 通过空间结构函数计算的信噪比关于噪声强度的曲线发现, 噪声诱导了多于两次的相干共振; 并且在一定的耦合强度范围内都有类似的结果, 说明该空间共振的存在是可信的. 这就说明, 白噪声确实能够诱发可兴奋细胞

网络产生多重空间共振. 进一步发现, 信噪比的高低与螺旋波的出现和消失以及螺旋波的结构简单与复杂有关, 而在两个螺旋波的区间内结构简单的螺旋波对应的信噪比较高, 结构复杂的螺旋波对应的信噪比较低, 杂乱时空结构的信噪比较低. 说明, 时空结构的变化是信噪比变化的基础. 这也就给出了时空结构与信噪比之间的关系.

在以往噪声诱导的随机共振和相干共振的研究中, 信噪比随噪声强度的变化往往只有一次峰, 而对于多个峰的随机共振报道却很少 [19–21,46,47]. 在单个神经网络中, 周期激励的加强或者频率的改变, 使得噪声作用下非线性系统产生了两次或多次随机共振 [46,47]; 在网络系统中, 高斯白噪声诱导了两个神经元耦合系统的多重时间共振 [19], 人工随机信号诱导了大规模神经网络的多重空间共振 [20,21]. 而本文研究了高斯白噪声在可兴奋细胞网络中的作用, 使网络产生了有序的螺旋波和多次空间相干共振; 增加了可以产生多重空间共振的示例, 也说明了多次空间共振的产生还是相对普遍的. 虽然本文的研究和近期的一些文献数值模拟了多重空间共振现象的产生, 但是, 对于其产生机理目前尚不明确, 尚待进一步研究.

在神经网络中, 噪声是不可避免的. 自从出现随机共振 [1], 噪声的正面作用就被人们所用. 噪声

和具有高度非线性的神经系统相互作用不仅可以有效的扩大微弱信号的传导, 还可以加强信号在介质中的传输和提高网络的兴奋性<sup>[2]</sup>. 因而, 随机共

振和相干共振及其效应已广泛被研究<sup>[1-8,48]</sup>. 本文的研究结果提示, 可以有几次利用噪声的机会.

- [1] Benzi R, Sutera A, Vulpiani A 1981 *J. Phys. A* **14** L453
- [2] Douglass J K, Wilkens L, Pantazelou E, Moss F 1993 *Nature* **365** 337
- [3] Jung P, Mayer-Kress G 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 2130
- [4] Hu G, Ditzinger T, Ning C, Haken H 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 807
- [5] Zhou C S, Kurths J 2002 *Phys. Rev. E* **65** 040101
- [6] Carrillo O, Santos M A, García-Ojalvo J, Sancho J 2004 *Europhys. Lett.* **65** 452
- [7] Perc M 2005 *Phys. Rev. E* **72** 016207
- [8] Yi M, Jia Y, Liu Q, Zhan X 2008 *Acta. Phys. Sin.* **57** 621 (in Chinese) [易鸣, 贾亚, 刘泉, 詹璇 2008 物理学报 **57** 621]
- [9] Higgs M H, Snee S J, Spain W J 2006 *J. Neurosci.* **26** 8787
- [10] Zhang N, Zhang H M, Liu Z Q, Ding X L, Yang M H, Gu H G, Ren W 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 110501
- [11] Yuan L, Liu Z Q, Zhang H M, Ding X L, Yang M H, Gu H G, Ren W 2011 *Chin. Phys. B* **20** 020508
- [12] Perc M 2007 *Chaos Soliton. Fract.* **31** 64
- [13] Sun X J, Lu Q S 2010 *Chin. Phys. B* **19** 040504
- [14] Zheng Y H, Lu Q S, Wang Q Y 2009 *Int. J. Mod. Phys. C* **20** 469
- [15] Sun X J, Perc M, Lu Q S, Kurths J 2010 *Chaos* **20** 033116
- [16] Wang Q Y, Chen G R, Perc M 2011 *PLoS ONE* **6** e15851
- [17] Ma J, Wang C N, Jin W Y, Wu Y 2010 *Appl. Math. Comput.* **217** 3844
- [18] Gosak M, Marhl M, Perc M 2009 *Physica D* **238** 506
- [19] Horikawa Y 2001 *Phys. Rev. E* **64** 031905
- [20] Li Y Y, Zhang H M, Wei C L, Yang M H, Gu H G, Ren W 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 030504
- [21] Liu Z Q, Zhang H M, Li Y Y, Hua C C, Gu H G, Ren W 2010 *Physica A* **389** 2642
- [22] Tateno T, Pakdaman K 2004 *Chaos* **14** 511
- [23] Tsumoto K, Kitajima H, Yoshinaga T, Aihara K, Kawakami H 2006 *Neurocomputing* **69** 293
- [24] [http://www.scholarpedia.org/article/Morris-Lecar\\_model](http://www.scholarpedia.org/article/Morris-Lecar_model)
- [25] [http://en.wikipedia.org/wiki/Morris%E2%80%93Lecar\\_model](http://en.wikipedia.org/wiki/Morris%E2%80%93Lecar_model)
- [26] Izhikevich E M 2000 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **10** 1171
- [27] Hodgkin A 1948 *J. Physiol.* **107** 165
- [28] Rinzel J, Ermentrout G B 1989 *Analysis of neural excitability and oscillations* (Cambridge: The MIT Press) p135
- [29] Tsubo Y, Takada M, Reyes A D, Fukai T 2007 *Euro. J. Neurosci.* **25** 3429
- [30] Tateno T, Robinson H 2007 *Biophys. J.* **92** 683
- [31] Tateno T, Harsch A, Robinson H 2004 *J. Neurophysiol.* **92** 2283
- [32] Prescott S A, Ratté S, De Koninck Y, Sejnowski T J 2008 *J. Neurophysiol.* **100** 3030
- [33] Stiefel K M, Gutkin B S, Sejnowski T J 2009 *J. Comput. Neurosci.* **26** 289
- [34] Liu Y H, Yang J, Hu S J 2008 *J. Comput. Neurosci.* **24** 95
- [35] Gutkin B S, Ermentrout G B, Reyes A D 2005 *J. Neurophysiol.* **94** 1623
- [36] Galán R F, Ermentrout G B, Urban N N 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 158101
- [37] Phoka E, Cuntz H, Roth A, H usser M 2010 *PLoS Comput. Biol.* **6** e1000768
- [38] Xie Y, Xu J X, Kang Y M, Hu S J, Duan Y B 2004 *Chin. Phys.* **13** 1396
- [39] Bogaard A, Parent J, Zochowski M, Booth V 2009 *J. Neurosci.* **29** 1677
- [40] Galán R F, Bard Ermentrout G, Urban N N 2007 *Neurocomputing* **70** 2102
- [41] Gu H G, Ren W, Lu Q S, Wu S G, Chen W J 2001 *Phys. Lett. A* **285** 63
- [42] Gu H G, Zhang H M, Wei C L, Yang M H, Liu Z Q, Ren W 2011 *Int. J. Mod. Phys. B* **25** 3977
- [43] Jia B, Gu H G, Li Y Y 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 090507
- [44] Rowat P 2007 *Neural Comput.* **19** 1215
- [45] Fink C G, Booth V, Zochowski M 2011 *PLoS Comput. Biol.* **7** e1002062
- [46] Vilar J, Rubi J 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 2882
- [47] Jiang Y 2005 *Phys. Rev. E* **71** 057103
- [48] Liu Z H, Zhou Y R, Zhang A Y, Pang X F 2010 *Acta. Phys. Sin.* **59** 699 (in Chinese) [刘志宏, 周玉荣, 张安英, 庞小峰 2010 物理学报 **59** 699]

# Multiple spatial coherence resonances induced by white gaussian noise in excitable network composed of Morris-Lecar model with class II excitability\*

Li Yu-Ye Jia Bing Gu Hua-Guang<sup>†</sup>

(College of Life Sciences, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China)

(Received 4 July 2010; revised manuscript received 15 August 2011, China)

## Abstract

To study the effect of noise on the network and the influence of noise on the spatio-temporal behaviors of the network, a homogeneous network of excitable cells is constructed, in which the classical Morris-Lecar neuron model behaves as a unit by electric coupling to neighbouring ones. The deterministic behavior of each unit is a resting state corresponding to class II excitability. Under the action of white Gaussian noise in the network, spiral wave can be induced within a large range of noise intensity, while disordered spatiotemporal structure is induced within a certain small intensity range. With the increase of noise intensity, spiral wave is characterized by a transition back and forth between simple structure and complex structure, or appears alternately with the disordered structure. By calculating spatial structure function and signal-to-noise ratio (SNR), it is found that the SNR of spiral wave with a simple structure is higher and the SNR becomes lower when the spiral wave has a complex or an even disordered structure. The SNR curve shows that multiple peaks appear with the increase of noise intensity, which indicates that white Gaussian noise can induce the multiple spatial coherence resonance in an excitable cellular network, and suggests that there are many opportunities to select diverse intensity noises to be rationally used in a realistic excitable system.

**Keywords:** multiple coherence resonance, excitable cellular network, class II excitability, spiral wave

**PACS:** 05.45.Xt, 87.18.Tt, 87.18.Hf

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos 11072135 and 10772101), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (Grant No. GK200902025).

<sup>†</sup> E-mail: guhuaguang@263.net