

内禀退相干下海森伯 XY 模型中的热纠缠性质及其相干调控*

姜春蕾[†] 刘晓娟 刘明伟 王艳辉 彭朝晖

(湖南科技大学物理学院, 湘潭 411201)

(2011年12月14日收到; 2012年2月14日收到修改稿)

通过求解系统的 Milburn 方程, 研究了内禀退相干下两比特海森伯 XY 模型中的热纠缠性质. 讨论了非均匀磁场、系统初始纠缠度、两比特的相对相位对系统热纠缠的调控作用. 结果表明: 在系统一定的初始条件下, 磁场的引入能够大大提高两比特间的热纠缠程度; 在固有退相干存在的情况下, 系统热纠缠强烈依赖于两个自旋比特的初始态, 通过控制两自旋比特的相对相位和振幅, 可以获得系统的稳定热纠缠. 结果还表明: 在没有外界磁场时, 发现 Bell 正交态是系统的“暗态”, 它的热纠缠度在演化过程中不受系统内禀退相干的影响.

关键词: 内禀退相干, 热纠缠, Bell 正交态

PACS: 03.65.Ud, 42.50.Lc

1 引言

纠缠是量子信息技术中的重要物理资源. 早期对纠缠态的研究局限于处于绝对零度的体系, 这一条件在真实的物理系统中是难以实现的, 例如核磁共振系统中量子计算的初态就是热平衡态. 近年来, 为了量子信息技术的实用化, 各种自旋链模型在热平衡状态下的热纠缠特性得到了广泛的研究^[1-6]. 人们已经研究了均匀磁场^[7,8]、非均匀磁场^[9,10]情况下两比特间的热纠缠问题. 另外, 任何量子系统都不可避免地与环境发生相互作用, 这种相互作用将诱发量子系统发生消相干和能量耗散. 量子消相干使初始处于纯态的量子系统向经典混合态演化, 这种演化是不可逆的, 且演化的速率要比系统能量耗散快得多. 因此, 量子系统的消相干问题受到人们的广泛关注^[11,12].

就海森伯自旋系统而言, Xu 等人^[11]研究了内

禀退相干下三比特海森伯 XY 链的热纠缠情况, 结论表明, 磁场中最近邻两个比特之间的热纠缠由于内禀退相干的作用衰减很快, 而次近邻的比特最后将稳定在一个热纠缠态. Huang 等人^[13]研究了在自旋 1/2 粒子和自旋 S 粒子组成的各向同性的海森伯 XX 模型中, 均匀磁场诱导了次近邻的两个量子比特之间的热纠缠. Hu 等人^[14]讨论了非均匀磁场中各向异性海森伯 XYZ 模型的热纠缠, 结果表明, 非均匀磁场的引入大大降低了系统中相邻自旋比特间模型的热纠缠度峰值. 本文我们研究在存在内禀退相干下条件下, 两比特各向异性海森伯 XY 模型的热纠缠特性. 结果表明: 在系统一定的初始条件下, 磁场的引入能够大大提高两比特间的热纠缠程度; 在固有退相干存在的情况下, 系统热纠缠强烈依赖于两个自旋比特初始态, 通过控制两自旋比特的相对相位和振幅, 可以获得系统的稳定热纠缠; 在没有外界磁场时, 发现 Bell 正交态是系统的“暗态”, 它的热纠缠度在演化过程中不受系

* 低维量子结构与调控教育部重点实验室 (湖南师范大学) 开放课题基金 (批准号: QSQC1004) 和国家自然科学基金 (批准号: 11104068, 11074072) 资助的课题.

[†] E-mail: xiaojiang1111@sohu.com

统内禀退相干的影响.

2 模型求解

N 比特各向异性海森伯 XYZ 模型在外部磁场中的哈密顿量为

$$H = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N [J_x \sigma_j^x \sigma_{j+1}^x + J_y \sigma_j^y \sigma_{j+1}^y + J_z \sigma_j^z \sigma_{j+1}^z + B_j \sigma_j^z], \quad (1)$$

其中 $(\sigma^x, \sigma^y, \sigma^z)$ 是泡利矩阵, J_j ($j = x, y, z$) 为两相邻自旋粒子自旋自由度之间的相互作用系数. 系数 $J_j > 0$ 代表反铁磁情况, $J_j < 0$ 代表铁磁情况. B_i 是加在第 i 个比特上的磁场强度, 差值 $B_i - B_j$ 表示磁场在第 i 个比特和第 j 个比特上的非均匀度.

考虑两比特海森伯 XY 模型在外部非均匀磁场中, 系统的哈密顿量可以表示为

$$H = J(\sigma_1^+ \sigma_2^- + \sigma_1^- \sigma_2^+) + J\gamma(\sigma_1^+ \sigma_2^+ + \sigma_1^- \sigma_2^-) + B_1 \sigma_1^z + B_2 \sigma_2^z, \quad (2)$$

其中 $J = \frac{J_x + J_y}{2}$, $\gamma = \frac{J_x - J_y}{J_x + J_y}$, $\sigma^\pm = \frac{1}{2}(\sigma^x \pm i\sigma^y)$. σ^\pm 是上升和下降算符, γ ($0 < \gamma < 1$) 衡量系统在 XY 平面的各向异性程度.

在标准的自旋基矢 $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$ 下, 系统的本征态和本征值为 $H|\psi\rangle_{1,2} = \pm u|\psi\rangle_{1,2}$, $H|\psi\rangle_{3,4} = \pm \nu|\psi\rangle_{3,4}$, 其中, $|\psi\rangle_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2u(B \pm u)}} [J\gamma|00\rangle - (B \pm u)|11\rangle]$, $|\psi\rangle_{3,4} = \frac{1}{\sqrt{2\nu(\Delta \pm \nu)}} [J|01\rangle - (\Delta \pm \nu)|10\rangle]$, $u = \sqrt{B^2 + J^2\gamma^2}$, $\nu = \sqrt{\Delta^2 + J^2}$, 而 $B = B_1 + B_2$, $\Delta = B_1 - B_2$.

2.1 内禀退相干的处理

任何一个实在系统都不可避免要与外界环境相互接触, 这就会导致系统量子相干性的消失. 在量子信息处理理论中, 解决退相干的传统方法是把该系统当作是包括环境在内的一个大的封闭系统的一部分. 然而这种方法仍然具有很大的局限性. Milburn 于 1991 年提出了一个假设说: 在足够短的时间区域内, 系统的演化不是一个连续的么正变换. 基于这个假设, 他对能量本征态中含有量子

退相干因子的薛定谔方程作了简单的修正, 称之为 Milburn 模型^[15]. 在这个模型中, 退相干因素主要是相位退相干, 而系统随时间演化的密度矩阵可描述为

$$\frac{d}{dt}\rho(t) = \frac{1}{\Gamma}(\exp[-i\Gamma H]\rho(t)\exp[i\Gamma H] - \rho(t)), \quad (3)$$

其中 Γ 为相位退相干因子. 在 Markovian 近似下, 系统演化的主方程为

$$\frac{d}{dt}\rho(t) = -i[H, \rho(t)] - \frac{\Gamma}{2}[H, [H, \rho(t)]]. \quad (4)$$

方程 (4) 的形式解为^[16-18]

$$\rho(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\Gamma t)^k}{k!} M^k(t) \rho(0) M^{+k}(t), \quad (5)$$

其中 $\rho(0)$ 为系统初始的密度算符, M^k 定义为

$$M^k = H^k \exp(-iHt) \exp\left(-\frac{\Gamma t}{2} H^2\right). \quad (6)$$

把关系式 $\sum_n |\psi_n\rangle\langle\psi_n|$ 代入方程 (5), 可以得到与时间相关的密度矩阵:

$$\rho(t) = \sum_{mn} \exp\left[-\frac{\Gamma t}{2}(E_m - E_n)^2 - it(E_m - E_n)\right] \langle\psi_m|\rho(0)|\psi_n\rangle |\psi_m\rangle\langle\psi_n|, \quad (7)$$

其中 $E_{m,n}$, $|\psi_{m,n}\rangle$ ($m, n = 1, 2, 3, 4$) 分别为方程 (2) 的本征值和本征矢.

2.2 系统在内禀退相干下的热纠缠

首先考虑系统初始处在相干态 $\psi(0) = \cos(\theta)|00\rangle + e^{i\phi}\sin(\theta)|11\rangle$, 这种态在实验上已经实现^[19], ϕ 是相对相位. 当 $\cos(\theta) \neq 0$ 或 1 时, 系统初态是纠缠的. 在此初始条件下, 可以得到主方程中密度算符的精确解析解为

$$\rho(t) = \rho_{11}(t)|11\rangle\langle 11| + \rho_{14}(t)|11\rangle\langle 00| + \rho_{41}(t)|00\rangle\langle 11| + \rho_{44}(t)|00\rangle\langle 00|, \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \rho_{11}(t) &= -ab\alpha_1 \exp(-2u^2\Gamma t - 2iut) \\ &\quad - ab\alpha_2 \exp(-2u^2\Gamma t + 2iut) \\ &\quad + b^2\alpha_3 + a^2\alpha_4, \\ \rho_{14}(t) &= b^2\alpha_1 \exp(-2u^2\Gamma t - 2iut) \\ &\quad - a^2\alpha_2 \exp(-2u^2\Gamma t + 2iut) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +ab\alpha_3 - ab\alpha_4, \\
 \rho_{41}(t) & = -a^2\alpha_1 \exp(-2u^2\Gamma t - 2iut) \\
 & + b^2\alpha_2 \exp(-2u^2\Gamma t + 2iut) \\
 & + ab\alpha_3 - ab\alpha_4, \\
 \rho_{44}(t) & = ab\alpha_1 \exp(-2u^2\Gamma t - 2iut) \\
 & + ab\alpha_2 \exp(-2u^2\Gamma t + 2iut) \\
 & + a^2\alpha_3 + b^2\alpha_4, \tag{9}
 \end{aligned}$$

参数

$$\begin{aligned}
 a & = \frac{u+B}{\sqrt{2u(u+B)}}, \quad b = \frac{Jr}{\sqrt{2u(u+B)}}, \\
 \alpha_1 & = ab \cos^2 \theta + b^2 e^{i\phi} \sin \theta \cos \theta \\
 & - a^2 e^{-i\phi} \sin \theta \cos \theta - ab \sin^2 \theta, \\
 \alpha_2 & = ab \cos^2 \theta + b^2 e^{-i\phi} \sin \theta \cos \theta \\
 & - a^2 e^{i\phi} \sin \theta \cos \theta - ab \sin^2 \theta, \\
 \alpha_3 & = a^2 \cos^2 \theta + ab e^{i\phi} \sin \theta \cos \theta \\
 & + ab e^{-i\phi} \sin \theta \cos \theta + b^2 \sin^2 \theta, \\
 \alpha_4 & = b^2 \cos^2 \theta - ab e^{i\phi} \sin \theta \cos \theta \\
 & - ab e^{-i\phi} \sin \theta \cos \theta + a^2 \sin^2 \theta. \tag{10}
 \end{aligned}$$

本文选择 Wootters 量度^[20], 即共生纠缠度 C 量度热纠缠, 其定义为

$$C = \max(0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4}), \tag{11}$$

这里 $\lambda_1, \dots, \lambda_4$ 是矩阵 $\tilde{\rho} = \rho(\sigma_y \otimes \sigma_y)\rho^*(\sigma_y \otimes \sigma_y)$ 的本征值, 满足 $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \lambda_4$. σ_y 是泡利矩阵. ρ 为量子态的密度矩阵, 其中矩阵元素处在基矢 $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$ 下. 共生纠缠 C 的取值范围从 0 到 1. 对于非纠缠的自旋粒子, $C = 0$; 对于最大的自旋纠缠态, $C = 1$.

我们可以求出密度矩阵 $\rho(t)$ 的共生纠缠度, 共生纠缠 $C(t)$ 表示如下:

$$\begin{aligned}
 C(t) & = 2 \max\{0, \sqrt{\rho_{01}(t)\rho_{10}(t)} \\
 & - \sqrt{\rho_{11}(t)\rho_{00}(t)}\}. \tag{12}
 \end{aligned}$$

3 系统热纠缠的调控

本节得用上节得到的共生纠缠 $C(t)$, 讨论系统热纠缠的量子调控.

3.1 磁场强度对热纠缠的量子调控

从表达式中我们可以看出, 在这个初始条件下, 系统的热纠缠与磁场的均匀度 Δ 无关, 图 1 展示了两比特处于不同的初始态且磁场强度 B 不同时两自旋比特热纠缠度的时间演化, 图 1(a) 展示了两自旋比特初始处于非相干态 $\theta = \pi/2, \phi = 0$ 时, 不同的磁场强度 B 下两自旋比特热纠缠的时间演化行为. 图中从下到上的演化曲线分别对应于 $B = 0, B = 1, B = 3, B = 2$. 当 $\theta = \pi/2, \phi = 0$ 时, 两自旋比特初始处在非相干态 $|00\rangle$ 时的情形. 从图中可以看出, 在内禀退相干下, 最初的非纠缠态演化为一个稳定的热纠缠态 ($B = 0$ 除外), 磁场诱导了两比特之间的热纠缠. 稳定热纠缠度的大小随着 B 的增大先增大, 达到一个峰值后减小, 在 $B = 2$ 时两自旋比特热纠缠达最大值 0.5. 这个结果可以解释如下: 在 $\theta = \pi/2, \phi = 0, t \rightarrow \infty$ 的情况下, 由 (9) 式可以得到稳定态

$$\begin{aligned}
 \rho_{11} & = \frac{2+B^2}{4+B^2}, \\
 \rho_{10} & = \rho_{01}^* = \frac{-B}{4+B^2}, \\
 \rho_{00} & = \frac{2}{4+B^2}. \tag{13}
 \end{aligned}$$

由 (11) 式, 可以得到稳定解的共生纠缠度为

$$C = \frac{2B}{4+B^2}. \tag{14}$$

从上式我们可以看出, 随着 B 值由 0 增大, C 先增大, 在 $B = 2$ 时达到最大值 0.5, 然后随着 B 的增大而减小.

图 1(b) 展示了两自旋比特初始处于相干态 $\theta = \pi/4, \phi = 0$ 时, 不同的磁场强度 B 下两自旋比特热纠缠的时间演化行为. 当 $\theta = \pi/4, \phi = 0$ 时, 两比特初始处在最大纠缠态 $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$. 图中从下到上的演化线分别对应于 $B = 3, B = 2, B = 1, B = 0$ 的情形. 从图中可以看出, 两自旋比特的热纠缠度随时间减小并迅速达到稳定值, 这个稳定值的大小随着 B 的增大而减小. 在 $\theta = \pi/2, \phi = 0, t \rightarrow \infty$ 的情况下, 可以得到稳定态的共生热纠缠度为 $C = \frac{4}{4+B^2}$, 这是一个关于磁场强度 B 的单调递减函数.

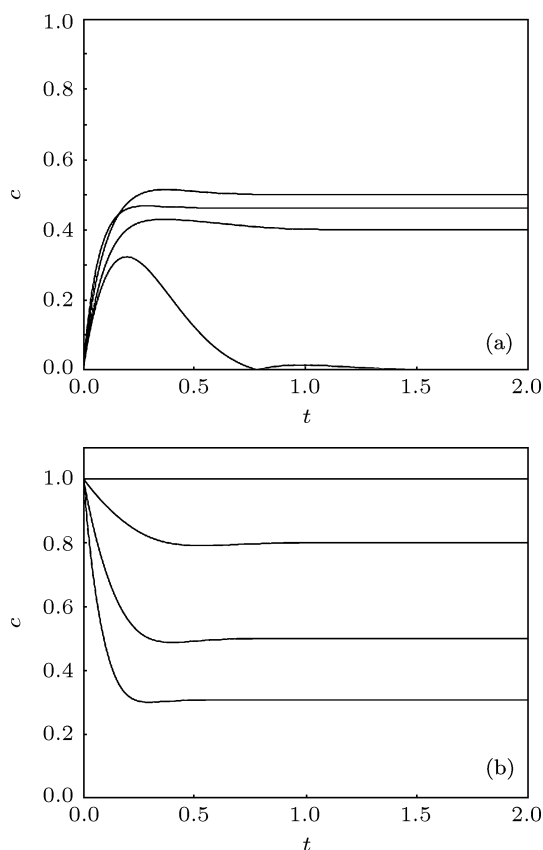


图1 两自旋比特间的热纠缠随时间 t 的演化 (其中 $Jr = 2.0$, $\Gamma = 0.5$, $\phi = 0$) (a) $\theta = \pi/2$. 从下到上的演化线分别对应于 $B = 0, B = 1, B = 3, B = 2$; (b) $\theta = \pi/4$. 从下到上的演化线分别对应于 $B = 3, B = 2, B = 1, B = 0$

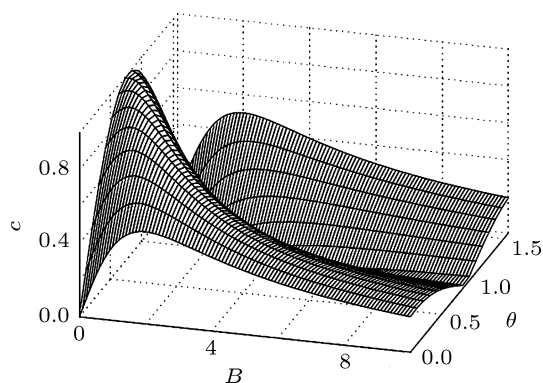


图2 两自旋比特间的稳定热纠缠随磁场 B 和 θ 的演化 (其中 $Jr = 2.0$, $\Gamma = 0.5$, $\phi = 0$)

图2展示了任意初始条件下 (θ 不同, $\phi = 0$) 磁场强度对热纠缠的量子调控作用. 可以看出均匀磁场对系统热纠缠的量子调控与系统的初始状态有关. 在系统一定的初始条件下, 磁场的引入对系统热纠缠起到重要的量子调控作用. 有趣的是, 在条件 $\theta = \pi/4, \phi = 0, B = 0$ 下, 两自旋比特的热纠缠度能够保持为 1, 并不随着时间演化. 这种稳定热纠

缠的获得, 对于量子信息处理实用化很重要. 因此这个结论有重要的应用价值.

3.2 初始纠缠度对热纠缠的量子调控

图3展示了在不同的初始态与不同的内禀退相干因子条件下, 两自旋比特热纠缠度的时间演化. 两自旋比特处于不同的初始态, 但具有相同的相位 $\phi = \pi/8$. 其中, (a) $\Gamma = 0, \theta = \pi/4$ (点线), $\theta = \pi/12$ (实线), $\theta = \pi/2$ (虚点线); (b) $\Gamma = 0.05$; (c) $\Gamma = 0.1$; (d) $\Gamma = 0.5$, (b), (c), (d) 中从上面到下面的演化曲线别对应于 $\theta = \pi/4, \theta = \pi/12$ 和 $\theta = \pi/2$. 图中展示了当 θ 变化, 而相对相位为常量 ($\phi = \pi/8$) 时两比特之间的热纠缠动力学. 此时不同的 θ 值反应了不同的初始纠缠度 ($C_{\text{initial}} = |\sin(2\theta)|$). 比较图3(b), (c), (d) 可以看出, 系统的内禀退相干对两自旋粒子的热纠缠的振荡幅度有明显的压缩作用, 且随着退相干因子 Γ 的增加, 热纠缠更快地演化到稳定值. 初始纠缠度越大则稳定热纠缠度也越大. 当 $\Gamma = 0$ 时 (图3(a)), 两自旋比特的热纠缠作周期性的振荡. 这与文献 [1] 的结论一致. 但是, 随着退相干因子 Γ 的增加, 稳定热纠缠度的大小不变.

从图3(b), (c), (d) 还可以看出, 稳定热纠缠的大小在相同的相位 $\phi = \pi/8$ 时, 与退相干因子 Γ 的大小无关而受 θ 的影响, 即稳定热纠缠的大小取决于两比特的初始纠缠度, 且初始纠缠度越大则稳定热纠缠度也越大.

3.3 两比特的相对相位对热纠缠的量子调控

图4展示了两比特之间的稳定热纠缠随相对相位 ϕ 的演化行为. 其中, 不同的 θ 对应于不同的演化线 $\theta = \pi/4$ (点线), $\theta = \pi/12$ (实线), 给定磁场强度 B : (a) $B = 0$; (b) $B = 1$. 图中显示了 θ, B 相同, 而相位 ϕ 改变时两自旋比特之间热纠缠的变化, 即描述两比特之间的稳定热纠缠对相对相位 ϕ 的依赖. 从图4(a) 可以观察到, 当 $B = 0$ 时, 在相对相位 ϕ 满足 $\phi \in (0, \pi/2) \cup (\pi, 3\pi/2)$ 时, 两比特之间的稳定热纠缠度随着相对相位 ϕ 的增大而减小, 而在相对相位 ϕ 满足 $\phi \in (\pi/2, \pi) \cup (3\pi/2, 2\pi)$ 时, 两比特之间的稳定热纠缠度随着相对相位 ϕ 的增大

而增加. 当 $\theta = \pi/4, \theta = \pi/12$ 时, 系统的初始纠缠度分别为 1 和 0.5. 从图中可以看出: 在 $\phi = 0, \pi, 2\pi$ 处系统的稳定热纠缠度与初始纠缠度保持一致, 而在 $\phi = \pi/2, 3\pi/2$ 处, 稳定热纠缠度为 0, 即热纠缠消失. 因此, 在图 4(a) 中, 系统的稳定热纠缠度均小于或等于其初始纠缠度. 从图 4(b) 观察到, 当 $B = 1$ 时, 对于 $\theta = \pi/4$ 的情况, 系统的稳定热纠缠度随相对相位 ϕ 的演化与图 4(a) 中相似, 但

小于其在相应点的热纠缠值. 而对于 $\theta = \pi/12$ 的情况, 在相对相位 ϕ 处于区间 $\phi \in (0, 0.374\pi) \cup (1.626\pi, 2\pi)$ 时, 系统的稳定热纠缠将大于其初始纠缠度的值, 这意味着可以从纠缠度很小的热纠缠态得到纠缠度较大的热纠缠态, 实现了热纠缠态的放大. 在相对相位 ϕ 处于区间 $\phi \in (0.374\pi, 1.626\pi)$ 时, 系统的稳定热纠缠度将小于其初始纠缠度.

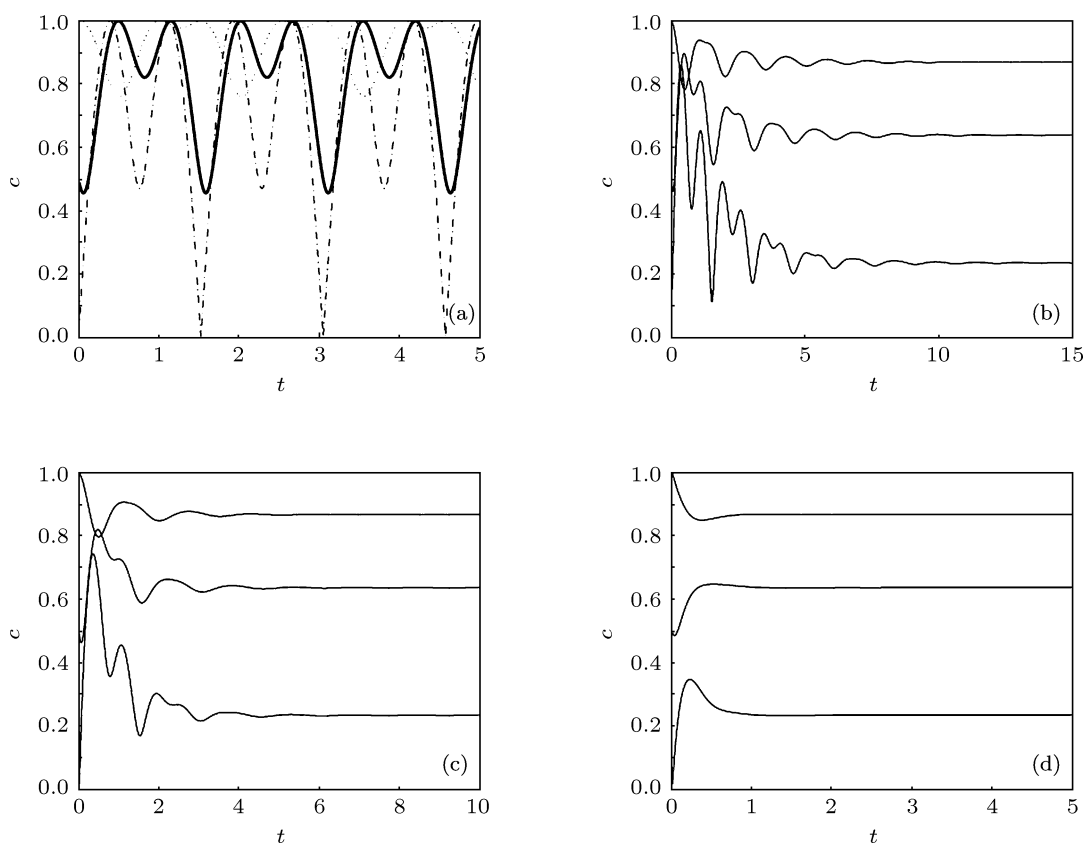


图 3 两自旋比特间的热纠缠随时间 t 的演化 (其中 $Jr = 2.0, \Gamma = 0.5, \phi = \pi/8, B = 0.5$) (a) $\Gamma = 0, \theta = \pi/4$ (点线), $\theta = \pi/12$ (实线), $\theta = \pi/2$ (虚点线); (b) $\Gamma = 0.05$; (c) $\Gamma = 0.1$; (d) $\Gamma = 0.5$ ((b), (c), (d) 中从上到下的演化线对应 θ 分别为 $\pi/4, \pi/12, \pi/2$)

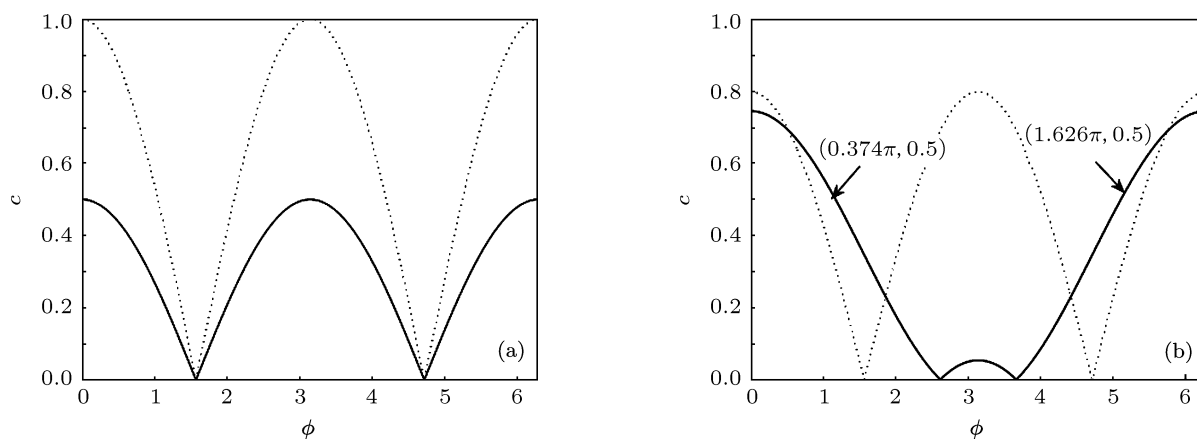


图 4 两自旋比特间的稳定热纠缠随相对相位 ϕ 的变化图 (其中 $Jr = 2.0, \Gamma = 0.5, \theta = \pi/4$ (点线), $\theta = \pi/12$ (实线)) (a) $B = 0$; (b) $B = 1$

图 5 展示了磁场强度 $B = 0$, θ 为任意值时, 两比特的相对相位对其稳定热纠缠度的量子调控作用. 图中 $\phi = 0$ 对应的曲线反映了初始纠缠的大小.

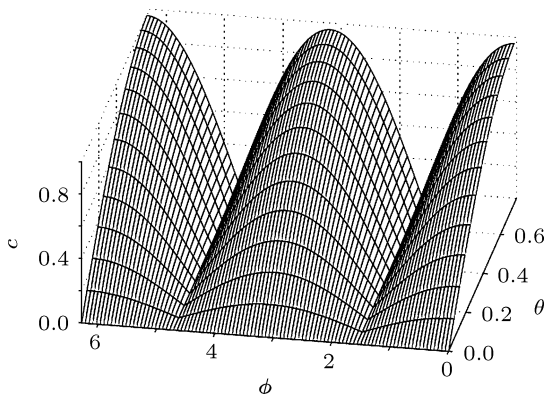


图 5 两自旋比特间的稳定热纠缠随两比特的初始参数 ϕ 和 θ 的变化 (其中 $Jr = 2.0$, $\Gamma = 0.5$, $B = 0$)

综上所述, 相对相位因子 ϕ 在系统产生稳定热纠缠中发挥了很大的作用, 但相对相位因子 ϕ 对热纠缠的调控作用依赖于 θ 和 B , 即依赖于两比特初始的纠缠度和外界磁场的大小. 在 θ 和 B 不同时, 随着相对相位因子 ϕ 的变化, 得到系统的稳定热纠缠度可以小于, 等于和大于其初始纠缠度. 这一结果说明: 通过相对相位的调控, 可以实现热纠缠的放大.

当两自旋粒子初始处在相干态时, $\psi(0) = \cos(\theta)|01\rangle + e^{i\phi}\sin(\theta)|10\rangle$, 可以得到主方程中密度算符精确的解析解为

$$\rho(t) = \rho_{22}(t)|10\rangle\langle 10| + \rho_{23}(t)|10\rangle\langle 01| + \rho_{32}(t)|01\rangle\langle 10| + \rho_{33}(t)|01\rangle\langle 01|, \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} \rho_{22}(t) &= -ab\alpha_1 \exp(-2u^2\Gamma t - 2iut) \\ &\quad -ab\alpha_2 \exp(-2u^2\Gamma t + 2iut) \\ &\quad + b^2\alpha_3 + a^2\alpha_4, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_{23}(t) &= b^2\alpha_1 \exp(-2u^2\Gamma t - 2iut) \\ &\quad -a^2\alpha_2 \exp(-2u^2\Gamma t + 2iut) \\ &\quad + ab\alpha_3 - ab\alpha_4, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_{32}(t) &= -a^2\alpha_1 \exp(-2u^2\Gamma t - 2iut) \\ &\quad + b^2\alpha_2 \exp(-2u^2\Gamma t + 2iut) \\ &\quad + ab\alpha_3 - ab\alpha_4, \end{aligned}$$

$$\rho_{33}(t) = ab\alpha_1 \exp(-2u^2\Gamma t - 2iut)$$

$$\begin{aligned} &+ ab\alpha_2 \exp(-2u^2\Gamma t + 2iut) \\ &+ a^2\alpha_3 + b^2\alpha_4, \end{aligned} \quad (16)$$

参数

$$\begin{aligned} a &= \frac{u + \Delta}{\sqrt{2u(u + \Delta)}}, \quad b = \frac{J}{\sqrt{2u(u + \Delta)}}, \\ \alpha_1 &= ab \cos^2 \theta + b^2 e^{i\phi} \sin \theta \cos \theta \\ &\quad - a^2 e^{-i\phi} \sin \theta \cos \theta - ab \sin^2 \theta, \\ \alpha_2 &= ab \cos^2 \theta + b^2 e^{-i\phi} \sin \theta \cos \theta \\ &\quad - a^2 e^{i\phi} \sin \theta \cos \theta - ab \sin^2 \theta, \\ \alpha_3 &= a^2 \cos^2 \theta + ab e^{i\phi} \sin \theta \cos \theta \\ &\quad + ab e^{-i\phi} \sin \theta \cos \theta + b^2 \sin^2 \theta, \\ \alpha_4 &= b^2 \cos^2 \theta - ab e^{i\phi} \sin \theta \cos \theta \\ &\quad - ab e^{-i\phi} \sin \theta \cos \theta + a^2 \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (17)$$

比较 (8)—(10) 式和 (15)—(17) 式, 可以看出在 ($B \rightarrow \Delta$, $Jr \rightarrow J$) 变换下, 所有的讨论与粒子处在相干态 $\psi(0) = \cos(\theta)|00\rangle + e^{i\phi}\sin(\theta)|11\rangle$ 时相类似.

4 系统的“暗态”

在图 5 中, 发现当 $B = 0$ 时, Bell 态 $|\psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle \pm |11\rangle)$ (对应于初始态 $\theta = \pi/4, \phi = 0, \pi, 2\pi$) 实际上是系统的“暗态”, 即 $J_-|\psi^-\rangle = J_+|\psi^-\rangle = 0$, 意味着这一态不受系统退相干的影响. 根据这一实际情况, 下面考虑初始处于用四个 Bell 态表示的 Bell-diagonal 态的情况, Bell-diagonal 态表示如下:

$$\begin{aligned} \rho_B &= P_1|\phi^+\rangle\langle\phi^+| + P_2|\phi^-\rangle\langle\phi^-| \\ &\quad + P_3|\psi^+\rangle\langle\psi^+| + P_4|\psi^-\rangle\langle\psi^-|, \end{aligned} \quad (18)$$

这里, Bell 态 ϕ^\pm 和 ψ^\pm 为

$$\begin{aligned} \phi^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle \pm |11\rangle), \\ \psi^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|10\rangle \pm |01\rangle). \end{aligned} \quad (19)$$

可以求得主方程中的密度矩阵具有如下形式:

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11}(t) & 0 & 0 & \rho_{14}(t) \\ 0 & \rho_{22}(t) & \rho_{23}(t) & 0 \\ 0 & \rho_{32}(t) & \rho_{33}(t) & 0 \\ \rho_{41}(t) & 0 & 0 & \rho_{44}(t) \end{pmatrix}. \quad (20)$$

通过计算, 上式为系统的“暗态”, 在演化过程中其热纠缠度不受系统退相干的影响.

5 结论

本文研究了内禀退相干与非均匀磁场条件下, 两比特各向异性 XY 模型中的热纠缠. 结果表明: 在内禀退相干下系统的热纠缠能够演化为一稳定值, 内禀退相干对热纠缠的振荡幅度有明显的压缩作用, 且随着退相干因子 Γ 的增加热纠缠能更快地达到稳定值. 磁场, 这个作为自旋系统纠缠控制的

最有力的工具. 它的引入在系统一定的条件下能够增强相邻比特间的热纠缠程度. 另一方面系统热纠缠强烈依赖于两自旋比特的初始纠缠度, 热纠缠能够通过改变两比特的相对相位和振幅而得到控制, 在不同的初始纠缠 (θ 不同) 下, 通过改变两比特的相对相位 ϕ , 能够得到大于, 等于或者小于初始纠缠的纠缠值, 能够实现热纠缠的放大. 在固有退相干存在的情况下, 可以获得依赖于两 bit 初始态的稳定热纠缠. 另外在没有外界磁场时, 我们发现 Bell 正交态是系统的“暗态”, 在演化过程中其热纠缠度不受系统退相干的影响.

-
- [1] Wang X G 2001 *Phys. Rev. A* **64** 012313
- [2] Du X M, Man Z X, Xia Y J 2008 *Acta. Phys. Sin.* **57** 7457 (in Chinese) [杜秀梅, 满忠晓, 夏云杰 2008 物理学报 **57** 7457]
- [3] Lu P, Wang S J 2009 *Acta. Phys. Sin.* **58** 5955 (in Chinese) [卢鹏, 王顺金 2009 物理学报 **58** 5955]
- [4] Liu S X, Li S S, Kong X M 2011 *Acta. Phys. Sin.* **60** 030303 (in Chinese) [刘圣鑫, 李莎莎, 孔祥木 2011 物理学报 **60** 030303]
- [5] Zhang Y L, Zhou B 2011 *Acta. Phys. Sin.* **60** 120301 (in Chinese) [张英丽, 周斌 2011 物理学报 **60** 120301]
- [6] Shan C J, Cheng W W, Liu T K, Huang Y X and Li H 2008 *Acta. Phys. Sin.* **57** 2687 (in Chinese) [单传家, 程维文, 刘堂昆, 黄燕霞, 李宏 2008 物理学报 **57** 2687]
- [7] Lidar D A, Bacon D, Whaley K B 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 4556
- [8] Divincenzo D P, Bacon D, Kempe J, Burkard G, Whaley K B 2000 *Nature* **408** 339
- [9] Kamta G L 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 107901
- [10] Asoundeh M, Karimipour V 2005 *Phys. Rev. A* **71** 022308
- [11] Li S B, Xu J B 2005 *Phys. Lett. A* **334** 109
- [12] Zhang D Y 2002 *Acta. Phys. Sin.* **51** 0532 (in Chinese) [张登玉 2002 物理学报 **51** 0532]
- [13] Huang L Y, Fang M F 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2339
- [14] Hu Z N, Youn S H, Kang K, Kin C S 2006 *J. Phys. A* **39** 10523
- [15] Milburn G J 1991 *Phys. Rev. A* **44** 5401
- [16] Wang X G 2004 *Phys. Rev. E* **69** 066118
- [17] Moya C H, Buzek V, Kim M S, Knight P L 1993 *Phys. Rev. A* **48** 3900
- [18] Xu J B, Zou X B, Yu J H 2004 *Eur. Phys. J. D* **10** 295
- [19] Malinovsky V S, Sola I R 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 190502
- [20] Wootters W K 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2245

Properties and coherence-controlling of entanglement of a two-qubit Heisenberg XY chain with intrinsic decoherence*

Jiang Chun-Lei[†] Liu Xiao-Juan Liu Ming-Wei Wang Yan-Hui Peng Zhao-Hui

(School of Physics, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China)

(Received 14 December 2011; revised manuscript received 14 February 2012)

Abstract

By solving the Milburn equation, we investigate the thermal entanglement properties of a two-qubit Heisenberg XY chain in the presence of intrinsic decoherence. The controls of nonuniform magnetic field, the initial state of two qubits, the relative phases and the amplitudes of the polarized qubits on thermal entanglement are studied. The results show that for a particular initial state, the thermal entanglement can be increased by the external magnetic field. The time behavior of the entanglement exhibits a strong dependence on the initial state of two qubits, and it can be manipulated by changing the relative phase and the amplitudes of the polarized qubits. It is also notable that stable entanglement, which is dependent on initial state of the qubit, occurs even in the presence of decoherence. The magnetic field may have a constructive effect on the stable entanglement for a certain initial state, and the Bell-diagonal state turns out to be a “dark” state of the system in the absence of the magnetic field.

Keywords: intrinsic decoherence, entanglement, Bell-diagonal state

PACS: 03.65.Ud, 42.50.Lc

* Project supported by the Key Laboratory of Low Dimensional Quantum Structures and Quantum Control (Hunan Normal University), Ministry of Education(Grant No. QSQ1004), and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11104068, 11074072).

[†] E-mail: xiaojiang1111@sohu.com