

终端含 NMOS 反相器传输线系统中的时空复杂行为分析*

邹建龙[†] 沈瑶 马西奎

(西安交通大学电气工程学院, 电力设备电气绝缘国家重点实验室, 西安 710049)

(2012 年 1 月 4 日收到; 2012 年 4 月 12 日收到修改稿)

应用行波理论, 建立了一个终端含 N 沟道金属氧化物半导体 (N-channel metal oxide semiconductor, NMOS) 反相器的传输线系统的非线性离散映射模型. 对该模型进行仿真发现, 反射系数的变化可能导致系统出现时空分岔和时空混沌等复杂的时空行为, 并且初始分布对系统达到稳态后的时空行为有很大影响, 零初始分布对应的时空图样比较规则, 而非零的初值分布则会导致沿线电压出现复杂的时空图样, 分析表明这些时空复杂行为的产生源于系统中传输线的无穷维本质和 NMOS 反相器的非线性伏安特性.

关键词: 传输线, NMOS 反相器, 分岔, 时空混沌

PACS: 0545.-a

1 引言

从混沌的概念被提出以来, 研究者主要研究的是非线性系统随时间演化所出现的混沌现象. 但是也有很多非线性系统同时具有时间与空间相关性, 因而会在时空中演化, 由此所出现的混沌具有时空行为的复杂性. 研究者重视研究时空混沌是从 20 世纪 90 年代初开始^[1,2], 已经在阻尼单摆^[3]、热对流^[4]、非线性光学^[5,6]、化学反应^[7]等系统中都观察到了时空混沌现象. 近年来研究者开始关注时空混沌产生的内在机理及控制方法^[8,9]. Stahlke 和 Rucklidge 等分析了时空混沌中不同尺度的相互作用^[10,11]. Ahlborn 和 Jin 等对 Ginzburg-Landau 方程的时空混沌同步和控制进行了研究^[12,13].

目前关于时空混沌的研究对象主要有 Rayleigh-Bénard 对流, Ginzburg-Landau 方程、FitzHugh-Nagumo 方程等. 这些系统一般都非常复杂, 难以得到定量的分析结果, 因此有学者

尝试从较为简单的系统出发研究时空混沌, 例如从 Logistic 系统演化而来的耦合映像格子 (coupled map lattice) 模型^[14-16]. 耦合映像格子模型虽然比较简单, 但这是一个假想的模型, 缺乏实际应用背景. 如果能够找到一个既有实际应用背景, 模型又相对简单的系统, 将有助于促进对时空混沌的研究. 本文的研究对象——含 NMOS 反相器传输线系统符合上述要求: 一方面它是已经得到广泛应用的高速数字电路系统中的典型电路之一; 另一方面可以建立其非线性离散映射模型, 从而容易进行定量研究.

在高速数字电路中, 需要用到多种非线性器件, 例如金属氧化物半导体场效应管 (metal oxide semiconductor field effect transistor, MOSFET)、二极管和晶体管等, 其中 MOSFET 以其优异的性能成为高速数字电路中应用最广泛的器件之一^[17]. 随着集成电路技术的飞速发展, 系统的工作频率可达 3 GHz 以上. 高频时, 芯片内的单元电路之间、多芯片组件或印刷电路中的芯片之间实现信号传

* 国家自然科学基金 (批准号: 61001038) 资助的课题.

[†] E-mail: superzou@mail.xjtu.edu.cn

递的互连线会表现出与低频时不同的性质,比如反射、串扰及传播延迟等传输线效应^[18],考虑和分析互连线的传输线效应对高速数字电路的成功设计至关重要.由于传输线的无穷维本质和 MOSFET 的非线性特性同时存在,决定了高速数字电路系统中可能出现时空混沌等复杂的时空行为.

目前对于传输线系统的研究主要是针对终端为线性元件的情况,重点是研究多导体传输线之间的串扰问题^[19,20].对含有非线性元件的传输线系统动力学行为的研究也仅限于几种实际应用较少的电路,主要包括时延蔡氏电路^[21,22],时延范德波尔电路^[23,24],终端为二极管的传输线系统^[25-27]等,而对于含高速数字电路重要器件 MOSFET 的传输线系统中的时空复杂行为,还没有相关研究.

本文将建立含 N 沟道金属氧化物半导体 (N-channel metal oxide semiconductor, NMOS) 反相器传输线系统解析的非线性离散映射模型,以此模

$$i_{DS} = g(v_{DS}) = \begin{cases} 0, & 0 \leq v_{GS} \leq v_T, \\ k_N(v_{GS} - v_T)^2/2, & v_T < v_{GS} \leq v_{DS} + v_T, \\ k_N [2(v_{GS} - v_T)v_{DS} - v_{DS}^2]/2, & v_{DS} + v_T \leq v_{GS}, \end{cases} \quad (1)$$

式中, k_N 为器件跨导参数, v_T 是 NMOS 的阈值电压.

无损传输线沿线的电压和电流满足电报方程^[28]

$$\begin{aligned} \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} &= -L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t}, \\ \frac{\partial i(x,t)}{\partial x} &= -C \frac{\partial v(x,t)}{\partial t}, \quad (0 < x < d, t \geq 0), \end{aligned} \quad (2)$$

式中, L 和 C 分别为传输线上单位长度的电感量和电容量.

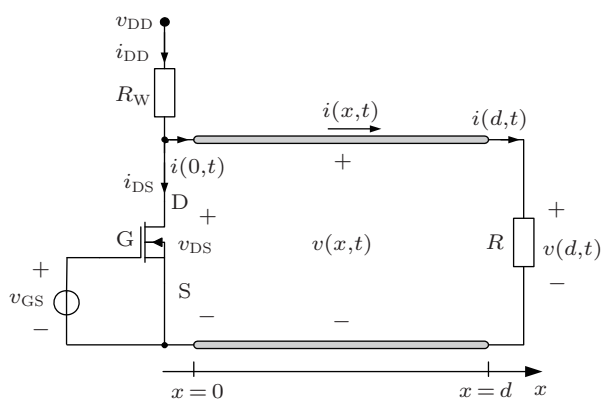


图1 含 NMOS 反相器的传输线系统

型为基础进行仿真,通过绘制分岔图、空间振幅变化图、时空行为发展图和时间序列图,以及计算 Lyapunov 指数等非线性系统的分析方法,对仿真结果中所揭示的各种时空复杂行为进行分析.

2 含 NMOS 反相器传输线系统的非线性建模

图1为含 NMOS 反相器传输线系统的电路原理图,图中传输线为无损传输线.图1中 NMOS 元件的特性曲线如图2所示,图中 i_{DS} 是流过漏极与源极之间的电流, v_{DS} 是漏极与源极之间的输出电压. v_{GS} 是施加于栅极与源极之间的输入电压. i_{DS} 受 v_{DS} 和 v_{GS} 共同控制.图2中的三条曲线分别对应于 v_{GS} 取不同参数时 i_{DS} 与 v_{DS} 之间的关系.由图2可见, NMOS 是一个典型的非线性器件,其非线性伏安特性可以表示为^[17]

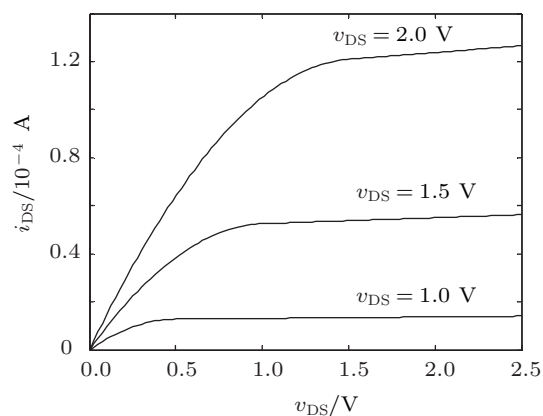


图2 NMOS 的输出伏安特性曲线

根据图1,传输线两端的电压和电流满足边界条件

$$\begin{aligned} i_{DS} &= g(v_{DS}) = i_{DD} - i(x=0,t) \\ &= \frac{v_{DD} - v_{DS}}{R_W} - i(x=0,t), \end{aligned} \quad (3)$$

$$v(x=d,t) = Ri(x=d,t), \quad (t \geq 0). \quad (4)$$

偏微分方程 (2) 式的通解为 [28]

$$v(x, t) = u^+(t - x/c) + u^-(t + x/c), \quad (5)$$

$$i(x, t) = \frac{1}{R_C}(u^+(t - x/c) + u^-(t + x/c)), \quad (6)$$

式中, $u^+(t - x/c)$ 和 $u^-(t + x/c)$ 分别表示传输线上电压右行波分量和电压左行波分量, c 为传输线上波的传播速度, $R_C = \sqrt{L/C}$ 为传输线的特征阻抗.

将偏微分方程 (2) 的通解 (5) 式和 (6) 式代入边界条件 (3) 式和 (4) 式中, 可得

$$u^-(t + T/2) = \lambda u^+(t - T/2), \quad (7)$$

$$u^-(t' + T) = \begin{cases} \frac{\lambda}{R_W + R_C}[v_{DD}R_C + (R_W - R_C)u^-(t')], & \text{当 } -v_T \leq v_{GS} - v_T < 0 \text{ 时,} \\ \frac{\lambda}{R_W + R_C}[(R_W - R_C)u^-(t') + R_Cv_{DD} - k_N R_C R_W (v_{GS} - v_T)^2 / 2], \\ \quad \text{当 } u^-(t') > \frac{2(v_{GS} - v_T)(R_W + R_C) + k_N R_C R_W (v_{GS} - v_T)^2 - 2R_C v_{DD}}{4R_W} \text{ 时,} \\ \lambda \left[v_{GS} - v_T - u^-(t') + \frac{R_C + R_W}{k_N R_C R_W} \right. \\ \quad \left. - \frac{\sqrt{(k_N R_C R_W + R_W + R_C)^2 - 2k_N R_C^2 R_W v_{DD} - 4k_N R_C R_W^2 u^-(t')}}{k_N R_C R_W} \right], \\ \quad \text{当 } u^-(t') \leq \frac{2(v_{GS} - v_T)(R_W + R_C) + k_N R_C R_W (v_{GS} - v_T)^2 - 2R_C v_{DD}}{4R_W} \text{ 时.} \end{cases} \quad (9)$$

令 $u_{n+1}^- = u^-(t' + T)$, $u_n^- = u^-(t')$, 则含 NMOS 反相器传输线系统沿线电压左行波的非线性离散映射为

$$u_{n+1}^- = F(u_n^-). \quad (10)$$

3 电压左行波分量的分岔现象

根据 (10) 式, 可以揭示电压左行波随反射系数 λ 的变化所产生的分岔和混沌现象. 其他参数的取值为 $k_N = 0.1 \text{ mA/V}^2$, $R_C = 50 \Omega$, $R_W = 50 \text{ k}\Omega$, $v_T = 0.5 \text{ V}$. 图 3(a) 和 (b) 分别为以 λ 作为分岔参数时左行波 u_n^- 的分岔图和 Lyapunov 指数图. 由图 3(a) 可见, 随着 λ 的减小, 左行波在 $\lambda = -1$ 附近通过倍周期分岔进入混沌, 并且在混沌区中也会出现周期窗口; 在 $\lambda = -3.21$ 附近进入周期 3, 然后仍然通过倍周期分岔进入混沌. 图 3(b) 的 Lyapunov 指数图证明了图 3(a) 中系统在各分岔参数下的非线性动力学行为的性质.

$$g(u^+(t) + u^-(t)) = \frac{v_{DD} - (u^+(t) + u^-(t))}{R_W} - \frac{1}{R_C}(u^+(t) - u^-(t)), \quad (t \geq 0), \quad (8)$$

式中, $T = 2d/c$ 为波在传输线上来回传播一次所用的时间, $\lambda = (R - R_C)/(R + R_C)$ 为传输线右端点 $x = d$ 处电压波的反射系数.

将 (7) 式进行变量替换 $t' = t + T/2$, 同时代入 (8) 式, 可得左端点 $x = 0$ 处电压左行波分量在相邻两个周期处的迭代关系为

4 含 NMOS 反相器传输线系统中沿线电压的时空复杂行为

上一节分析了传输线左端点处电压左行波的分岔行为, 不过这只分析了在端点处电压左行波在时间上的动力学行为. 实际上, 含 NMOS 反相器的传输线系统是一个分布参数电路, 其沿线电压的行为与时间和空间同时相关, 传输线端点处的电压与传输线沿线上各点的电压紧密联系. 并且, 传输线沿线电压是由左行波和右行波叠加产生, 右行波也会对系统的动力学行为产生影响. 因此, 本节将对传输线沿线电压在时空上的复杂行为进行分析.

4.1 传输线沿线电压的时空离散模型

将长度为 d 的传输线在空间离散为等长的 J 等份, $J = 50$, 则含 NMOS 反相器传输线系统中的传输线来回一次总共被分割成 $2J$ 等份, 空间离散步长为 $\Delta x = d/J$, 各离散点的空间

坐标为 $x = i\Delta x, i = 0, 1, 2, \dots, J$; 电压右行波和左行波在空间中以速度 $c = 1/\sqrt{LC}$ 沿 x 轴分别向右和向左进行传播, 因此取离散时间步长为 $\tau = \Delta x/c$, 各离散点的时间坐标

$$u_0^-(t) = \begin{cases} [v_0(ct) - R_C i_0(ct)]/2, & (0 \leq t < T/2), \\ \lambda \{v_0[c(T-t)] - R_C i_0[c(T-t)]\}/2, & (T/2 \leq t < T). \end{cases} \quad (11)$$

由 (11) 式可知左行波在周期 $[0, T]$ 内的离散的初值为 $u^-(0, n_0) (n_0 = 0, 1, \dots, 2J - 1)$, 根据 (10) 式可以计算出左端点电压左行波分量 $u^-(0, n), (n = 0, 1, 2, \dots)$ 的离散映射序列为^[24]

$$u^-(0, n + 2J) = F(u^-(0, n)), \quad (n = n_0 + 2KJ, K = 0, 1, 2, \dots). \quad (12)$$

由 (12) 式可以计算出 $u^-(0, n)$ 随时间的发展规律. 根据 (5) 式和 (7) 式, 可计算出传输线沿线电压与电压左行波的关系为

$$v(x, t) = u^-(t + x/c) + \frac{1}{\lambda} u^-(t - x/c + T), \quad (0 \leq x \leq d). \quad (13)$$

根据 (13) 式, 可得传输线沿线电压 $v(x, t)$ 在 $t \geq 0$ 时间轴上的离散化表达式 $v(i, n)$ 为

$$v(i, n) = u^-(n + i) + \frac{1}{\lambda} u^-(n - i + 2J), \quad (i = 0, 1, 2, \dots, J; n = 0, 1, 2, \dots). \quad (14)$$

通过上面的推导可以看出, 若已知传输线沿线电压左行波分量在 $[0, T]$ 内的初始分布, 可以由 (12) 式求出传输线左端点电压左行波随时间变化的历程. 通过 (14) 式, 可以求得传输线沿线的电压分布. 所以, 根据 (14) 式, 可以揭示传输线沿线各格点的电压随时间和空间的变化规律. 电压左行波在 $[0, T]$ 内的值可能全为 0, 也可能有存在非零值的情况. 下面分这两种情况讨论传输线沿线电压的复杂行为.

4.2 电压左行波初始零分布时传输线沿线电压的时空复杂行为

设电压左行波在 $[0, T]$ 内的分布全为 0, 通过 (12) 式和 (14) 式可计算出传输线沿线的电压. 当 $\lambda = 1$, 图 4(a) 和 (b) 分别对应输入电压 v_{GS} 为 0 V 和 2.5 V 时, 系统达到稳态后传输线沿线的电压分布. 由图 4(a) 可见, 当输入电压为 0 V 时,

为 $t = n\tau, n = 0, 1, 2, \dots$. 若已知沿线电压和电流的初始分布为 $v_0(x), i_0(x), (0 \leq x \leq d)$, 则根据 (5) 式和 (6) 式, 可以计算出左行波在 $[0, T]$ 内的分布为

NMOS 反相器的输出电压为 2.5 V, 由图 4(b) 可见, 当输入电压为 2.5 V 时, NMOS 反相器的输出电压为 0.24 V, 此时系统处于正常工作状态, 未出现复杂的时空行为.

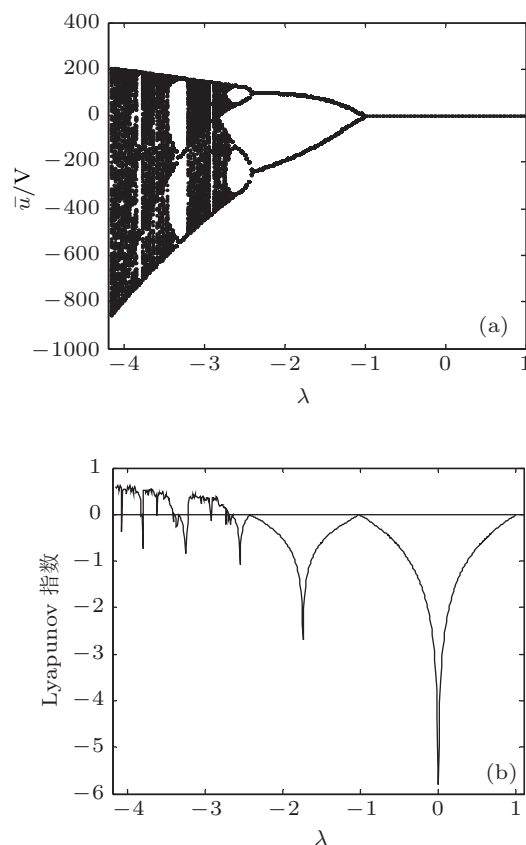


图 3 以反射系数 λ 为分岔参数的电压左行波 (a) 分岔图; (b) Lyapunov 指数图

图 5(a) 和 (b) 分别为 $\lambda = -3.25$ 时传输线沿线电压的空间振幅变化图和时空行为发展图. 其中空间振幅变化图^[29]指在一定参数下, 舍去暂态过程后, 将每个格点随时间演化 100 个周期的状态叠加到一起而形成的图形. 时空行为发展图反映了沿线电压在时间和空间方向的传播^[29].

由分岔图 3(a) 可知, $\lambda = -3.25$ 时, 左行波处于周期 3 状态, 同样从图 5(a) 可以看出, 传输线上所有格点的状态随时间的变化行为处于周期 3 状态,

图 5(b) 的时空行为发展图可以看出传输线沿线电压在时空方向上也是周期 3 变化的, 并且呈现出比较规则的时空图样.

当 $\lambda = -3.5$ 时, 传输线沿线电压如图 6 所示.

从空间振幅变化图 6(a) 可以看出, 传输线上所有格点的状态随时间的变化行为呈无规律状态, 但每个点的变化规律一致, 图 6(b) 的时空图样虽然较之图 5(b) 复杂一些, 但仍然比较规则.

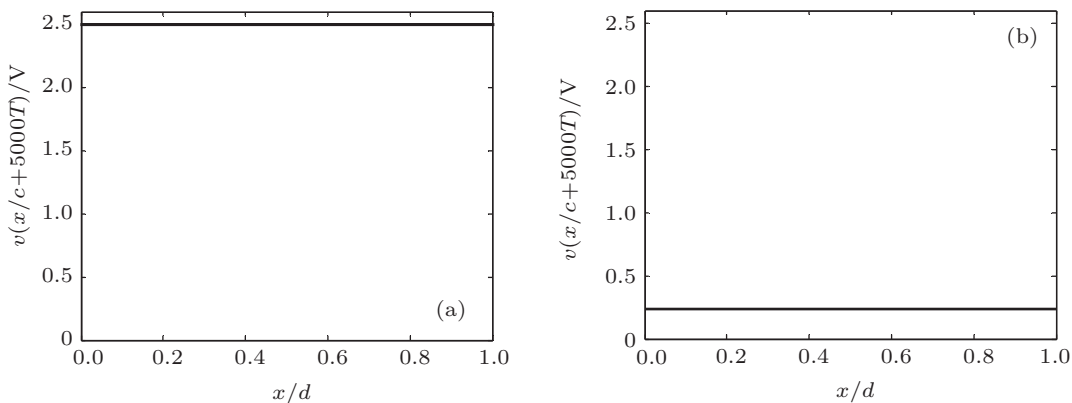


图 4 $\lambda = 1$ 时传输线的沿线电压 (a) $v_{GS} = 0$ V; (b) $v_{GS} = 2.5$ V

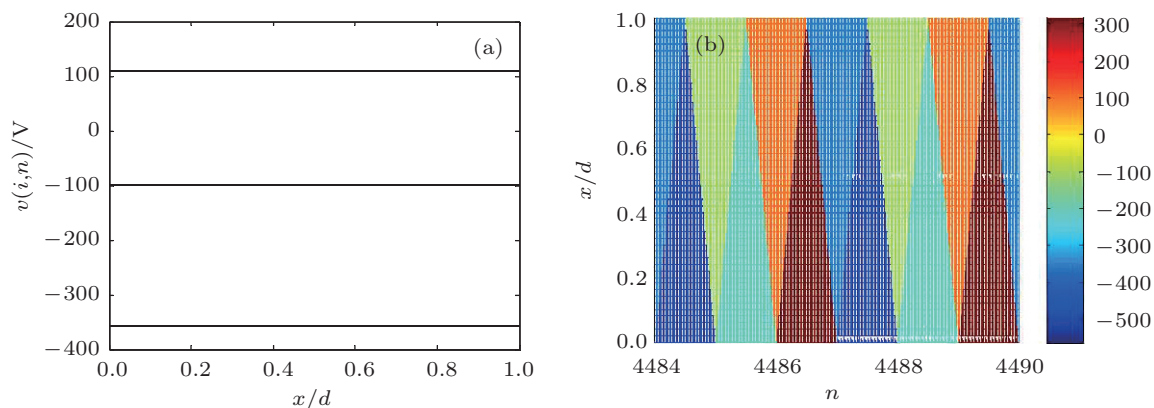


图 5 $\lambda = -3.25$ 零初始分布时传输线沿线电压 (a) 空间振幅变化图; (b) 时空行为发展图

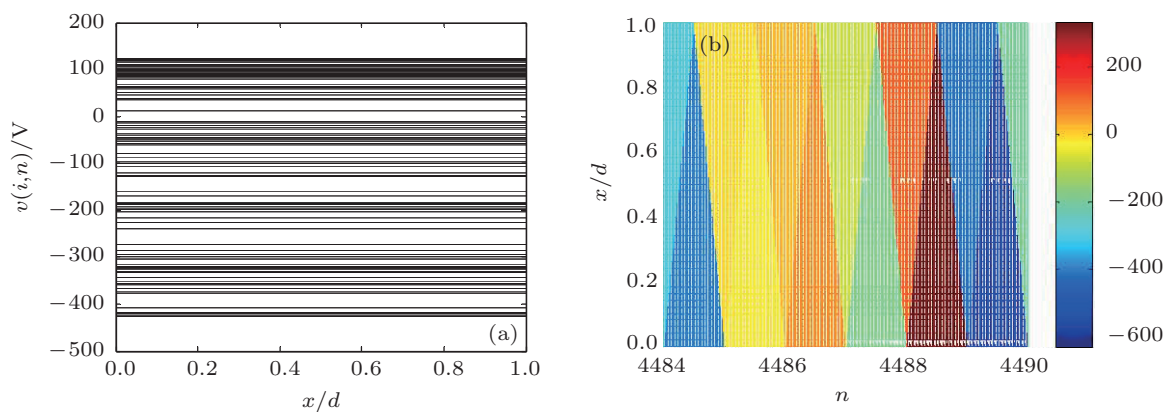


图 6 $\lambda = -3.5$ 零初始分布时传输线沿线电压 (a) 空间振幅变化图; (b) 时空行为发展图

在实际中, 比较关注传输线右端点即输出端的电压随时间的变化规律. 通过观察传输线右端点的

时间历程图, 可以更加直观地看出反射系数变化对输出的影响. 图 7(a) 和 (b) 分别为在反射系数 λ

取 -3.25 和 -3.5 , 初始分布为零时传输线右端点处电压的时间历程图. 由图 7(a) 可见, $\lambda = -3.25$ 时右端点电压随时间的变化呈现为周期 3 状态, 此时 NMOS 反相器已经无法正常实现反相的功能, 这表明参数的变化对系统的性能影响很大. 而由图 7(b) 可见, 当 $\lambda = -3.5$ 时, 右端点电压随时间的变化已无周期性, 呈现为混沌状态.

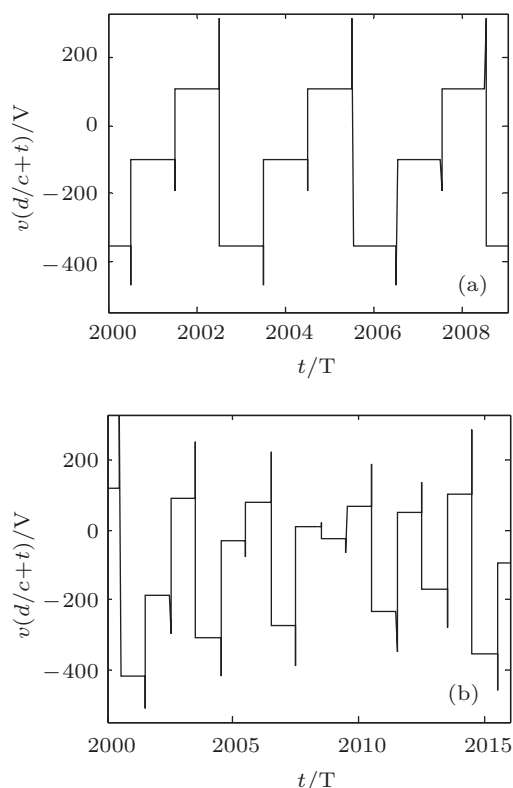


图 7 传输线右端点处电压的时间历程图 (a) $\lambda = -3.25$; (b) $\lambda = -3.5$

4.3 左行波初始分布不全为零时传输线沿线电压的时空复杂行为

若电压左行波初始分布不全为零, 则系统的时

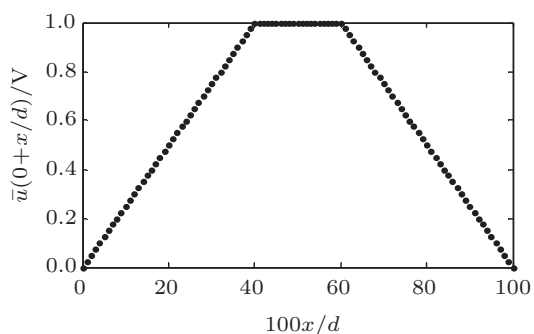


图 8 电压左行波一个周期内的初始分布

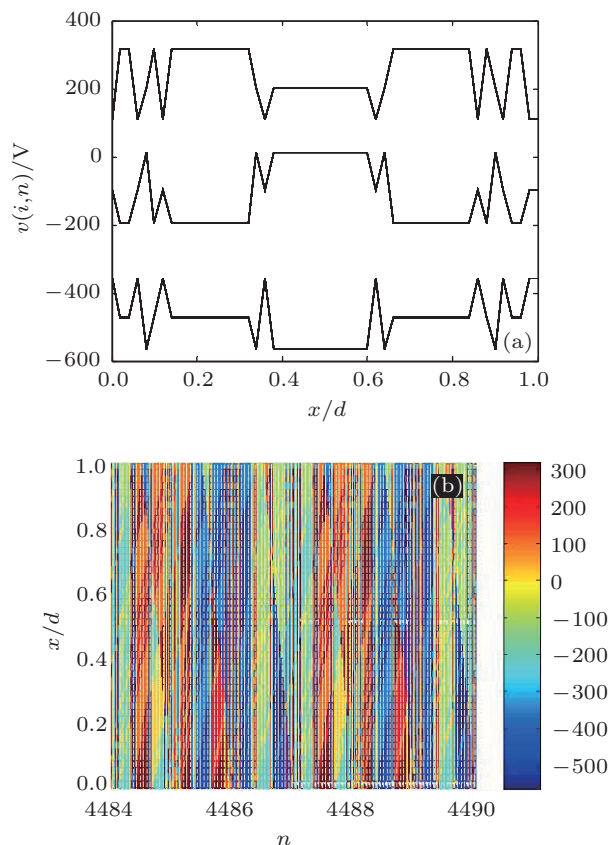


图 9 $\lambda = -3.25$ 非零初始分布时传输线沿线电压 (a) 空间振幅变化图; (b) 时空行为发展图

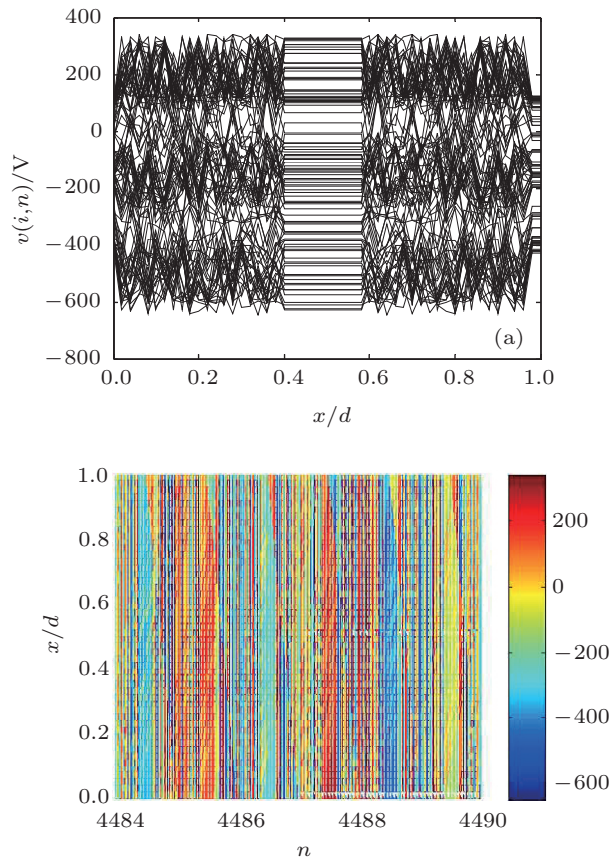


图 10 $\lambda = -3.5$ 非零初始分布时传输线沿线电压 (a) 空间振幅变化图; (b) 时空行为发展图

空行为会发生较大的变化. 设左行波在 $[0, T]$ 内的分布为图 8 所示的梯形分布.

图 9(a) 和 (b) 分别为 $\lambda = -3.25$ 时沿线电压的空间振幅变化图和时空行为发展图. 图 9(a) 表明传输线上所有格点的状态随时间的变化行为处于周期 3. 对比左行波初始为零分布时的空间振幅变化图 5(a), 可以发现左行波非零初始分布时沿线不同点处的电压虽同为周期 3, 但变化规律却不一样, 这也将导致时空行为发展图更加复杂, 如图 9(b) 所示. 此时虽然系统工作于周期 3, 但时空图样已经比较复杂.

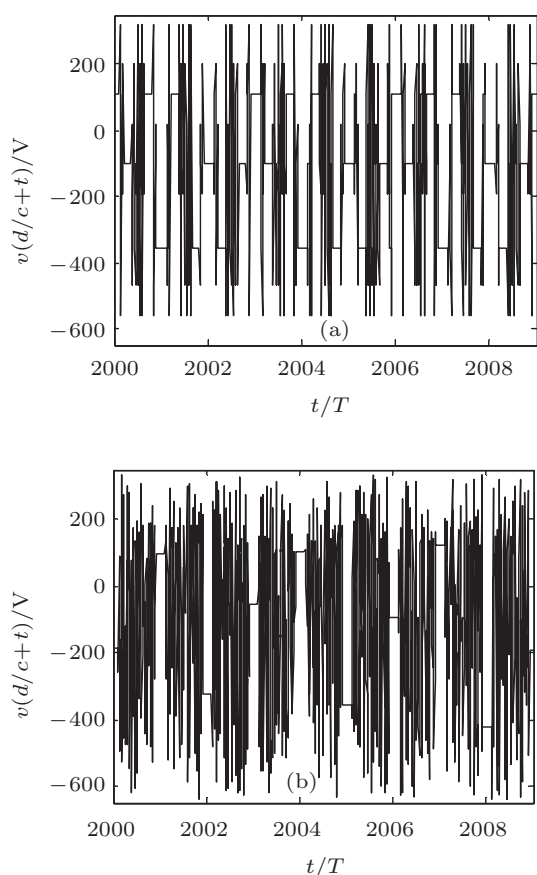


图 11 传输线右端点处电压的时间历程图 (a) $\lambda = -3.25$; (b) $\lambda = -3.5$

当 $\lambda = -3.5$ 时, 由图 10(a) 可见, 传输线上所有格点的状态随时间的变化均处于混沌状态, 且出现了明显的扭结特征, 比图 6(a) 的空间混沌更为复杂, 这使得系统的时空行为较之图 6(b) 复杂得多, 如图 10(b) 所示. 此时系统呈现出复杂的时空混沌图样.

在初始分布为图 8 所示的梯形分布时, 传输线右端点电压随时间的变化规律如图 11 所示, 其中图 11(a) 和 (b) 分别为反射系数 λ 取 -3.25 和 -3.5 时, 传输线右端点电压的时间历程图. 与图 7 初始分布为零时的时间历程图比较可见, 非零初始分布将导致传输线右端点电压随时间变化变得非常混乱. 这说明在高速数字电路突然发生暂态变化, 沿线电压分布来不及归零时, 非零初始分布会对系统性能造成较大影响.

5 结论

本文通过建立含 NMOS 反相器传输线系统的非线性离散映射模型, 研究了该传输线系统的时空行为. 仿真发现, 含 NMOS 反相器的传输线系统随反射系数的变化存在沿倍周期分岔通向混沌的现象, 混沌区域中会间或出现周期窗口, 并且沿线电压随不同的初始分布会出现不同时空分岔、时空混沌等时空复杂行为. 这些时空复杂行为产生的根源是传输线系统属于分布参数电路, 并且终端含有 NMOS 这样的非线性元件. 其中, 分布参数电路决定了整个系统的行为是在时间和空间上同时演化, 而元件的非线性特性决定了系统行为会比较复杂.

由于现代集成电路的元件集成规模可达 10×10^8 个以上, 时间尺度已达皮秒级 [18], 互连线的传输线效应和元件的非线性特性对高速数字电路信号完整性的分析和优化设计影响很大, 不合理的设计会产生时序错误、振铃和误转换 [30], 导致系统不能正常工作, 延长系统的开发周期. 由于本文同时考虑了传输线效应和元件非线性特性, 给出了解析的非线性离散映射模型, 可以更加准确地反映高速数字电路中的时空复杂行为, 因此本文的研究结论有助于更好地设计高速数字电路. 此外, 本文所研究的系统终端中涉及到负电阻, 负电阻可以用有源器件实现, 一些实际的电子元件如体效应二极管和隧道二极管等也具有负电阻特性. 利用负电阻可实现微波振荡器等功能 [31,32], 因此本文的研究结论可为含负电阻或具有负电阻特性元件的微波振荡器等提供有益参考.

- [1] Cross M C, Hohenberg P C 1993 *Rev. Mod. Phys.* **65** 851
- [2] Cross M C, Hohenberg P C 1994 *Science* **263** 1569
- [3] Chacon R, Marcheggiani L 2010 *Phys. Rev. E* **82** 016201
- [4] Miranda M A, Burguete J 2009 *Phys. Rev. E* **79** 046201
- [5] Neubecker R, Gutlich B 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 154101
- [6] Yue L J, Shen K, Xu M Q 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4378 (in Chinese) [岳立娟, 沈柯, 徐明奇 2007 物理学报 **56** 4378]
- [7] Krefting D, Kaira P, Rotermund H H 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 178301
- [8] Wang X Y, Zhang N 2010 *Chin. Phys. B* **19** 090504
- [9] Lv L, Xia X L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 814 (in Chinese) [吕翎, 夏晓岚 2009 物理学报 **58** 814]
- [10] Stahlke D, Wackerbauer R 2011 *Phys. Rev. E* **83** 046204
- [11] Rucklidge A M, Silber M, Skeldon A C 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 074504
- [12] Ahlborn A, Parlitz U 2008 *Phys. Rev. E* **77** 016201
- [13] Jin Y H, Xu Z Y 2011 *Chin. Phys. B* **20** 120505
- [14] Kaneko K 1989 *Physica D* **37** 60
- [15] Muruganandam P, Francisco G, Menezes M de, Ferreira F F 2009 *Chaos Soliton. Fract.* **41** 997
- [16] Lü L, Li G, Chai Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7517 (in Chinese) [吕翎, 李钢, 柴元 2008 物理学报 **57** 7517]
- [17] Ayers J E 2010 *Digital Integrated Circuits Analysis and Design* (2nd Ed.) (New York: CRC Press) p201
- [18] Hall S H, Hall G W, McCall J A 2008 *High-Speed Digital System Design* (New York: John Wiley & Sons, Inc.) p14
- [19] Lee J, Lee S, Nam S 2011 *IEEE Trans. Electromagn. C* **53** 366
- [20] Tang M, Ma X K 2004 *Acta Electronica Sin.* **32** 787 (in Chinese) [唐旻, 马西奎 2004 电子学报 **32** 787]
- [21] Sharkovsky A N 1993 *IEEE Trans. Circ. Syst. I* **40** 781
- [22] Zou J L, Chen F, Ma X K 2010 *Int. J. Appl. Electrom.* **33** 369
- [23] Ma X K, Yang M, Zou J L, Wang L T 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5648 (in Chinese) [马西奎, 杨梅, 邹建龙, 王玲桃 2006 物理学报 **55** 5648]
- [24] Wang L T, Ma X K, Zou J L, Yang M 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5647 (in Chinese) [王玲桃, 马西奎, 邹建龙, 杨梅 2006 物理学报 **55** 5647]
- [25] Corti L, De Menna L, Miano G, Verolino L 1994 *IEEE Trans. Circ. Syst. I* **41** 730
- [26] Wang L T, Ma X K 2008 *IEEE Trans. Circ. Syst. I* **55** 1125
- [27] Blakely J N, Corron N J 2004 *Chaos* **14** 1035
- [28] Paul C R 2008 *Analysis of Multiconductor Transmission Lines* (2nd Ed.) (New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.) p344
- [29] Liu B Z, Peng J H 2004 *Nonlinear Dynamics* (Beijing: Higher Education Press) p538 (in Chinese) [刘秉正, 彭建华 2004 非线性动力学 (北京: 高等教育出版社) 第 538 页]
- [30] Nakhla N, Nakhla M, Achar R 2011 *IEEE Trans. Microw. Theory* **59** 46
- [31] Zhao Y H, Chen J N, Wu X L, Mei Z F, Xu T L, Lu S B 2008 *Comput. Tech. Dev.* **18** 170 (in Chinese) [赵宇浩, 陈军宁, 吴秀龙, 梅振飞, 徐太龙, 鲁士滨 2008 计算机技术与发展 **18** 170]
- [32] Maas S A 2003 *Nonlinear Microwave and RF circuits* (London: Artech House) p7

Complex spatiotemporal behaviors in a transmission line system terminated by an N-channel metal oxide semiconductor (NMOS) inverter*

Zou Jian-Long[†] Shen Yao Ma Xi-Kui

(*State Key Laboratory of Electrical Insulation and Power Equipment, School of Electrical Engineering,*

Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

(Received 4 January 2012; revised manuscript received 12 April 2012)

Abstract

Based on the traveling wave theory, a nonlinear discrete map of a transmission line system terminated by an N-channel metal oxide semiconductor (NMOS) inverter is established. After simulating by the nonlinear discrete map, it is found that the change of the reflection coefficient may lead to spatiotemporal bifurcation and chaos, and that the initial distribution significantly affects the spatiotemporal pattern of steady state. For the zero initial distribution, the spatiotemporal pattern is very regular, whereas the complex spatiotemporal pattern may appear when the initial distribution is nonzero. The analysis results demonstrate that the complex spatiotemporal behaviors originate from the infinite-dimensional essence of the transmission line and the nonlinear voltage-ampere characteristics of the NMOS inverter.

Keywords: transmission line, NMOS inverter, bifurcation, spatiotemporal chaos

PACS: 0545.-a

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61001038).

[†] E-mail: superzou@mail.xjtu.edu.cn