

厚针孔射线成像品质因数的研究*

宋顾周[†] 马继明 王奎禄 周鸣

(西北核技术研究所, 西安 710024)

(2011 年 7 月 31 日收到; 2011 年 8 月 29 日收到修改稿)

定义了一种评价针孔成像性能的品质因数, 给出了数学表达式. 此品质因数综合反映了针孔成像的总空间分辨和灵敏度因素. 基于透射模型, 给出了针孔成像中心点等效直径、点扩散函数均方根半径数学表达式. 给出了全视场和有效视场下针孔成像品质因数的计算方法, 分析了直孔型、刀口型、船底型和长船底型等 4 种典型针孔的成像特性.

关键词: 针孔成像, 品质因数, 空间分辨, 灵敏度

PACS: 29.40.-n, 87.57.u-

1 引言

射线针孔成像广泛用于中子源, γ , 脉冲 X 射线源焦斑的图像诊断中^[1-3]. 中子, γ 等射线具有极强的穿透效应, 射线针孔成像是利用射线的直线传播特性, 依靠限束进行投影成像, 所以针孔照相不可能形成一个理想的聚焦点. 为了限制具有强穿透作用的射线, 射线针孔照相必须使用厚针孔结构体, 因而造成射线针孔成像的灵敏度和空间分辨特性比较复杂.

射线针孔成像时存在直穿、衰减透射和散射三种效应. 在大多数应用情况下, 针孔成像的像距较大, 只考虑直穿和透射部分也有较高的精确度^[4,5]. 针孔成像最简单的理论模型是只考虑射线从针孔孔径中直穿部分, 更复杂的理论模型需要考虑透射效应, 这方面前人进行了很多努力. Anger 将射线直穿和透射两部分统一到等效孔径表达式中, 理论上将所有的穿过针孔的射线看成是从针孔等效孔径中穿过, 等效直径外没有射线穿过. 针孔成像应用中, 等效直径可以半定量地评估系统灵敏度和空间分辨性能. 针对背靠背锥孔体构成的刀口型针孔, Metzler 等^[4,5] 给出了透射灵敏度解析式, 并

分析了此类针孔成像点扩散函数的均方根半径特性. 更多的工作是发展理论模拟计算方法, 根据结果分析特定结构针孔的成像性能^[6]. 虽然模拟结果可以细致了解特定结构参数下针孔的空间分辨等性能, 但是不能确定是否为最佳结构. 目前在理论模型中, 对高能射线成像更常用的中间是直孔、两端是截锥孔的船底型针孔结构, 还缺少深入的理论研究. 在设计射线针孔成像系统的初始阶段, 只能根据半定量数学关系及经验进行.

因此, 建立一个相对统一的理论, 使用综合参数或表达式去刻画不同形式的厚针孔射线成像的空间分辨、灵敏度以及视场等性能具有重要的理论意义. 为此, 本文进行了理论尝试, 建立了一个射线针孔成像品质因数, 可以定量地综合比较分析各种形式的针孔射线成像性能.

本文首先建立射线针孔成像模型, 解析出射线与针孔结构体的作用长度, 分析射线针孔成像本征点扩散函数的特性, 再据此计算针孔成像灵敏度、等效直径以及点扩散函数均方根半径^[4,5]. 为了评价针孔成像的综合性能, 根据总空间分辨的概念, 利用针孔成像点扩散函数均方根半径与视场参数定义一个针孔成像的品质因数, 并依此分析了不同

* 国家自然科学基金 (批准号: 61171013) 资助的课题.

[†] E-mail: songguzhou@yahoo.com

结构的厚针孔射线成像性能.

2 厚针孔成像模型

高能射线成像时,一般使用的针孔结构为中间是长度为 t , 孔径为 D 的直孔段, 两端各接一个锥角为 α , 孔径为 D 的截锥孔^[1,3], 如图 1 所示. 也可以认为是刀口型针孔结构^[4,5] 中间再开一个直孔段, 锥孔孔径为 $d = D - t \tan(\alpha/2)$. 直孔准直器的几何视场角为 ϕ , 则 $\tan(\phi/2) = D/t$; 刀口型针孔的几何视场角为 α , 这里暂时规定 $\alpha \leq \phi$.

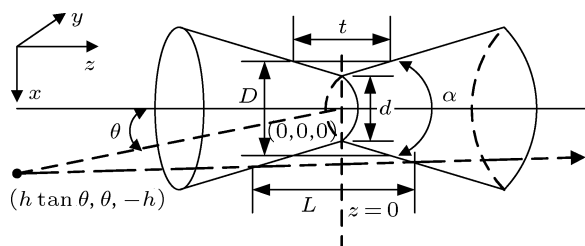


图 1 射线厚针孔成像示意图

很明显, 厚针孔结构具有对称性, 相对于厚针孔光轴旋转对称, 相对于主面前后对称. 如图 2, 建立针孔成像直角坐标系 (x, y, z) ^[4,5], $z = 0$ 坐标面与厚针孔主面重合. 由于厚针孔结构具有旋转对称性, 针孔成像性能具有同样性质. 为了简化, 假设点源位于 x -轴上, 距离针孔的距离为 h , 成像角为 θ , 所以, 点源坐标为 $(h \tan \theta, 0, -h)$.

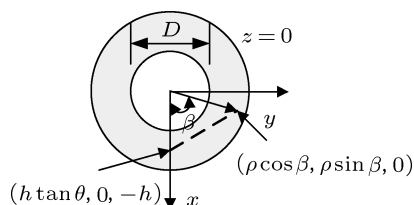


图 2 射线与针孔作用在针孔主面上的投影

射线与 $z = 0$ 面的交点为 $(\rho \cos \beta, \rho \sin \beta, 0)$, 其中 ρ 为交点到坐标原点的距离, 即极坐标半径, β 为方位角. 由于是投影成像, 针孔成像的空间分辨 (点扩散函数) 与成像倍率相关, 定义点扩散函数在针孔主面上的投影为针孔的本征点扩散函数. 这样只需要分析射线在锥孔体中的作用长度与极坐标半径 ρ 的关系即可得到点扩散函数. 此时射线方程为

$$\frac{x - h \tan \theta}{\rho \cos \beta - h \tan \theta} = \frac{y}{\rho \sin \beta} = \frac{z + h}{h}. \quad (1)$$

设射线与 z 轴的夹角为 φ , 则

$$\tan \varphi = \frac{\sqrt{(h \tan \theta - \rho \cos \beta)^2 + (\rho \sin \beta)^2}}{h}. \quad (2)$$

射线与厚针孔结构体作用的距离 L 为

$$L = \Delta z / \tan \varphi, \quad (3)$$

其中, Δz 为从源到针孔主面垂直距离.

针孔成像等效灵敏度面积 A_e 定义为

$$A_e = \int_{\rho=0}^{\infty} 2\pi\rho \exp(-\mu L(\rho)) d\rho, \quad (4)$$

其中, μ 为针孔材料对射线的线性衰减系数. 等效直径 d_e 由下式得到:

$$A_e = \frac{\pi}{4} d_e^2. \quad (5)$$

首先讨论所指小视场针孔成像的适用范围, 即针孔视场角较小, $\tan \theta \leq \tan(\alpha) \ll 1$; 并且针孔分辨较高, 有效弥散半径远远小于物距, 即 $\rho/h \ll 1$. 这在高能射线 (或中子) 成像中是成立的. 不但在小焦斑图像测量中满足这个要求, 例如惯性约束聚变中子照相、高能闪光照相 X 射线焦斑图像测量. 而且在大部分大面积高能射线源针孔成像测量中也满足这个条件. 所以, 在小视场针孔成像条件下, $L = \Delta z$ 近似成立. 下面的处理中, 应用这个近似.

3 中心点点扩散函数及有效孔径

对于由两个背靠背锥孔构成的刀口型针孔结构, 锥孔方程为

$$x^2 + y^2 = \left(z \tan \frac{\alpha}{2} \pm \frac{d}{2} \right)^2, \quad (6)$$

当 $\rho \geq d/2$ 时, 射线穿过厚针孔结构体的长度为

$$L = \frac{2\rho - d}{\tan(\alpha/2)}, \quad (7)$$

代入 (4) 式进行积分, 得到刀口型针孔成像透射等效面积为

$$A_{eK} = \frac{\pi}{4} [d^2 + 2d\mu^{-1} \tan(\alpha/2) + 2\mu^{-2} \tan^2(\alpha/2)], \quad (8)$$

式中, A_{eK} 为等效面积. 进一步可以得到针孔视场中心点所谓的等效孔径表达式

$$d_e^2 = d^2 + 2d\mu^{-1} \tan(\alpha/2) + 2\mu^{-2} \tan^2(\alpha/2), \quad (9)$$

式中, d_e 为有效孔径的直径. 进一步近似, 当 $d\mu \gg \tan(\alpha/2)$ 时, 得到 Anger 有效孔径的直

径数学表达式

$$d_{eA}^2 = d^2 + 2\mu^{-1}d \tan(\alpha/2). \quad (10)$$

Anger 有效孔径公式被广泛用于半定量分析针孔分辨与灵敏度性能. 但是很明显, 对于几何孔径 $d = 0$ 时的无孔刀口型针孔, Anger 有效直径表达式不适用. (9) 式表明, 刀口型针孔成像时, 当视场角与针孔材料确定, 有一个最小的等效孔径.

厚针孔情况下, 忽略 $\frac{Dh}{h-t/2} > \rho > \frac{Dh}{h+t/2}$ 时半影区影响, 相当于刀口型针孔从厚度 t 处开始积分, 则中心点等效直径 d_{eH} 为

$$d_{eH}^2 = [d + t \tan(\alpha/2)]^2 + 2 \exp(-\mu t) [d\mu^{-1} \tan(\alpha/2) + (1 + \mu t)\mu^{-2} \tan^2(\alpha/2)], \quad (11)$$

对于直孔针孔, 当 $\rho > \frac{Dh}{h-t/2}$ 时, $L = t$, 产生均匀本底, 有效孔径与几何孔径一致.

4 中心点点扩散函数的均方根半径

从上面分析可以看出, 中心点等效直径最大, 但是空间分辨最差. 使用点扩散函数均方根半径可以有效指示成像系统的空间分辨^[5].

如果针孔成像点扩散函数半径平方的积分量为

$$I_\rho^2 = \int_{\rho=0}^{\infty} 2\pi\rho^3 \exp(-\mu L(\rho)) d\rho, \quad (12)$$

则均方根半径 σ_ρ 由下式确定:

$$\sigma_\rho^2 = \frac{4I_\rho^2}{\pi d_e^2}. \quad (13)$$

暂时只考虑 $[D - t \tan(\alpha/2)] \geq 0$ 情况. 此时, 厚针孔中心点点扩散函数的半径积分量为

$$\begin{aligned} I_\rho^2 = & \frac{\pi}{32} D^4 + \frac{\pi}{8} \exp(-\mu t) \\ & \times [3\mu^{-1}d^2t \tan^2(\alpha/2) + 6\mu^{-2}dt \tan^3(\alpha/2) \\ & + 6\mu^{-3}d \tan^3(\alpha/2) + \mu^{-1}t^3 \tan^4(\alpha/2) \\ & + 6\mu^{-3}t \tan^4(\alpha/2) + 3\mu^{-2}d^2 \tan^2(\alpha/2) \\ & + 3\mu^{-2}t^2 \tan^4(\alpha/2) + \mu^{-1}d^3 \tan(\alpha/2) \\ & + 3\mu^{-1}dt^2 \tan^3(\alpha/2) + 6\mu^{-4} \tan^4(\alpha/2)], \end{aligned} \quad (14)$$

$t = 0, d = 0$ 是无孔刀口型针孔情形, 此时点扩散函

数的均方根半径 $\sigma_{\rho B}$ 为

$$\sigma_{\rho B}^2 = \frac{3}{2}\mu^{-2} \tan^2(\alpha/2), \quad (15)$$

这是刀口型针孔成像空间分辨能力的上限. 同时可以看出, 对于刀口型针孔, $\mu^{-1} \tan(\alpha/2)$ 是一个重要参数, 其决定了透射效应的大小.

当 $[D - t \tan(\alpha/2)] < 0$ 时, 针孔的物理结构为无孔刀口型针孔中间附加了一个厚度为 t' 的平板, 我们称这种针孔结构为长船底型针孔. 此时, 直孔段厚度 $t = \frac{D}{\tan(\alpha/2)} + t'$, 等效直径为

$$d_{eH}^2 = D^2 + 2 \exp(-\mu t) \times \{[(1 + \mu(t - t'))]\mu^{-2} \tan^2(\alpha/2)\}. \quad (16)$$

为了数学上的统一, 定义负值的几何孔径 $d = -t' \tan(\alpha/2)$, 则 (16) 式与 (11) 式一致. 同理, 点扩散函数半径平方的积分量数学表达式形式也一样. 这种情况下, 参数 D 与 d 是自由变量, 而参数 t 不是. 采用自由变量, (16) 式变为

$$\begin{aligned} d_{eH}^2 = & D^2 + 2 \exp\left(-\mu \frac{D-d}{\tan(\alpha/2)}\right) \\ & \times (D\mu^{-1} \tan(\alpha/2) + \mu^{-2} \tan^2(\alpha/2)) \\ & (d < 0). \end{aligned} \quad (17)$$

5 针孔成像品质因数

针孔成像性能一般主要涉及空间分辨、灵敏度、视场. 针孔成像系统中, 空间分辨受成像放大倍率影响, 放大倍率越大, 系统空间分辨越接近本征分辨. 视场与物距成正比, 即锥孔针孔全视场直径 $R = 2h \tan(\alpha/2)$, 直孔针孔全视场直径 $R = 2h \tan(\phi/2)$. 灵敏度与物距的平方成反比, 即

$$S = \frac{A_e(\theta) \cos^3 \theta}{4\pi h^2}. \quad (18)$$

由于空间分辨的限制, 有效透射面积调整的幅度不大, 针孔成像的灵敏度主要依赖于物距调节.

为了便于比较不同针孔相机的性能, 定义射线针孔成像品质因数为: 针孔成像视场面积与视场中心点点扩散函数均方根半径所定义的面积之比, 再乘以反映成像灵敏度的物距系数 $1/(\mu h)^2$. 所以, 品质因数乘上成像物距系数 $(\mu h)^2$, 可以理解为针孔成像空间分辨总像素. 在射线针孔成像中, 空间分辨往往是最优先考虑的问题, 所以定义品质因

数更多地从空间分辨角度考虑,同时也考虑了灵敏度因数. 成像器件或系统的品质因数基本上都从空间分辨能力及灵敏度(或信噪比)两个方面综合考虑[7,8].

对于旋转对称的厚针孔结构,品质因数等效定义为

$$F = \frac{[k \tan(\alpha/2)]^2}{\mu^2 \sigma_p^2}, \quad (19)$$

其中, k 为有效视场半径占全视场半径的比例. 针孔成像时灵敏度沿视场半径下降,所以针孔成像的有效视场只占全视场的一部分,在考虑有效视场时,在品质因数中乘一个系数 k 更合理. 对于直孔针孔,品质因数定义为

$$F = \frac{[k \tan(\phi/2)]^2}{\left(\frac{\mu D}{2\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{8k^2}{(\mu t)^2}, \quad (20)$$

如果要求本底小于 1%, 即直孔针孔厚度为 5 个衰减长度, $\mu t = 5$, 则品质因数能够到 0.32, 可以认为是针孔成像品质因数的下限.

为了使下面的讨论参数具体化,假设对 γ 源钴-60 进行成像. 对 1.25 MeV 的 γ 射线,钨的质量衰减系数为 $5.577 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{g}$,钨合金材料的密度为 18.0 g/cm^3 ,则衰减系数为 0.10 mm^{-1} . 很明显,针孔材料衰减系数越大,针孔成像性能越好,所以可以不用具体讨论衰减系数的变化对成像性能的影响. 一般设计针孔成像系统时,有效视场是明确的.

首先讨论 $k = 1$, 即全视场情况. 对于刀口型针孔,当 $d = 0$ 时, F 取值最大,此时 $F = 2/3 = 0.67$, 为一个常数. 所以,可以以此为标准比较其他针孔成像的品质因数.

图 3 所示为品质因数随直孔长度和锥体几何孔径变化的二维等高线,视场角 $\alpha = 10^\circ$. 当 $d < 0$ 时,全视场由针孔结构中的直孔段决定. 可以看出,当厚针孔锥体几何孔径为 $d = 0$, $\mu t \approx 2$ 时,品质因数最大,为 1.05,针孔成像效果最好. 综合 (19) 式及相关项的表达式,容易证明,当 $d = 0$ 时,品质因数 F 与 $\mu^{-1} \tan(\alpha/2)$ 无关. 进一步分析表明,对于不同的视场角和针孔材料线性衰减系数,都是 $d = 0$, $\mu t \approx 2$ 时品质因数最大.

当 $\mu t \approx 2$ 时,而不是当 $\mu t \approx 0$ 时,品质因数最大,表明刀口型针孔中间做一个直孔段,有利于

射线穿透厚针孔时相对强度向厚针孔中心集中,针孔成像的空间分辨反而提高了,如图 4 所示. 不同的是,等效直径(半径)随直孔段孔径的增加一直增加,表明点扩散函数的均方根半径比等效半径更能反映空间分辨能力.

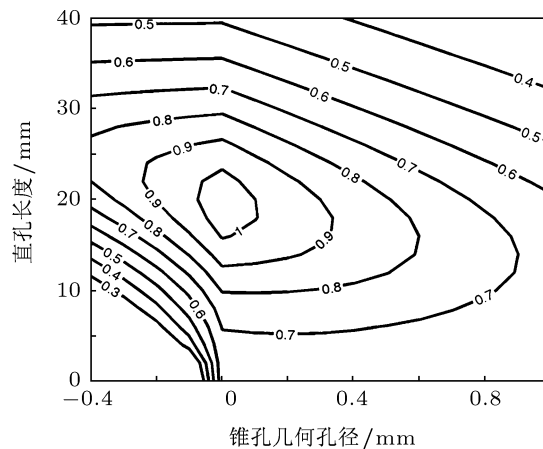


图 3 品质因数随锥体孔径和直孔长度变化的二维等高线

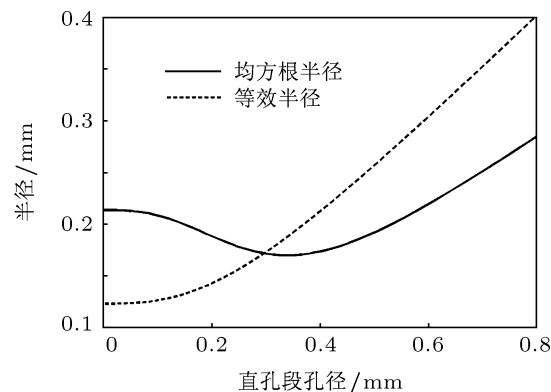


图 4 点扩散函数均方根半径与等效半径的比较

由于针孔灵敏度随视场半径下降,到全视场的边缘可能降为 0 ($d = 0$ 时),所以实际可利用的有效视场可能比全视场要小. 定义灵敏度随视场半径的相对变化为管道因子 f_P , 如果将相对灵敏度下降到 0.2, 即管道因子 $f_P = 0.2$ 作为有效视场的极限,以便于视场灵敏度不均匀的校正. 由于直孔针孔灵敏度随视场半径线性下降,此时 $k = 0.8$, 则品质因数 $F = 0.2$, 可以此值为针孔成像品质因数的下限. 此时,对于无孔刀口型针孔,理论可以计算出 $f_P = 0.2$ 时, $k = 0.8$, 则品质因数为 0.42. 对应图 3,考虑到有效视场的修正,针孔成像的品质因数二维等高线如图 5 所示. 此时,品质因数最优, $d = 0.4 \text{ mm}$, $\mu t \approx 1.6$, 直孔段孔径 $D = 1.82 \text{ mm}$, 对应的品质因数为 0.78.

考虑有效视场时, 最佳针孔参数发生变化, 缘由于不同针孔成像参数下, 有效视场相对于全视场的比例不一致. 图 6 为两者情况下两个最佳参数位置处的管道因子曲线, 可见有效视场品质因数最佳位置处的有效视场 (约 0.945) 比全视场品质因数最佳位置处的有效视场 (约 0.84) 大.

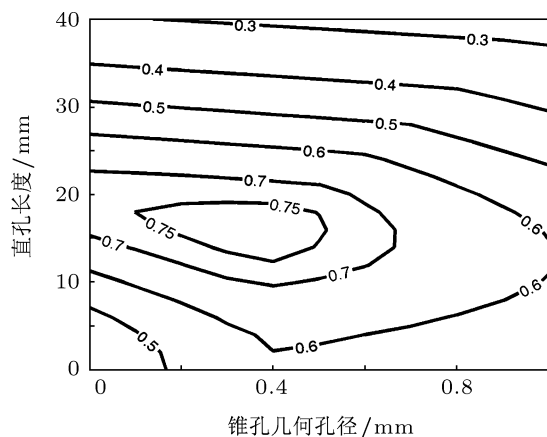


图 5 有效视场下的品质因数等高线

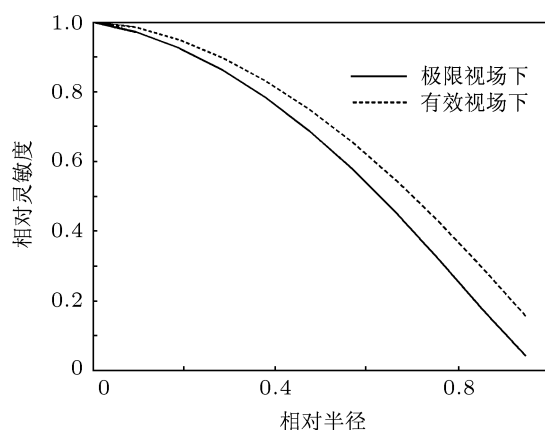


图 6 不同视场要求下品质因数最佳位置时的管道因子

明显地, 有效视场的定义值不同, 最佳参数位置不同. 定义的有效视场越小, 即管道因子值越大, 对应的最佳锥孔几何孔径越大, 而直孔段长度越小.

利用品质因数可以估算针孔成像的空间总分辨. 最大品质因数约为 1, 则品质因数定义确定的总分辨近似为 $(\mu h)^2$. 上述参数下, 如果物距为 1000 mm, 则总分辨约 100×100 . 射线厚针孔成像空间分辨中心点最差, 越远离中心点, 空间分辨越好, 其比例可以用管道因子近似, 即近似正比于 $\sqrt{1/f_p}$. 品质因数定义总分辨略小于实际的总分辨, 但考虑到有效视场, 仍有较高的近似性.

6 结论

由于定义的针孔成像品质因数综合考虑了针孔视场、空间分辨率以及灵敏度等因素, 所以能够指示射线针孔成像的综合性能. 中心点等效孔径、点扩散函数均方根半径等相关性能参数给出了明晰的数学表达式, 易于计算与分析. 基于品质因数理论模型, 可以分析直孔型、刀口型、船底型和长船底型等 4 种典型针孔的射线成像性能, 为我们在设计针孔、比较不同参数针孔结构时提供了一个理论参考基准.

品质因数定义中使用的是中心点点扩散函数结果, 所以品质因数定义不限于小视场针孔. 如果在实际应用中需要考虑其他因素, 例如针孔成像放大倍率的限制, 可以在现有的定义中附加更多的参数进行综合优化.

- [1] Wang K L, Lu M, Liu C F, Kang D C 1988 *Proc. SPIE* **1032** 938
- [2] Wilke M D, Batha S H, Bradley P A, Day R D, Clark D D, Fatherley V E, Finch J P, Gallegos R A, Garcia F P, Grim G P, Jaramillo S A, Montoya A J, Moran M J, Morgan G L, Oertel J A, Ortiz T A, Payton J R, Pazuchanics P, Schmidt D W, Valdez A C, Wilde C H, Wilson D C 2008 *Rev. Sci. Instrum.* **79** 10E529
- [3] Song G Z, Zhu H Q, Han C C, Ma J M, Zhang Z H, Li H Y, Yang H L 2011 *High Power Laser and Particle Beams* **23** 531 (in Chinese) [宋顾周, 朱宏权, 韩长材, 马继明, 张占宏, 李宏云, 杨海亮 2011 强激光与粒子束 **23** 531]
- [4] Metzler S D, Bowsher J E, Smith M F, Jaszczak R J 2001 *IEEE Trans. Med. Imag.* **20** 730
- [5] Metzler S D, Bowsher J E, Greer K L, Jaszczak R J 2002 *IEEE Trans. Med. Imag.* **21** 878
- [6] Chen F X, Zheng J, Yang F L 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5947 (in Chinese) [陈法新, 郑坚, 杨建伦 2006 物理学报 **55** 5947]
- [7] Zhou L W 2004 *Infra. Laser Eng.* **33** 331 (in Chinese) [周立伟 2004 红外与激光工程 **33** 331]
- [8] Burns M J, Carlsten B E, Kwan T J T, Moir D C, Prono D S, Watson S A, Burgess E L, Rutkowski H L, Caporaso G J, Chen Y J, Chen Y J, Sampayan S, Westenskow G 1999 *Proceeding of the 1999 Particle Accelerator Conference* 617

Analysis of figure of merit for thick pinhole imaging*

Song Gu-Zhou[†] Ma Ji-Ming Wang Kui-Lu Zhou Ming

(Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, China)

(Received 31 July 2011; revised manuscript received 29 August 2011)

Abstract

A figure of merit (FOM) for thick pinhole imaging and its formula are developed. The FOM can describe the total spatial resolution and sensitivity of thick pinhole imaging. Based on the penetration model, the root-mean-square of point spread function and the effective diameter at the center are derived. FOMs at the total and effective field of view are calculated. Based on the figures, the characteristics of thick pinhole imaging are discussed.

Keywords: pinhole imaging, figure of merit, spatial resolution, sensitivity

PACS: 29.40.-n, 87.57.u-

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61171013).

[†] E-mail: songguzhou@yahoo.com