

## 具有密度跃层分层流体中回转体激发内波特性的实验\*

王进<sup>1)</sup> 尤云祥<sup>1)†</sup> 胡天群<sup>1)</sup> 王小青<sup>2)</sup> 朱敏慧<sup>2)</sup>

1) (上海交通大学海洋工程国家重点实验室, 上海 200240)

2) (中国科学院电子学研究所微波成像技术国家重点实验室, 北京 100080)

(2011年4月22日收到; 2011年6月13日收到修改稿)

在具有连续密度跃层的分层流体中, 对长径比为 7 : 1 的回转体在迎水和背水运动下激发体积效应与尾迹效应内波特性开展了系列实验. 结果表明, 体积效应激发内波属于一种相对于回转体定常的多模态 Lee 波结构, 而尾迹效应激发主控内波为相对于回转体非定常的拟 Lee 波结构, 这是一类由湍流尾迹中大尺度相干结构作为移动源激发的内波结构, 在 Lee 波与拟 Lee 波之间存在一个与长径比近似为线性关系的临界转捩 Froude 数  $Fr_c$ , 当  $Fr < Fr_c$  时 Lee 波为主控内波, 而当  $Fr > Fr_c$  时拟 Lee 波为主控内波, 而且拟 Lee 波相关速度 Froude 数近似为一个常数 0.8, 其无因次峰 - 峰幅值随  $Fr$  的增大近似线性增大, 其中  $Fr$  为回转体特征直径 Froude 数. 结果还表明, 回转体头部与尾部几何形式并不影响其激发内波临界转捩 Froude 数  $Fr_c$ 、拟 Lee 波相关速度 Froude 数及其峰 - 峰幅值变化特性.

关键词: 分层流体, 回转体, Lee 波, 拟 Lee 波

PACS: 47.55.Hd, 92.10.hj, 47.27.Wb, 47.54.De

## 1 引言

密度分层是海洋中的一种普遍现象, 当水下航行体在海洋中航行时, 其能量耗散在海洋内部会形成各种尾迹 (如内波、旋涡和湍流尾迹等)<sup>[1]</sup>, 内波虽然是一种发生在海洋内部的波动现象, 但其导致的海面聚散流动变化, 会引起海面粗糙度分布发生变化, 当合成孔径雷达 (SAR) 发射的微波遇到这种具有粗糙度分布变化的海面时, 会使 SAR 的微波回波信号产生弱反异常, 从而在其影像中留下内波传播演化过程的踪迹, 这正是水下航行体内波遥感探测的水动力学与海洋遥感学基础<sup>[2]</sup>.

在均质流体中定常航行舰船在水面会产生熟知的 V 字形表面波, 这就是著名的经典 Kelvin 波, 这是一种由于舰船体积效应激发的水面波动现象, 相对于舰船运动是定常的<sup>[3]</sup>. 当水下航行体在密度分层海洋中航行时, 除了体积效应会激发内波外, 旋涡与湍流等尾迹效应也会激发内波. 由于体积效应源相对于水下航行体运动是定常的, 因此将其激发的内波称为 Lee 波. 经典 Kelvin 波

与 Lee 波之间的主要区别是: 前者只有一种模态, 张角与航行体速度无关, 而后者存在多种模态, 张角不仅与水下航行体速度有关, 而且还与密度分层特性有关<sup>[4,5]</sup>.

实验研究表明, 密度分层流体中水下航行体尾迹演化过程可以分为三个阶段: 近尾迹阶段、塌陷阶段和晚尾迹阶段. 近尾迹与水下航行体周围流场密切相关, 包括分离流、旋涡与湍流等. 在近尾迹阶段, 尾迹的生成与演化特性与均匀流体的情况是类似的. 当近尾迹在垂向扩散到一定高度后, 密度分层流体的浮力效应开始发挥作用, 使得尾迹的垂向扩散受到抑制, 尾迹塌陷阶段开始. 在尾迹的垂向速度减小到接近零后, 晚尾迹阶段开始, 其主要特征是水平空间大而垂向厚度相对较薄的饼状涡街结构, 也称为大尺度湍流相干结构<sup>[6-9]</sup>.

在湍流尾迹的演化过程中形成的大尺度湍流相干结构, 在其运动过程中也会产生体积效应并激发内波, 由于大尺度湍流相干结构相对于水下航行体运动是非定常的, 而且其演化又是一个复杂的随机过程, 因此这是一种具有非确定性的内波, 称为

\* 国家自然科学基金 (资助号: 11072153) 和海洋工程国家重点实验室基金 (资助号: GP010819) 资助的课题.

† E-mail: youyx@sjtu.edu.cn

拟 Lee 波. 此外, 水下航行体尾部的涡泄、湍流尾迹塌陷及其各种不稳定结构等也会激发内波. 在水下航行体尾迹演化过程中各种扰动源激发的内波, 统称为尾迹效应内波<sup>[10-16]</sup>.

在密度分层流体的情况, 惯性力与浮力效应是影响水下航行体激发内波特性的关键性因素之一. 为此, 定义 Froude 数  $Fr = U/DN_{\max}$  ( $U$  和  $D$  分别是水下航行体航速与最大回转直径,  $N_{\max}$  为密度分层流体的最大浮频率), 那么 Robey<sup>[17]</sup> 对热分层流体中拖曳球的实验研究表明: 存在一个临界转捩 Froude 数  $Fr_c = 2$ , 当  $Fr < Fr_c$  时, 内波相关速度与拖曳球速度一致, 其运动相对于拖曳球是定常的, 这时 Lee 波为主控内波; 当  $Fr > Fr_c$  时, 内波相关速度会发生突然下降的现象, 而且近似为一个常数 3.5 (cm/s), 因此其运动相对于拖曳球是非定常的, 这时拟 Lee 波为主控内波, 而且在转捩后拟 Lee 波峰 - 峰幅值随着  $Fr$  的增大是近似线性增大的.

最近, 尤云祥等<sup>[18]</sup> 以一个长径比为 9:1 的圆柱体为对象, 对具有密度跃层分层流体中该回转体激发的体积效应与尾迹效应内波转捩特性进行了实验研究, 结果表明: 从 Lee 波转变为拟 Lee 波的临界转捩 Froude 数为  $Fr_c = 4$ , 而且  $Fr > Fr_c$  时, 拟 Lee 波的相关速度近似为一个常数 3.0 (cm/s). 由此可见, 水下航行体长径比对其体积效应与尾迹效应内波特性是有显著影响的.

潜艇等水下航行体通常是一个细长回转体, 而且各种不同型号潜艇的长径比通常是不同的, 因此研究各种不同长径比对体积效应与尾迹效应内波特性的影响规律, 包括临界转捩 Froude 数  $Fr_c$  与长径比之间的相关关系, 转捩前后内波空间结构特征及其峰 - 峰幅值变化规律, 转捩后拟 Lee 波相关速度变化规律等, 不仅在学术上是重要的, 而且在实践中也是有现实需求的.

有鉴于此, 本文以某长径比为 7:1 的回转体模型为对象, 利用重力式密度分层水槽, 采用电导

率探头阵列技术, 结合相关性分析方法, 对该水下航行体模型在具有密度跃层分层流体中激发的体积效应与尾迹效应内波特性进行系列实验. 在此基础上, 结合文献 [17,18] 中的相关实验结果, 研究临界转捩 Froude 数  $Fr_c$ 、转捩后拟 Lee 波相关速度 Froude 数及其峰 - 峰幅值等随 Froude 数  $Fr$  的变化规律. 同时, 还将进一步就回转体头部与尾部几何形式对体积效应与尾迹效应内波特性的影响进行研究与分析.

## 2 实验系统与方法

实验在解放军理工大学分层流水槽中进行, 水槽长  $\times$  宽  $\times$  高 = 12  $\times$  1.2  $\times$  1.0 m<sup>3</sup>. 实验模型为长径比  $\lambda = L/D = 7$  的回转体, 由一个长为 7 cm 的流线型部分及一个长为 42 cm 的圆柱体部分制作而成, 回转轴到静水面距离为 36 cm. 其中,  $D$  为回转直径,  $L$  为回转长度. 采用双线拖曳法驱动实验模型, 将其系于上下两根平行的细钢丝绳上, 以防止实验模型在拖曳过程中的晃动, 下方钢丝绳为实验模型的循环拖曳线, 由伺服电机循环驱动, 上方钢丝绳两端固定, 作为实验模型拖曳运动的牵引线. 为下文陈述方便计, 建立直角坐标系  $oxyz$ , 使  $oxy$  位于静水面上,  $oxz$  为水槽中纵剖面,  $oyz$  为水槽横向剖面,  $oz$  轴垂直向下为正, 坐标原点为实验模型静止时其头部在静水面上的投影, 如图 1 所示. 其中,  $ox$  轴正向为实验模型在水槽中作拖曳运动的方向.

采用两种方式拖曳实验模型, 一种为流线型部分在前方, 圆柱体在后方, 称为迎水运动, 如图 2(a) 所示; 另一种为圆柱体在前方, 流线型部分在后方, 称为背水运动, 如图 2(b) 所示. 采用这两种方式拖曳实验模型之主要目的是: 在相同长径比条件下, 希望考察回转体头部与尾部几何形式对其体积效应与尾迹效应内波转捩特性及其时间序列演化结构特征的影响.

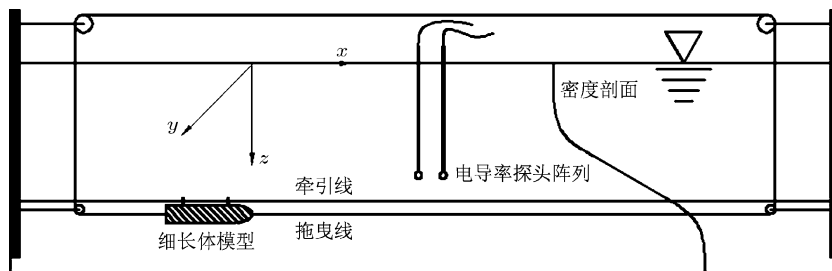


图 1 坐标系及实验系统示意图 (侧视)

实验水深为  $H = 80\text{ cm}$ , 采用重力式方法进行密度分层. 在水槽中首先注入  $30\text{ cm}$  水深的淡水, 密度为  $0.998\text{ g/cm}^3$ , 然后由重力式水箱通过水槽底部的 2 个蘑菇形进口, 缓慢地注入密度为  $1.022\text{ g/cm}^3$  的盐水. 在注入盐水的过程中, 由于淡水与盐水之间的混合等因素, 在水槽中会自然形成一个具有连续密度跃层的分层流体系统.



图 2 两种拖曳方式示意图

水槽中分层流体密度剖面测量结果如图 3 所示, 同时还给出了浮频率剖面的结果. 其中, 浮频率由  $N(z) = \sqrt{(g/\rho_0)(\partial\rho/\partial z)}$  计算,  $\rho_0$  为上层流体的密度,  $\rho$  为垂向密度分布. 由图可知, 上层是一个厚度约为  $19\text{ cm}$  的密度均匀层, 中间是一个厚度约为  $26\text{ cm}$  的密度连续分布的过度层, 下层是一个厚度约为  $35\text{ cm}$  的密度均匀层, 最大浮频率所在流体层位于  $z = 29\text{ cm}$  处, 在  $N_{\max} = 1.625\text{ (rad/s)}$  附近变化.

采用专门研制的内波动态测量系统对回转体激发内波特性进行测量与分析<sup>[16]</sup>. 在  $x = 500\text{ cm}$  和  $z = 29\text{ cm}$  的水平面上, 沿  $oy$  轴正向布置由 12 个电导率探头组成的阵列, 从内向外依次记为 A—L. 探头间距为  $5\text{ cm}$ , 用于测量浮频率最大水平层上的密度扰动, 获得该水平层上内波峰-峰幅值变化特性及其时间序列演化结构特征. 在点  $(510\text{ cm}, 10\text{ cm}, 29\text{ cm})$  处布置一个电导率探头 (记为 M), 用于测量内波沿  $ox$  轴方向传播的相关速度, 如图 4 中的圆圈所示.

电导率探头采样频率为  $20\text{ Hz}$ , 响应时间为  $5\text{ ms}$ , 远小于拖曳回转体激发内波特征周期. 每次实验中, 电导率信号采集时间均为  $10\text{ min}$ , 在每个实验工况后, 均等  $20\text{ min}$  左右, 待拖曳回转体激发内波衰减后, 再进行下一个工况的实验. 为研究实验结果的重复性, 对每个实验工况, 均进行 4 次重复性实验.

在实验过程中, 拖曳速度的范围为  $3\text{ cm/s} \leq U \leq 180\text{ cm/s}$ , Froude 数  $Fr = U/DN_{\max}$  的范围为  $0.14 \leq Fr \leq 25.29$ , Reynold 数  $Re = UD/\nu$  范围为  $2100 \leq Re \leq 126000$ . 其中,  $\nu = 10^{-2}\text{ cm}^2/\text{s}$  为盐水运动黏性系数,  $U$  为拖曳速度. 在每个工况

的实验后, 均重新测量一次密度剖面, 获得最大浮频率  $N_{\max}$  的值, 用来计算相应的  $Fr$ . 在本文实验工况下,  $Re$  均大于  $2100$ , 因此回转体尾流是完全湍流的<sup>[12]</sup>.

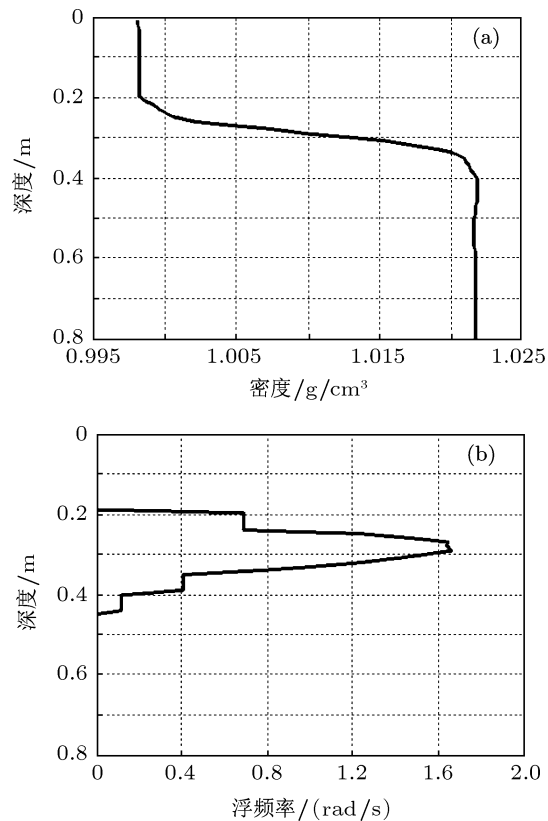


图 3 密度 (a) 及浮频率 (b) 剖面

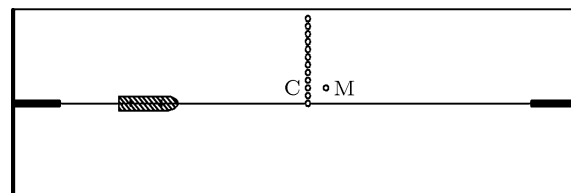


图 4 电导率探头阵列示意图 (俯视)

### 3 实验结果与分析

当回转体在密度分层流体中作拖曳运动时, 流体从上下翻越其表面形成回流区, 动能转化为势能, 产生排水效应并激发内波. 这种排水效应除了回转体本身的体积效应外, 还包括附着于其表面的回流区产生的体积效应, 如图 5 中虚线部分所示. 由于这种体积效应源的运动相对于回转体是定常的, 因此将其激发的内波称为 Lee 波.

另一方面, 回转体拖曳运动产生的大尺度湍流

相干结构作为一种移动激励源,其排水效应也会激发内波,而且是尾迹效应内波中一类主要激发源,如图5中实线部分所示.作为一种体积效应激发的内波,其特征应该与Lee波有相类似的特征,由于大尺度湍流相干结构的运动相对于回转体是非定常的,因此将其激发的内波称为拟Lee波.无论是Lee波还是拟Lee波,其激发源都为某种体积效应源.

本文重点研究迎水与背水运动下回转体激发Lee波与拟Lee波特性.为此,对两个电导率探头M和C测量得到的密度扰动信号进行相关性分析,相关性峰值对应时间为内波从起始探头C传播到另一个探头M所需的时间 $\Delta t$ ,那么回转体激发内波相关速度为 $U_{iw} = \Delta x / \Delta t$ .其中, $\Delta x = 10\text{ cm}$ 为电导率探头M和C之间的距离.例如,当拖曳速度为 $U = 9\text{ cm/s}$ 时,可得到内波相关速度为 $U_{iw} = 8.7\text{ cm/s}$ ,误差不超过3.4%.为

研究内波相关速度与拖曳速度之间的相关关系,定义无量次数 $Fr_{iw} = U_{iw} / DN_{\max}$ ,称为内波相关速度Froude数.

在图6和图7中,分别给出了迎水与背水运动回转体激发内波相关速度Froude数 $Fr_{iw}$ 与 $Fr$ 之间相关关系的实验结果.结果表明,在两种运动方式下, Lee波与拟Lee波之间的临界转捩Froude数均为 $Fr_c \approx 3.55$ ,即当 $Fr \leq Fr_c$ 时,内波相关速度与回转体运动速度是一致的, Lee波为主控内波,其运动相对于回转体运动是定常的;当 $Fr > Fr_c$ 时,内波相关速度会发生突然下降的现象,而且在两种运动方式下内波相关速度Froude数 $Fr_{iw}$ 均近似为一个常数0.8,这时拟Lee波为主控内波,其运动相对于回转体运动是非定常的.由此可见,在相同长径比条件下,回转体头部与尾部几何形式并不影响Lee波与拟Lee波之间的临界转捩Froude数,以及转捩后拟Lee波相关速度Froude数.

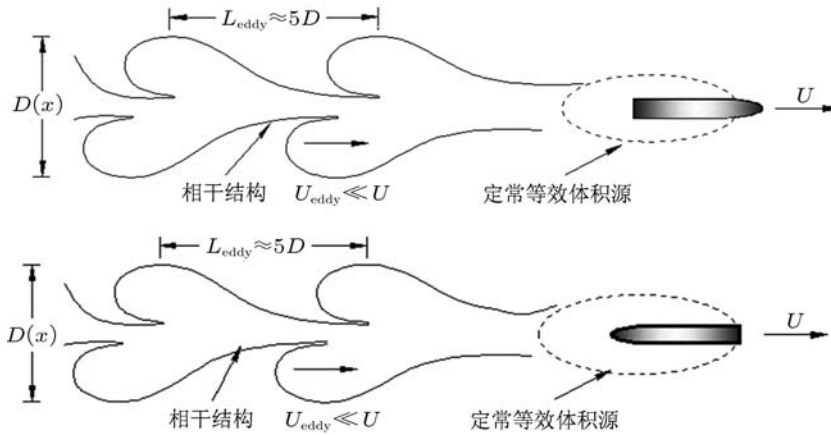


图5 回转体的体积效应与尾迹效应示意图

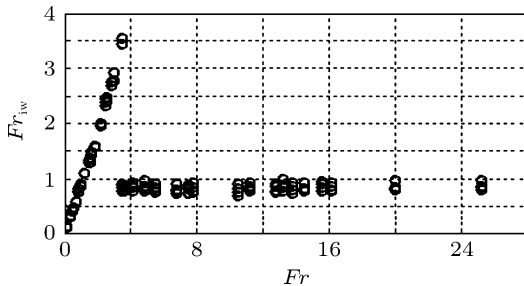


图6 迎水运动回转体激发内波 $Fr_{iw}$ 与 $Fr$ 之间的相关关系

在文献[17]中,针对热分层流体中拖曳球激发内波特性的实验表明,其Lee波与拟Lee波之间的临界转捩Froude数为 $Fr_c \approx 2$ .而文献[18]中,针对具有密度跃层分层流体中长径比为 $\lambda = 9$ 的拖曳圆柱体激发内波特性的实验表明,其Lee波与

拟Lee波之间的临界转捩Froude数为 $Fr_c \approx 4$ .结合本文所获两类内波临界转捩Froude数的实验结果,采用数据回归分析方法,可得 $Fr_c$ 与回转体长径比 $\lambda$ 之间有如下近似线性关系:

$$Fr_c \approx 0.2391\lambda + 1.7579. \quad (1)$$

进一步利用文献[17,18]中的实验结果,可得在拖曳球与圆柱体时拟Lee波相关速度Froude数 $Fr_{iw}$ 也均近似为一个常数0.8.由此可见,在转捩后拟Lee波相关速度Froude数 $Fr_{iw}$ ,不仅与回转体的长径比无关,而且与其头部及尾部几何形式也是无关的,都近似为一个常数0.8.

下面给出迎水与背水运动回转体激发内波峰-峰幅值的实验结果.为此,记 $\Delta\rho = \Delta\rho(t, x_0, y_0, z_0)$

为时刻  $t$  时在点  $(x_0, y_0, z_0)$  处密度扰动与该点处基准密度之差的时历信号, 那么在该点处内波引起的垂向位移  $\Delta z$  可以由  $\Delta\rho = \Delta z(d\rho/dz)$  进行估算. 利用这个方法, 根据电导率探头 A—L 的密度扰动信号, 即可获得回转体激发内波垂向位移场的分布信息, 并记其峰 - 峰幅值为  $A_{p-p}$ .

在图 8 和图 9 中, 分别给出了迎水与背水运动回转体激发内波无因次峰 - 峰幅值与  $Fr$  之间相关关系的实验结果. 结合图 6 和图 7 可知, 在转捩之前, 无论是内波相关速度 Froude 数, 还是内波无因次峰 - 峰幅值, 重复性均是相当好的; 在转捩之后, 由于尾迹效应激发源的非确定性等因素, 内波相关速度 Froude 数及其无因次峰 - 峰幅值的重复性要差一些, 但离散度并不显著, 这表明了实验结果的可靠性.

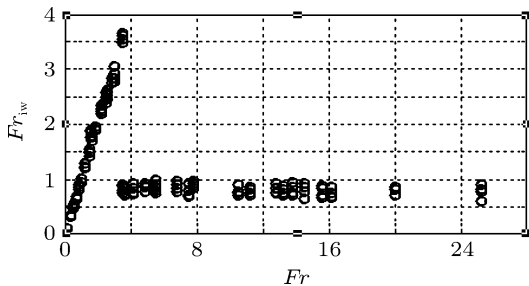


图 7 背水运动回转体激发内波  $Fr_{1w}$  与  $Fr$  之间的相关关系

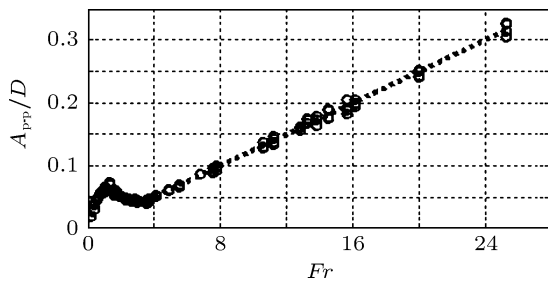


图 8 迎水运动回转体激发内波无因次峰 - 峰幅值与  $Fr$  之间的相关关系

由图 8 和图 9 可知, 无论是回转体以迎水还是以背水方式运动, 其激发内波无因次峰 - 峰幅值随 Froude 数  $Fr$  的变化规律都是相同的, 即存在一个相同的内波峰 - 峰值极值点  $Fr_p$ , 在转捩之前, 当  $Fr < Fr_p$  时内波无因次峰 - 峰幅值随  $Fr$  的增大而增大, 当  $Fr > Fr_p$  时内波无因次峰 - 峰幅值随  $Fr$  的增大而减小; 在转捩之后, 内波无因次峰 - 峰幅值随着  $Fr$  的增大近似线性增大, 而且采用数据回归分析分析可得

$$A_{p-p}/D \approx 0.0124Fr. \quad (2)$$

由文献 [17,18] 中的实验结果可知, 在转捩后拖曳球与圆柱体激发内波无因次峰 - 峰幅值也是随  $Fr$  近似线性增大的, 而且其斜率与本文实验结果近似相等, 这意味着在给定 Froude 数  $Fr$  的条件下, 回转体长径比及其头部与尾部几何形式对转捩后内波无因次峰 - 峰幅值没有明显影响, 但对转捩前内波无因次峰 - 峰幅值有一定的影响.

在迎水及背水运动状态下, 由于回转体头部几何形状的差异, 会导致流动分离点位置的不同, 从而使回流区产生的体积效应出现某些差异, 如图 5 中虚线部分所示. 因此, 两种运动方式对回转体 Lee 波峰 - 峰幅值会产生一定的影响. 另一方面, 由文献 [17] 可知, 大尺度湍流相干结构中主控涡的 Strouhal 数近似为  $St = fD/U \approx 0.2$ . 其中,  $f$  为主控涡频率. 由此可得, 主控涡在流向空间的长度近似为  $L_{eddy} = U/f \approx 5D$ , 激励频率近似为  $f = U_{eddy}/L_{eddy} = 0.2U_{eddy}/D$ , 其中  $U_{eddy} (< U)$  为主控涡移动速度. 由此可知, 在转捩后, 内波相关速度近似为  $U_{iw} = DFr_{1w}N_{max} \approx 0.8DN_{max}$ , 如果取  $U_{eddy} = U_{iw}$ , 那么  $f \approx N_{max}/2\pi$ , 这意味着对移动速度近似为转捩后内波相关速度的大尺度湍流相干结构中的主控涡, 其激励圆频率正好近似为密度分层流体的最大浮频率, 即这种大尺度湍流相干结构中主控涡激发的内波将是最为显著的, 如图 5 中实线部分所示.

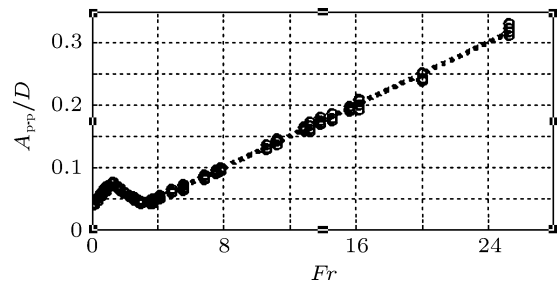


图 9 背水运动回转体激发内波无因次峰 - 峰幅值与  $Fr$  之间的相关关系

将大尺度湍流相干结构近似为一个移动卵形体源, 由上面的分析可知, 其特征长度可取为  $L_{eddy} \approx 5D$ . 研究表明, 卵形体源的回转直径可取为  $D_{eddy} = c_0(U/U_{eddy})^{1/2}D$  ( $c_0$  为常数)<sup>[17]</sup>. 由此可知, 大尺度湍流相干结构作为一种移动激励源, 其产生的排水效应是不依赖于回转体长径比的, 而且与拖曳速度  $U$  之间的关系近似为线性的, 这正是在转捩后对各种几何形式回转体激发拟 Lee 波无因次峰 - 峰幅值与  $Fr$  都近似满足同一种线性关系的主要原因之一.

上述实验结果对预测水下航行体生成内波特性的将有重要实用价值的. 实际海洋中密度分层流体的最大浮频率  $N_{\max}$  约为  $10^{-2}$  (rad/s) 量级, 假设水下航行体长径比  $\lambda = 12$ , 最大回转直径  $D = 10$  m. 由 (1) 式可知, 存在一个临界航速  $U_c = DFr_c N_{\max} \approx 0.415$  (m/s), 当航速  $U < U_c$  时, Lee 波为主控内波, 当航速  $U > U_c$  时, 尾迹效应内波为主控内波. 由于水下航行体航速通常在 1 kn ( $\approx 0.5$  m/s) 以上, 这意味着尾迹效应内波通常为水下航行体正常运行工况下的主控内波.

当长径比取为  $\lambda = 12$  时, 本文实验模型与如上所述水下航行体之间的几何相似比为 7 : 1000. 实验中主跃层深度为 29 cm, 模型潜深为 36 cm, 按此几何相似比, 经换算可得相应实际海洋主跃层深度为 41.1 m, 而水下航行体实际潜深为 51.4 m. 在此主跃层深度及潜深下, 由 (2) 式可知, 当水下航行体航速为 6 m/s 时, 其激发内波峰 - 峰幅值可达 7.44 m 左右; 当水下航行体航速为 10 m/s 时, 其激发内波峰 - 峰幅值可达 12.4 m 左右. 由于尺度效应等

原因, 这些结果虽然仅只能作为一种初步的预测, 不过对水下航行内波 SAR 探测技术研究将是很重要的信息.

在电导率探头 A—L 处密度扰动时间序列测量信号中, 不仅包含了回转体激发内波的波形波系结构信息, 而且还包含了回转体激发内波的空间形态结构等信息, 利用这些信息可以对回转体激发内波时间序列结构演化机理及其变化特征进行更为深入的分析与研究. 为此, 首先简要概述密度分层流体中定常移动源致内波的等相线理论, 根据驻相原理, 可得第  $m$  个模态内波的驻相点可表示为 [4,14]

$$\begin{aligned} x &= \frac{\phi U_s (1 - c_{pm} c_{gm} / U_s^2)}{k(c_{pm} - c_{gm})}, \\ y &= \frac{\phi c_{gm} \sqrt{(1 - c_{pm}^2 / U_s^2)}}{k(c_{pm} - c_{gm})}, \end{aligned} \quad (3)$$

其中,  $\phi$  为相位函数,  $U_s$  为内波激发源的移动速度,  $k$  为内波水平波数,  $c_{pm}$  和  $c_{gm}$  分别为第  $m$  个模态内波的相速度与群速度, 它们都是水平波数  $k$  的函数.

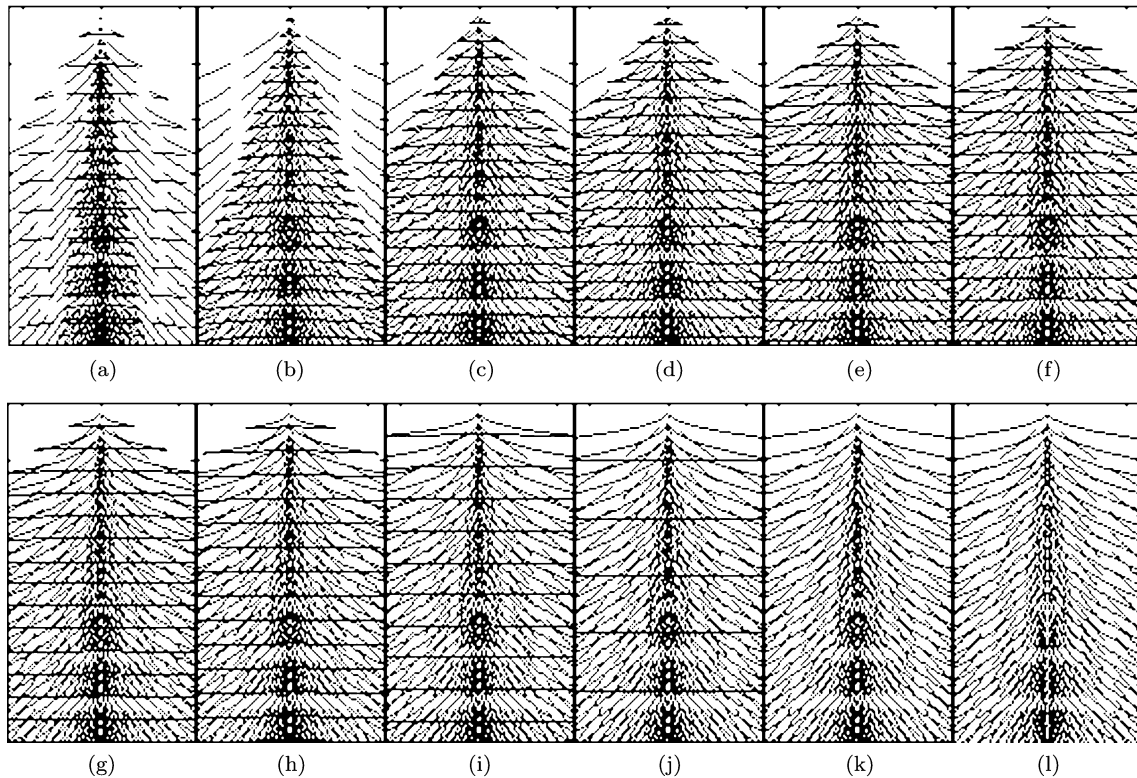


图 10 定常移动源致内波等相线结构 (a)—(l)  $U$  分别为 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 15, 18, 20, 22 cm/s

记  $c_{p0_m}$  为相速度  $c_{pm}$  在  $k \rightarrow 0$  时的极限值, 称为临界相速度. 那么, 当  $U_s > c_{p0_m}$  时, 该模态内波只有散波. 当  $U_s < c_{p0_m}$  时, 该模态内波既有横

波又有散波. 利用实验获得的浮力频率剖面, 通过求解内波本征值问题, 在得到内波色散关系后, 利用 (3) 式即可得到定常移动源致内波德等相线结构.

在图 3 所示浮频率剖面情况下, 可得前 2 个模态内波的临界相速度分别为 19.3 cm/s 和 4.39 cm/s. 在图 10 中, 分别给出了在 12 个移动速度下, 定常移动源致内波等相线族空间结构的数值模拟结果. 其中,

横轴为水槽宽度方向, 纵轴为时间, 实线为第 1 模态内波等相线, 虚线为第 2 模态内波等相线. 除非特别声明, 在后文中, 横轴取值范围均为  $[-55, 55]$  (单位为 cm), 纵轴取值范围均为  $[0, 120]$  (单位为 s).

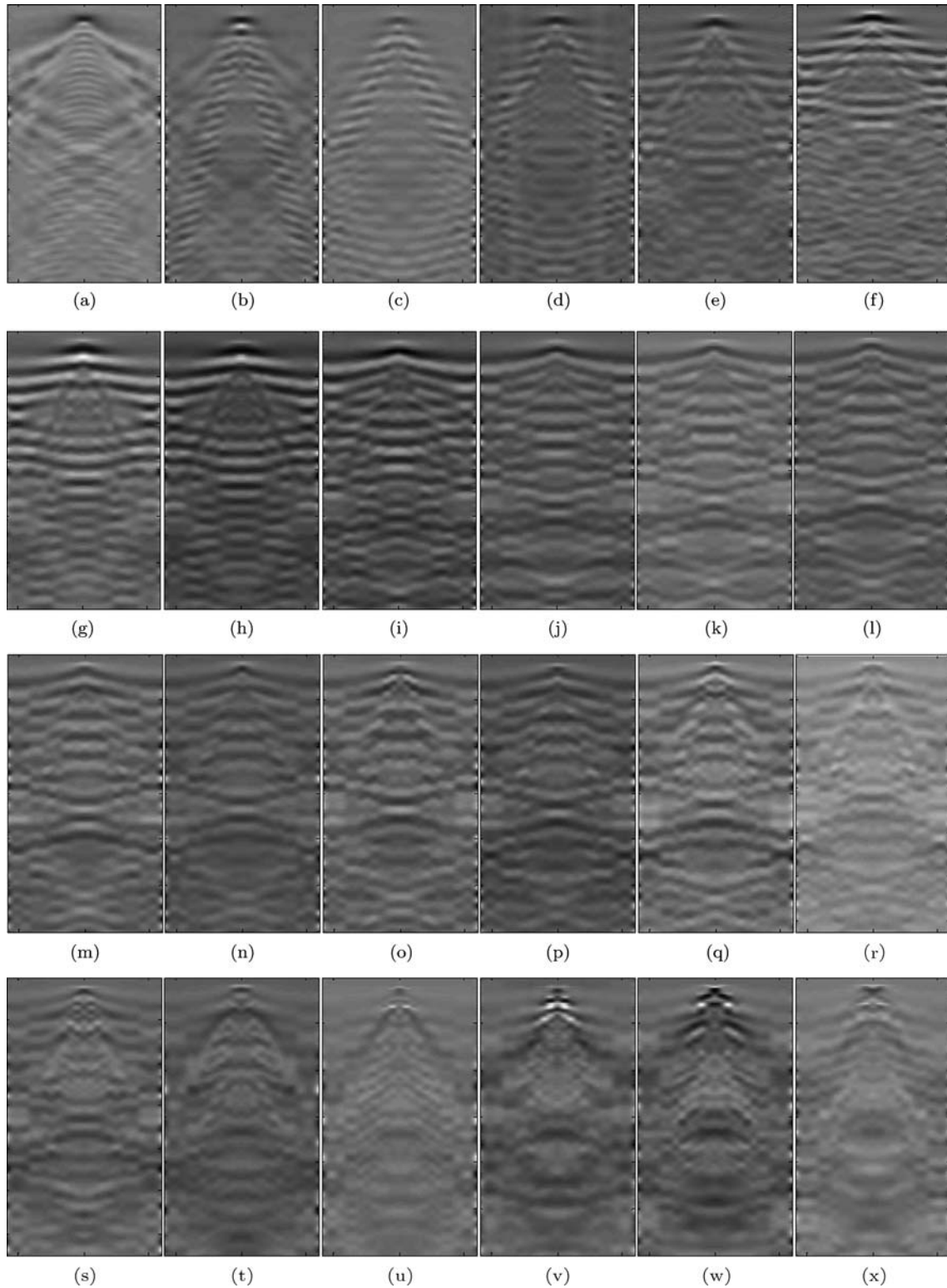


图 11 迎水运动时回转体激发内波时间序列演化结构 (a)—(x)  $U$  分别为 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 15, 18, 20, 22, 25, 28, 30, 32, 35, 38, 40, 50, 60, 70, 80, 90 cm/s

在图 10(a)—(j) 中, 由于  $U_s < c_{p0_1}$ , 因此第 1 模态内波既有横波又有侧波, 而且在移动速度较小时波形角很窄, 与熟知的经典 Kelvin 波类似, 但随着移动速度增加波形角逐渐增大. 在图 10(k) 和 (l) 中, 由于  $U_s > c_{p0_1}$ , 因此第 1 模态内波只有侧波, 而且随着移动速度的增加等相线结构变化很小. 在图 10(a) 中, 由于  $U_s < c_{p0_2}$ , 因此第 2 模态内波既有横波又有侧波. 在图 10(b)—(l) 中, 由于  $U_s > c_{p0_2}$ , 因此第 2 模态内波只有侧波, 而且随着移动速度增加等相线结构变化也很小.

在图 11 中, 给出了迎水运动回转体激发内波时间序列演化结构的实验结果. 在图 11(a)—(j) 中, 第 1 模态内波是清晰可见的, 由于  $U < c_{p0_1}$ , 因此既有横波又有侧波, 而且在移动速度较小时波形角很窄, 但随着移动速度增加波形角逐渐增大. 同时, 在图 11(a), (b) 中, 第 2 模态内波也是清晰可见的, 当  $U = 3$  (cm/s) 时, 由于  $U < c_{p0_2}$ , 因此既有横波又有侧波, 但横波很弱, 当  $U = 5$  (cm/s) 时, 由于  $U > c_{p0_2}$ , 因此只有侧波, 但当  $U \geq 7$  (cm/s) 时, 第 2 模态内波逐渐减弱, 几乎是不可见的. 这些结果与基于定常移动源致内波等相线理论预测结果

一致, 表明当  $U < c_{p0_1}$  时回转体激发内波相对于其运动是定常的, 即 Lee 波为主控内波.

当  $U > c_{p0_1}$  时, 根据定常移动源致内波等相线理论, 第 1 模态 Lee 波应该只有侧波而没有横波, 但在图 11(k)—(x) 中, 除了可以清晰地看到第 1 模态 Lee 波的侧波外, 还可以清晰地看到另外一种既有横波又有侧波的内波时间序列演化结构, 而且随着拖曳速度的增加其波形波系结构的变化很小. 这意味着该内波时间序列演化结构的激发源相对于回转体运动是非定常的, 而且移动速度近似为一个常数, 由此可以推断这种非定常激发源应该与回转体产生的大尺度湍流相干结构有关. 下面从内波时间序列演化结构的重复性入手, 对上述现象的产生原因进行分析. 为此, 在图 12 中, 分别给出了当拖曳速度为  $U = 7, 18, 22, 28, 32$  和  $40$  (cm/s) 时, 在电导率探头 E 处迎水运动回转体产生密度扰动时历的重复性实验结果. 其中, run1-run4 分别表示 4 次重复性试验.

由图 12 可得如下结论: 当  $U < c_{p0_1}$  时, 回转体运动产生密度扰动信号的相位、周期及其振幅等都是可重复的, 即 Lee 波为主控内波, 其时间序列

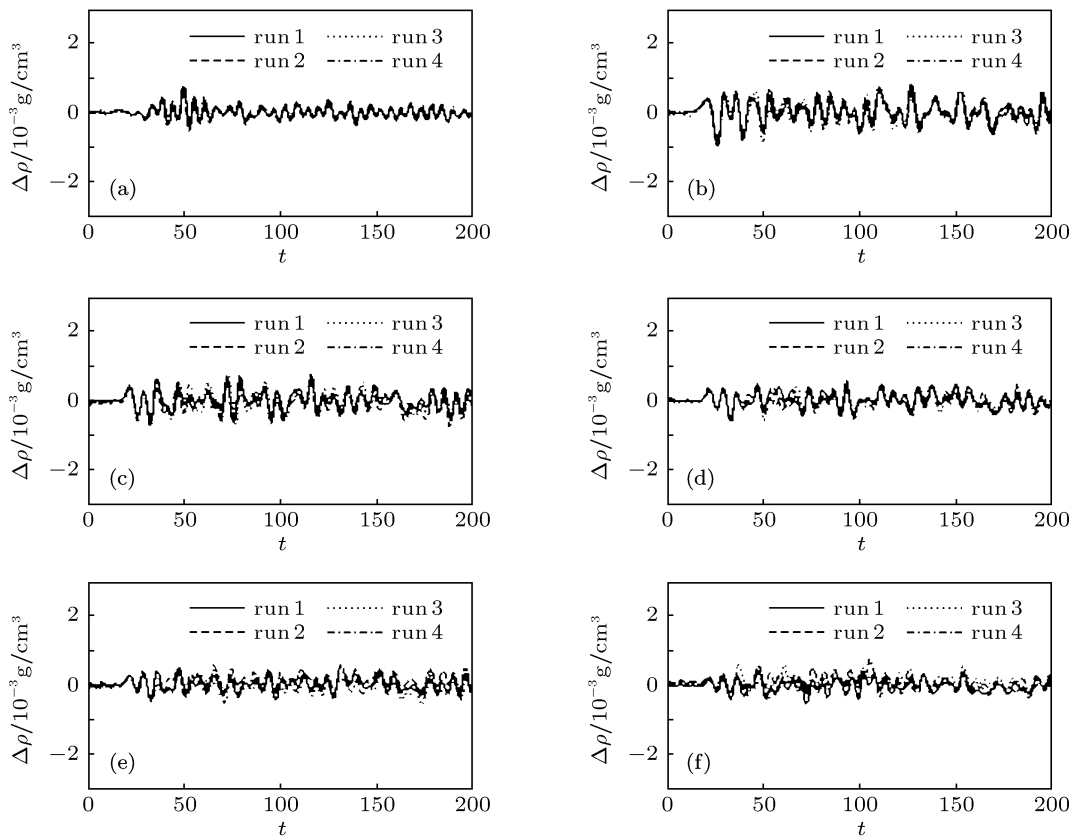


图 12 在电导率探头 E 处迎水运动回转体 (run) 产生密度扰动时历的重复性 (a)—(f)  $U$  分别为 7, 18, 22, 28, 32, 40 cm/s

演化结构特征与等相线理论预测结果一致; 当  $c_{p01} < U < 35$  (cm/s) 时, 回转体运动产生密度扰动信号的相位、周期及其振幅等在某个时刻后开始出现差异, 而且随着拖曳速度的增大, 这种差异表现得愈明显, 虽然这时 Lee 波仍为主控内波, 但拟 Lee 波的影响逐渐明显, 主控 Lee 波时间序列演化演化结构特征仍与等相线理论预测结果一致, 但拟 Lee 波时间序列结构特征已不能用等相线理论进行预测; 在  $U > 35$  (cm/s) 时, 虽然在某个较短的时间内体积效应仍然会产生一定的影响, 但在某个时刻后, 由于尾迹效应的非定常及随机性等特征, 回转体运动产生密度扰动信号的相位、

周期及其振幅等都是不可重复的, 即拟 Lee 波为主控内波.

在图 13 中, 给出了当拖曳速度为  $U = 7, 18, 22, 28, 32$  和  $40$  (cm/s) 时, 在前 200 s 内, 在  $z = 29$  (cm) 水平层上, 迎水运动回转体激发内波时间序列演化结构的重复性实验结果. 由图可知, 体积效应激发 Lee 波时间序列演化结构的重复性是相当好的, 虽然在小尺度细节 (如相位等) 上, 大尺度相干结构效应产生的密度扰动信号是不可重复的, 但其激发拟 Lee 波的时间序列演化结构特征是相当相似的, 这表明大尺度相干结构激发的拟 Lee 波时间序列演化结构是具有可重复性的.

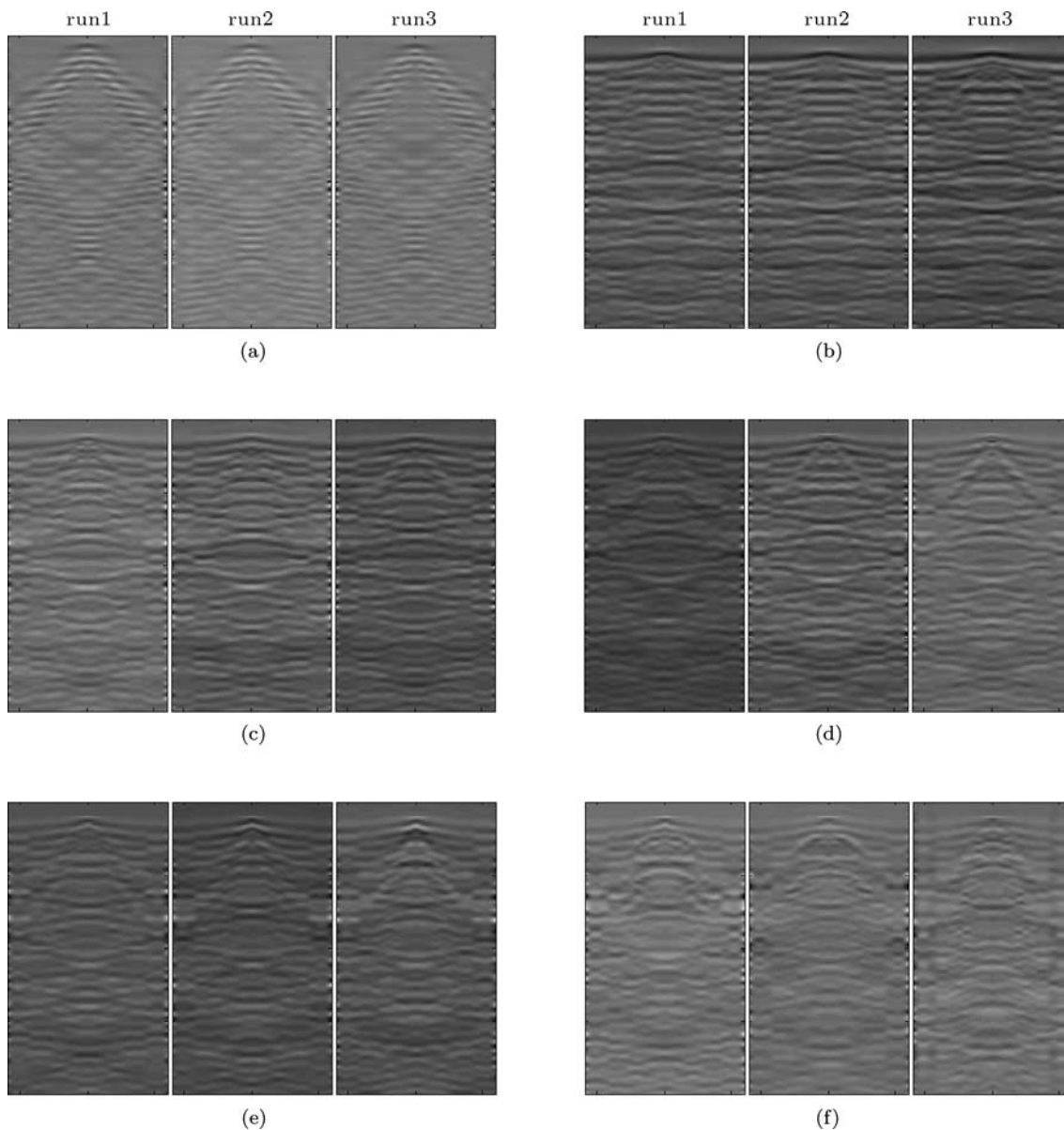


图 13 迎水运动回转体激发内波时间序列演化结构的重复性 (a)—(f)  $U$  分别为 7, 18, 22, 28, 32, 40 cm/s

在图 14 中, 给出了当拖曳速度为  $U = 7, 18, 22, 28, 32$  和  $40$  (cm/s) 时电导率探头 E 处迎水与背水运动回转体产生密度扰动时历的实验结果. 由图 14(a) 可知, 在两种运动方式下密度扰动时历相位、周期及其振幅等都符合良好, 表明两种方式对体积效应激发内波特性的影响都很小. 由

图 14(b)—(f) 可知, 随着拖曳速度的增大, 在两种运动方式下密度扰动时历相位、周期及其振幅之间的差异逐渐变得明显, 这主要是由于大尺度相干结构的非定常及随机性等因素引起的, 表明两种方式对大尺度相干结构激发内波特性的影响会产生一定影响.

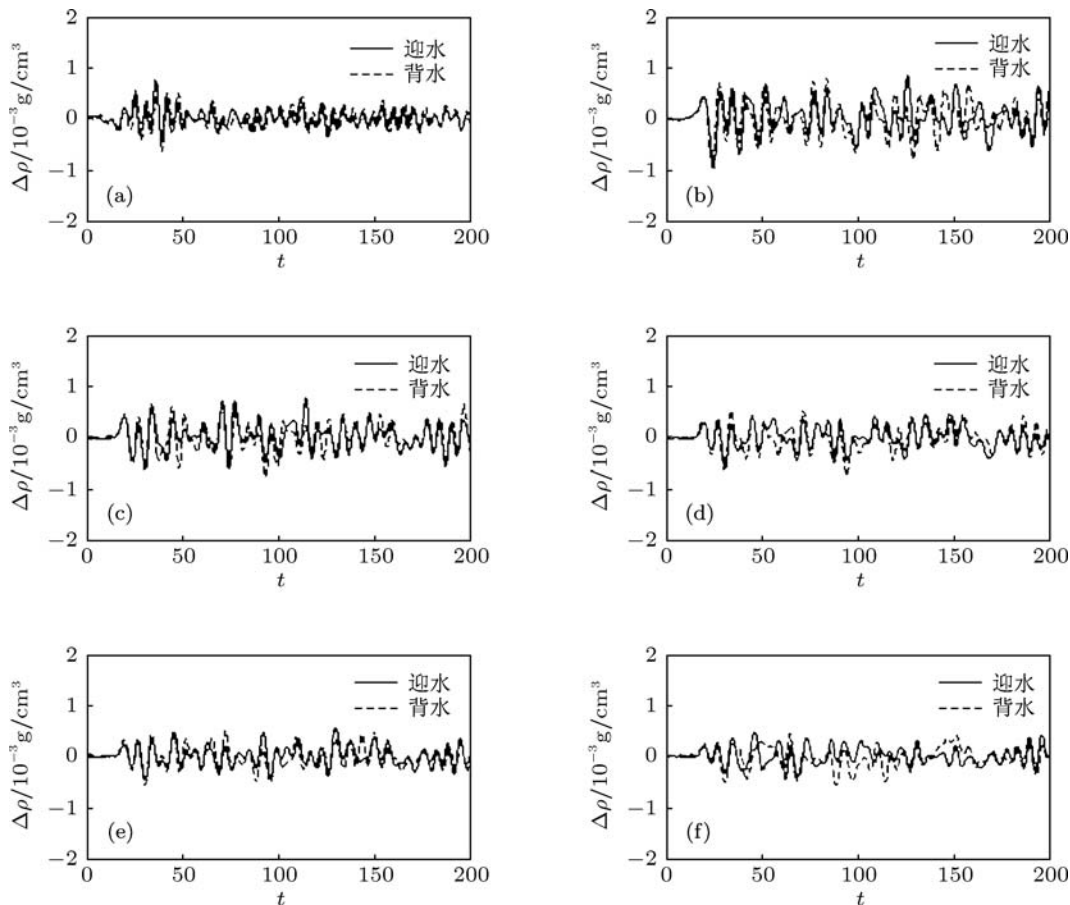


图 14 在电导率探头 E 处迎水与背水运动回转体产生密度扰动时历 (a)—(f)  $U$  分别为 7, 18, 22, 28, 32, 40 cm/s

在图 15 中, 给出了当拖曳速度为  $U = 7, 18, 22, 28, 32$  和  $40$  (cm/s) 时迎水与背水运动回转体激发内波时间序列演化结构的实验结果, 同时还给出了内波等相线结构. 其中, 在图 15(a) 中, 内波激发源移动速度为  $U_s = U$ , 实线为第 1 模态内波等相线, 虚线为第 2 模态内波等相线. 在图 15(b)—(f) 中, 实线为内波激发源移动速度  $U_s = U$  时第 1 模态内波的等相线, 虚线为内波激发源移动速度  $U_s = 9.5$  (cm/s) 时第 1 模态内波的等相线, 该速度值正好近似为转捩后的内波相关速度, 即大尺度相干结构中主控涡的移动速度. 图 15(a)—(e) 为转捩前的实验结果, 图 15(f) 为转捩后的实验结果.

由图 15(a) 可知, 回转体激发内波时间序列演

化结构特征与  $U_s = U$  时等相线理论预测结果一致, 表明内波主控激发源为回转体的体积效应, 即 Lee 波为主控内波, 而且尾迹效应激发内波在其时间序列演化结构中是不可见的. 由图 15(b)—(e) 可知, 虽然这时体积效应激发 Lee 波仍为主控内波, 但大尺度相干结构激发拟 Lee 波也是清晰可见的, 而且 Lee 波时间序列结构特征与  $U_s = U$  时等相线理论预测结果一致, 而拟 Lee 波时间序列结构特征与  $U_s = 9.5$  (cm/s) 时等相线理论预测结果一致. 由图 15(f) 可知, 虽然这时大尺度相干结构激发拟 Lee 波为主控内波, 但体积效应激发 Lee 波也是清晰可见的, 而且拟 Lee 波时间序列结构特征与  $U_s = 9.5$  (cm/s) 时等相线理论预测结果一致,

而 Lee 波时间序列结构特征与  $U_s = U$  (cm/s) 时等相线理论预测结果一致。

结果表明, 在转捩前, 当拖曳速度达到某个值后, 虽然体积效应激发 Lee 波为主控内波, 但大尺度相干结构激发拟 Lee 波的影响将逐渐显著; 在转捩后, 虽然大尺度相干结构激发拟 Lee 波为主控内波, 但体积效应激发 Lee 波在内波时间序列演化结构特征中仍是存在的, 只有当拖曳速度达到某个值之后, 体积效应激发 Lee 波的影响才会逐渐消失; 在迎水与背水两种运动方式下, 无论是体积效应激发的 Lee 波, 还是大尺度相干结构激发的拟 Lee 波, 其时间序列演化结构特征都是相似的, 即回转体头

部与尾部几何形式对其激发内波时间序列演化结构特征不产生明显影响。

#### 4 结论

在具有连续密度跃层的分层流体中, 利用电导率探头阵列测量手段, 对长径比为 7 : 1 的拖曳回转体激发内波特性进行了系列实验. 采用相关性分析方法, 结合定常移动源致内波等相线理论等手段, 分析了体积效应与尾迹效应内波生成机理及其时间序列演化结构特征, 获得了如下结果:

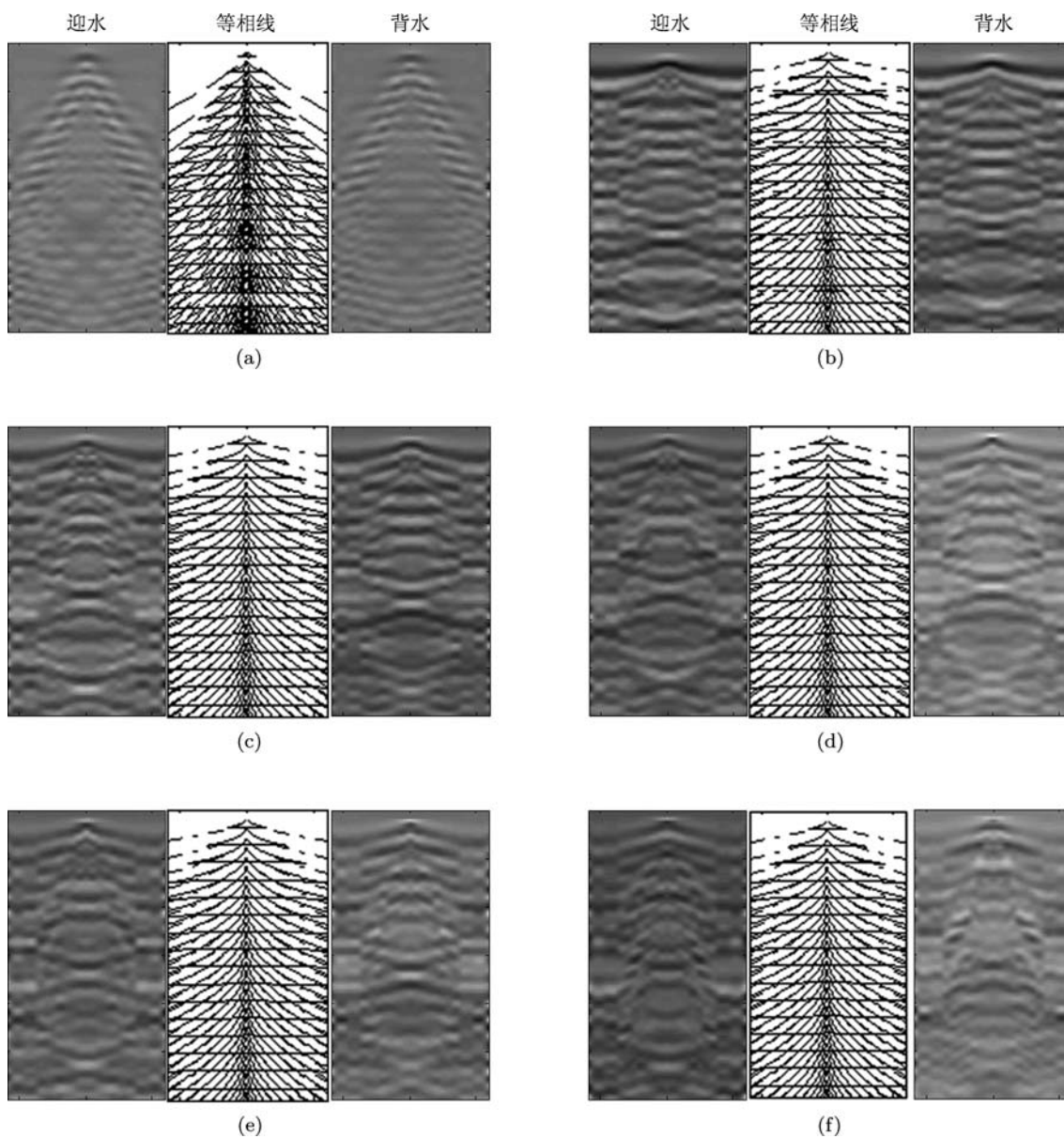


图 15 迎水与背水运动时回转体激发内波时间序列演化结构 (a)—(f)  $U$  分别为 7, 18, 22, 28, 32, 40 cm/s

在拖曳回转体激发的多种成份内波中, 体积效应激发的 Lee 波和大尺度湍流相干结构激发的拟 Lee 波是两种主控内波成分, 前者相对于回转体运动是定常的, 而后者相对于回转体运动是非定常的. 研究表明, 在 Lee 波与拟 Lee 波之间存在一个临界转捩 Froude 数  $Fr_c$ , 它与长径比  $\lambda$  之间近似满足线性关系  $Fr_c \approx 0.2391\lambda + 1.7579$ , 而且在转捩后拟 Lee 波相关速度 Froude 数近似为一个常数 0.8.

当  $Fr < Fr_c$  时, Lee 波为主控内波, 而且存在一个 Lee 波峰 - 峰幅值极值点  $Fr_p$ , 当  $Fr < Fr_p$  时 Lee 波无因次峰 - 峰幅值随  $Fr$  的增大而增大; 当  $Fr > Fr_p$  时, 虽然 Lee 波仍为主控内波, 但其无因次峰 - 峰幅值随  $Fr$  增大而减小, 而拟 Lee 波的影响逐渐增大. 当  $Fr > Fr_c$  时, 拟 Lee 波为主控内

波, 其无因次峰 - 峰幅值与 Froude 数  $Fr$  之间近似满足线性关系  $A_{p-p}/D \approx 0.0124Fr$ .

研究进一步表明, Lee 波产生的密度扰动信号是可重复的, 由于拟 Lee 波的非确定性等因素, 其产生的密度扰动信号是不可重复的, 但其时间序列演化结构特征具有可重复性. 同时, 在迎水与背水两种运动方式下, 回转体激发内波时间序列结构特征相同, 表明回转体头部与尾部几何形式并不影响其激发内波的临界转捩 Froude 数  $Fr_c$ 、转捩后拟 Lee 波相关速度 Froude 及其峰 - 峰幅值变化特性. 这些结果不仅在理论上具有重要学术意义, 而且对预测密度分层流体中水下航行体激发内波特性的具有实际应用价值.

- 
- [1] Wei G, Dai S Q 2006 *Advances in Mechanics* **36** 111 (in Chinese) [魏岗, 戴世强 2006 力学进展 **36** 111]
- [2] Nguyen HP 1993 United States Naval Institute Press Annapolis Md.
- [3] Chung Y K, Lim J S 1991 *J. Ship. Res.* **35** 191
- [4] Keller J B, Munk W H 1970 *Phys. Fluids* **13** 1425
- [5] Voisin B 1994 *J. Fluid Mech.* **261** 333
- [6] Lin Q, Linberg W R, Boyer D L, Fernando H J S 1992 *Phys. Fluids* **8** 1687
- [7] Spedding G R, Browand F K, Fincham A M 1996 *Dyn. Atmos. Ocean* **23** 171
- [8] Bonnier M, Eiff O 2002 *Phys. Fluids* **14** 791
- [9] Meunier P, Diamessis P J, Spedding G R 2006 *Phys. Fluids* **18** 1
- [10] Gilreath H E, Brandt A 1985 *AAAA Journal* **23** 693
- [11] Chomaz J M, Bonneton P, Hopfinger E J 1993 *J. Fluid Mech.* **254** 1
- [12] Bounneton P, Chomz J M, Hopfinger E J 1993 *J. Fluid Mech.* **254** 23
- [13] Plougonven R, Zeitlin V 2002 *Phys. Fluids* **14** 1259
- [14] You Y X, Zhao X Q, Chen K, Wei G 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6750 (in Chinese) [尤云祥, 赵先奇, 陈科, 魏岗 2009 物理学报 **58** 6750]
- [15] Wei G, Wu N, Xu X H, Su X B, You Y X 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 1 (in Chinese) [魏岗, 吴宁, 徐小辉, 苏晓冰, 尤云祥 2011 物理学报 **60** 1]
- [16] Wei G, Zhao X Q, Su X B, You Y X 2009 *Science in China Series G* **39** 1338 (in Chinese) [魏岗, 赵先奇, 苏晓冰, 尤云祥 2009 中国科学 G **39** 1338]
- [17] Robey HF 1997 *Phys Fluids* **9** 3353
- [18] Zhao X Q, You Y X, Chen K, Hu T Q, Wei G 2009 *Journal of Shanghai Jiaotong University* **43** 1298 (in Chinese) [赵先奇, 尤云祥, 陈科, 胡天群, 魏岗 2009 上海交通大学学报 **43** 1298]

# The characteristics of internal waves generated by a revolution body in a stratified fluid with a pycnocline\*

Wang Jin<sup>1)</sup> You Yun-Xiang<sup>1)†</sup> Hu Tian-Qun<sup>1)</sup> Wang Xiao-Qing<sup>2)</sup> Zhu Min-Hui<sup>2)</sup>

1) (State Key Laboratory of Ocean Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

2) (State Key Laboratory of Microwave Imaging Technology, Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

(Received 22 April 2011; revised manuscript received 13 June 2011)

## Abstract

Experiments are conducted for the characteristics of both body and wake-generated internal waves due to a revolution body (aspect ratio 7:1) in a stratified fluid with a pycnocline where the revolution body is horizontally towed in forward and backward ways. Results show that the body-generated internal waves are a type of stationary multiple-mode Lee wave structures, and the wake-generated internal waves are a type of non-stationary quasi-Lee structures produced by the large-scale coherent structure in the turbulent wake acting as a moving excitation with respect to the towed revolution body. The transition between Lee and quasi-Lee waves occurs at a critical Froude number  $Fr_c$  which is shown to be linearly dependent on the aspect ratios of the revolution bodies where the wave patterns for  $Fr < Fr_c$  are dominated by Lee waves, whereas the wave patterns for  $Fr > Fr_c$  are dominated by quasi-Lee waves,  $Fr$  is the Froude number for the characteristic diameter of the revolution body. For the quasi-Lee waves, the dimensionless peak-to-peak amplitudes linearly increase with  $Fr$  and the Froude numbers relative to the correlation velocities remain at a relatively constant value of approximately 0.8 regardless of the aspect ratios. Moreover, the head and the tail shapes of the revolution body have no remarkable influence on the critical Froude number  $Fr_c$ , as well as both the Froude numbers relative to the correlation velocities and the dimensionless peak-to-peak amplitudes of the quasi-Lee waves.

**Keywords:** stratified fluid, revolution body, Lee wave, quasi-Lee wave

**PACS:** 47.55.Hd, 92.10.hj, 47.27.Wb, 47.54.De

\* Project supported by the National Nature Science Foundation of China (Grant No. 11072153), and the State Key Laboratory Foundation of Ocean Engineering (Grant No. GP010819).

† E-mail: youyx@sjtu.edu.cn