对相干态在通过参量转换中的演化与量子化光涡态的实现

朱开成[1)†] 李绍新[2)] 郑小娟[1)] 唐慧琴[1)]

1) (中南大学物理与电子学院, 长沙 410083)

2) (广东医学院物理教研室, 东莞 523808)

(2011 年 12 月 27 日收到; 2012 年 3 月 1 日收到修改稿)

本文讨论了光学参量频率转换过程中对相干态的演化问题, 获得了对相干态时间演化的解析表达式及在位形空间的波函数, 发现通过适当调节系统元件及相互作用时间, 对相干态在位形空间中的波包能呈现出量子涡态特性, 并且与这样涡态相关的波函数具有修正 Bessel-Gaussian 形式的结构, 即非高斯型波函数. 在相干态表象下, 这一量子化涡态是两模湮没算符平方和的本征态. 这一讨论揭示了产生量子化涡态的另一可实现方案.

关键词: 对相干态, 参量频率转换, 量子化光涡态

PACS: 42.50.Ar, 42.50.Dv

1 引 言

在量子力学基本原理基础上构造新的多模量子态是近年极其活跃的研究主题, 构造这类量子态的动机是基于它们的重要应用, 如多模量子态的纠缠特性是多用户量子通信网络的必要资源 [1,2]. 在多模量子态中, 对相干态是重要的两模相关态 [3−15], 它具有显著的压缩、反聚束和纠缠等非经典特性, 它可以在非线性介质中通过四波混频和双光子吸收之间的竞争来实现, 也可以通过囚禁离子在两维势阱中的运动来产生, 最近 Gerry 等 [15] 还提出在行波场中利用态投影方法实现对相干态的产生. 因此, 对相干态可用于研究与原子或离子双光子共振激发相关的现象. 此外, 辐射场的量子化涡态也是重要的两模非高斯性量子态 [15−21], 由于其总是缠绕的和丰富的非经典特征, 自 Agarwal 等 [16] 引入以来, 某些产生这类量子态的方案也被提出, 如 Bandyopadhyay 等 [18,19] 研究了椭圆量子涡态的非经典性质及 Wigner 函数, 并给出了利用分束器或双通道方向耦合器产生如此涡态的实验方案, 最近 Agarwal[21] 还指出利用压缩真空态通过光子减过程也可实现量子化光涡态的产生.

实际上, 具有螺旋波前的经典光涡场能用许多可控的方法产生, 由于其特殊空间结构及携带有轨道角动量因而可实现高维缠绕, 对其各种性质和应用的研究催生了非奇异光学的新学科 [22−24]. 量子光涡态也是重要的非高斯态, 理论证明在量子信息处理和通信中有些过程仅依赖于高斯型态或高斯型过程是不可能实现的, 因此非高斯型量子态在量子信息处理中的重要性不亚于高斯型态 [25−27]. 本文将讨论对相干态通过光学参量转换过程 [28−30] 时的波包演化, 结果发现通过适当调节系统结构参数及相互作用时间, 对相干态可演变成正交相空间的量子涡态, 而这样的量子光涡态是是两模湮没算符平方的本征态, 其正交相空间波函数具有修正 Bessel-Gaussian 形式.

2 对相干态通过参量转换过程的波包演化

如所熟知, 考虑精确共振情形, 描述参量频率

† E-mail: KCZhu058@csu.edu.cn

© 2012 中国物理学会 Chinese Physical Society

转换过程的 Hamiltonian 为 [28−30]

$$H_{\rm pc} = \omega_a a^+ a + \omega_b b^+ b + \kappa a^+ b\, {\rm e}^{{\rm i}(\omega_b-\omega_a)t} + \kappa^* a b^+ \, {\rm e}^{-{\rm i}(\omega_b-\omega_a)t}, \tag{1}$$

与之相应的时间演化算符可表为

$$U(t) = \exp\left(-{\rm i}H_{\rm pc}t/\hbar\right), \tag{2}$$

而其 Heisenberg 运动方程的精确解是 [30,31]

$$a_t = U^+(t)\, aU(t) = {\rm e}^{-{\rm i}\omega_a t}\left(a\cos\tau - {\rm i}\gamma b\sin\tau\right), \tag{3}$$

$$b_t = U^+(t)\, bU(t) = {\rm e}^{-{\rm i}\omega_b t}\left(b\cos\tau - {\rm i}\gamma^* a\sin\tau\right), \tag{4}$$

这里 $\gamma = {\rm i}\kappa/|\kappa|, \tau = |\kappa|\, t$.

由于对两模真空态 $|0,0\rangle$, 有 $U(t)|0,0\rangle = |0,0\rangle$, 因此, 一般地, 两模相干态 $|\alpha,\beta\rangle$ 通过这样的参量频率转换过程将演变成新的两模相干态, 即

$$\begin{aligned} U(t)|\alpha,\beta\rangle =& U(t)\, D_{a,b}(\alpha,\beta)\, U^+(t)\, U(t)|0,0\rangle \\ =& U(t)\, D_{a,b}(\alpha,\beta)\, U^+(t)|0,0\rangle \\ =& U^+(-t)\, D_{a,b}(\alpha,\beta)\, U(-t)|0,0\rangle \\ =& D_{a,b}(\alpha_t,\beta_t)|0,0\rangle \\ =& |\alpha_t,\beta_t\rangle, \end{aligned} \tag{5}$$

而这时新的两模位移算符读作

$$\begin{aligned} D^t_{a,b}(\alpha,\beta) =& U(t)\, D(\alpha,\beta)\, U^+(t) \\ =& U^+(-t)\, D(\alpha,\beta)\, U(-t) \\ =& D_{a,b}(\alpha_t,\beta_t), \end{aligned} \tag{6}$$

与之相应的位移参数是

$$\begin{aligned} \alpha_t =& \alpha e^{-i\omega_a t}\cos\tau - i\gamma\beta e^{-i\omega_b t}\sin\tau, \\ \beta_t =& \beta e^{-i\omega_b t}\cos\tau - i\gamma^*\alpha e^{-i\omega_a t}\sin\tau. \end{aligned} \tag{7}$$

设初始输入态为对相干态 [4,5]

$$|\psi\rangle = N_q\int_0^{2\pi} {\rm e}^{{\rm i}q\theta}\left|\alpha\,{\rm e}^{{\rm i}\theta}\right\rangle_a\left|\alpha\,{\rm e}^{-{\rm i}\theta}\right\rangle_b {\rm d}\theta, \tag{8}$$

其中 q 是常整数, $N_q = \dfrac{\exp\left(|\alpha|^2\right)}{2\pi\sqrt{I_q\left(2|\alpha|^2\right)}}$ 是归一化常数 $I_q(\,)$ 是 q 阶修正 Bessel 函数, 实验上为产生对相干态已提出了很多方案 [45,15]. 因此 t 时刻系统的状态为

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle =& U(t)|\psi\rangle \\ =& N_q\int_0^{2\pi} {\rm e}^{{\rm i}q\theta} U(t)\, D_{a,b}\left(\alpha\,{\rm e}^{{\rm i}\theta}, \alpha\,{\rm e}^{-{\rm i}\theta}\right)|0,0\rangle\,{\rm d}\theta \\ =& N_q\int_0^{2\pi} {\rm e}^{{\rm i}q\theta} D_{a,b}\left(\beta_a^t,\beta_b^t\right)|0,0\rangle\,{\rm d}\theta, \end{aligned} \tag{9}$$

其中

$$\begin{aligned} \beta_a^t =& \alpha\left({\rm e}^{{\rm i}\theta-{\rm i}\omega_a t}\cos\tau - {\rm i}\gamma\,{\rm e}^{-{\rm i}\theta-{\rm i}\omega_b t}\sin\tau\right), \\ \beta_b^t =& \alpha\left({\rm e}^{-{\rm i}\theta-{\rm i}\omega_b t}\cos\tau - {\rm i}\gamma^*\,{\rm e}^{{\rm i}\theta-{\rm i}\omega_a t}\sin\tau\right), \end{aligned} \tag{10}$$

其次, 我们计算量子态 $|\psi(t)\rangle$ 在正交相空间的表达式 $\psi(x,y,t) = \langle x,y|\psi(t)\rangle$, 其中 $|x,y\rangle$ 是算符 $(a^+ + a)/\sqrt{2}$ 和 $(b^+ + b)/\sqrt{2}$ 分别具有本征值 x 和 y 的本征态, 由关系式

$$\langle x|\alpha\rangle = \frac{1}{\pi^{1/4}}\exp\left(-\frac{x^2}{2} + \sqrt{2}\alpha x - \frac{\alpha^2 + |\alpha|^2}{2}\right). \tag{11}$$

则量子态 $|\psi(t)\rangle$ 在正交相空间的波函数表达式为

$$\psi(x,y,t) = N_q\int_0^{2\pi} {\rm e}^{{\rm i}q\theta}\psi_\theta(x,y,t)\,{\rm d}\theta, \tag{12}$$

其中

$$\begin{aligned} &\psi_\theta(x,y,t) \\ =& \langle x,y|\, D_{a,b}\left(\beta_a^t,\beta_b^t\right)|0,0\rangle \\ =& \exp\left(\sqrt{2}x\beta_a^t + \sqrt{2}y\beta_b^t - \frac{\rho^2 + \beta_a^{t2} + \beta_b^{t2} + |\beta_a^t|^2 + |\beta_b^t|^2}{2}\right), \end{aligned} \tag{13}$$

而 $\rho^2 = x^2 + y^2$. 引入记号

$$\begin{aligned} X =& x\cos\tau - {\rm i}\gamma^* y\sin\tau, \\ Y =& y\cos\tau - {\rm i}\gamma x\sin\tau, \\ \Omega =& \cos^2\tau - \gamma^2\sin^2\tau, \end{aligned} \tag{14}$$

则 (13) 式可表为

$$\begin{aligned} &\psi_\theta(x,y,t) \\ =& \exp\left[-\frac{\rho^2}{2} - |\alpha|^2 + \frac{{\rm i}\alpha^2}{2}\sin 2\tau\,(\gamma+\gamma^*) \times {\rm e}^{-{\rm i}(\omega_a+\omega_b)t}\right] \\ &\times \exp\left[\sqrt{2}\alpha X\,{\rm e}^{{\rm i}\theta-{\rm i}\omega_a t} + \sqrt{2}\alpha Y\,{\rm e}^{-{\rm i}\theta-{\rm i}\omega_b t} - \frac{\alpha^2}{2}\left(\Omega^* e^{2i\theta-2i\omega_a t} + \Omega e^{-2i\theta-2i\omega_b t}\right)\right]. \end{aligned} \tag{15}$$

利用修正 Bessel 函数的生成函数 $\exp\left[x\left(t+t^{-1}\right)/2\right] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n(x)\, t^n$ [32], 可有

$$\exp\left(A\,{\rm e}^{{\rm i}\theta} + B\,{\rm e}^{-{\rm i}\theta}\right)$$

$$=\exp\left[\frac{2\sqrt{AB}}{2}\left(\sqrt{\frac{A}{B}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}+\sqrt{\frac{B}{A}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta}\right)\right]$$
$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(\frac{A}{B}\right)^{n/2}I_n\left(2\sqrt{AB}\right)\mathrm{e}^{\mathrm{i}n\theta},\qquad(16)$$

所以有

$$\begin{aligned}&\psi_\theta(x,y,t)\\&=\exp\left[-\frac{\rho^2}{2}-|\alpha|^2+\frac{\mathrm{i}\alpha^2}{2}\sin 2\tau\left(\gamma+\gamma^*\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_{ab}t}\right]\\&\times\sum_{k,l=-\infty}^{\infty}\left(\frac{X}{Y}\right)^{k/2}\left(\frac{\Omega^*}{\Omega}\right)^{l/2}I_k\\&\times\left(2\alpha\sqrt{2XY\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_{ab}t}}\right)I_l\left(\alpha^2\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_{ab}t}\sqrt{\Omega\Omega^*}\right)\\&\times\mathrm{e}^{\mathrm{i}(2l+k)\theta+\mathrm{i}(\omega_b-\omega_a)t(l+k/2)},\end{aligned}\qquad(17)$$

这里 $\omega_{ab}=\omega_a+\omega_b$. 于是方程 (12) 中关于 θ 的积分可完成并有结果为

$$\begin{aligned}&\psi_{\mathrm{BG}}(x,y)\\&=N_q\exp\Big[-\frac{\rho^2}{2}-|\alpha|^2+\frac{\mathrm{i}\alpha^2}{2}\sin 2\tau\left(\gamma+\gamma^*\right)\\&\times\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_{ab}t}\Big]\int_0^{2\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(q+2l+k)\theta}\mathrm{d}\theta\sum_{k,l=-\infty}^{\infty}\left(\frac{X}{Y}\right)^{k/2}\\&\times\left(\frac{\Omega^*}{\Omega}\right)^{l/2}I_k\left(2\alpha\sqrt{2XY\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_{ab}t}}\right)I_l\\&\times\left(\alpha^2\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_{ab}t}\sqrt{\Omega\Omega^*}\right)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega_b-\omega_a)t(l+k/2)}\\&=2\pi N_q\exp\Big[-\frac{\rho^2}{2}-|\alpha|^2+\frac{\mathrm{i}\alpha^2}{2}\sin 2\tau\left(\gamma+\gamma^*\right)\\&\times\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_{ab}t}-\frac{\mathrm{i}q}{2}\left(\omega_b-\omega_a\right)t\Big]\\&\times\sum_{l=-\infty}^{\infty}\left(\frac{X}{Y}\right)^{-l-q/2}\left(\frac{\Omega^*}{\Omega}\right)^{l/2}I_{-q-2l}\\&\times\left(2\alpha\sqrt{2XY\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_{ab}t}}\right)I_l\left(\alpha^2\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_{ab}t}\sqrt{\Omega\Omega^*}\right),\end{aligned}\qquad(18)$$

进一步化简后得到

$$\begin{aligned}&\psi(x,y,t)\\&=2\pi N_q\exp\Big[-\frac{\rho^2}{2}-|\alpha|^2+\frac{i\alpha^2}{2}\sin 2\tau\left(\gamma+\gamma^*\right)\\&\times\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_{ab}t}-\frac{\mathrm{i}q}{2}\left(\omega_b-\omega_a\right)t\Big]\\&\times\sum_{l=-\infty}^{\infty}\left(\frac{Y}{X}\right)^{l+q/2}\left(\frac{\Omega^*}{\Omega}\right)^{l/2}I_{q+2l}\\&\times\left(2\alpha\sqrt{2XY\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_{ab}t}}\right)I_l\left(\alpha^2\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_{ab}t}\sqrt{\Omega\Omega^*}\right)\\&=A_q(\alpha,t)\exp\left(-\frac{\rho^2}{2}\right)\sum_{l=-\infty}^{\infty}\left(\frac{\Omega^*}{\Omega}\right)^{l/2}\left(\frac{Y}{X}\right)^{l+q/2}\\&\times I_{q+2l}\left(2\alpha\sqrt{2XY\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_{ab}t}}\right)\\&\times I_l\left(\alpha^2\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_{ab}t}\sqrt{\Omega\Omega^*}\right),\end{aligned}\qquad(19)$$

其中

$$\begin{aligned}&A_q(\alpha,t)\\&=2\pi N_q\exp\Big[-|\alpha|^2+\frac{\mathrm{i}\alpha^2}{2}\sin 2\tau(\gamma\\&+\gamma^*)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\omega_a+\omega_b)t}-\frac{\mathrm{i}q}{2}\left(\omega_b-\omega_a\right)t\Big],\end{aligned}\qquad(20)$$

这里已应用了修正 Bessel 函数关系 $I_{-n}(x)=I_n(x)$[32]. 方程 (19) 就是本文的主要结果, 据此可讨论对相干态在正交相空间中任意时刻的波包情况.

3 数值结果

根据上述解析结果, 我们对正交相空间波函数的演化进行了数值考察. 计算表明 $\gamma=1$ 时对相干态的正交相空间波包能出现涡结构, 因此, 在本文中仅考虑 $\gamma=1$ 的情况, 并重点考察涡结构出现时对系统结构参数与对相干态参数的依赖关系.

有赖于系统结构参数 $|\kappa|$, ω_a 和 ω_b, 对相干态演化与相互作用时间的关系决定于两个因子 τ 和 $(\omega_a+\omega_b)\tau/|\kappa|$, 因 $\omega_a+\omega_b$ 可远大于 $|\kappa|$[31], 对于给定的 τ, 总可出现 $(\omega_a+\omega_b)\tau/|\kappa|=2m\pi$ (m 是零或正整数) 的情形, 图 1 正是讨论的这一情形. 图 1(a) 是 $\tau=2\pi n$ 时 $|\psi(x,y)|^2$ 的三维图, 它是双峰结构. 而当 $\tau=\left(2n+\frac{1}{4}\right)\pi$ 时, 对于 $q\neq 0$ 的任意整数情形, $|\psi(x,y)|^2$ 总是中心部分为零的环形结构, 而当 $\tau=\left(2n+\frac{1}{2}\right)\pi$ 时则呈现三峰结构, 且在 $\tau=\left(2n+\frac{3}{4}\right)\pi$ 的情形与 $\tau=\left(2n+\frac{1}{4}\right)\pi$ 时的相似. 实际上就与 τ 的关系而言, $|\psi(x,y)|^2$ 是 τ 的以 π 为周期的周期函数. 数值计算表明, 当这些时刻态参数如 $q(q\neq 0)$, α 等取其他不同值时波包结构仍是相似的, 其影响仅表现在结构的处向或大小.

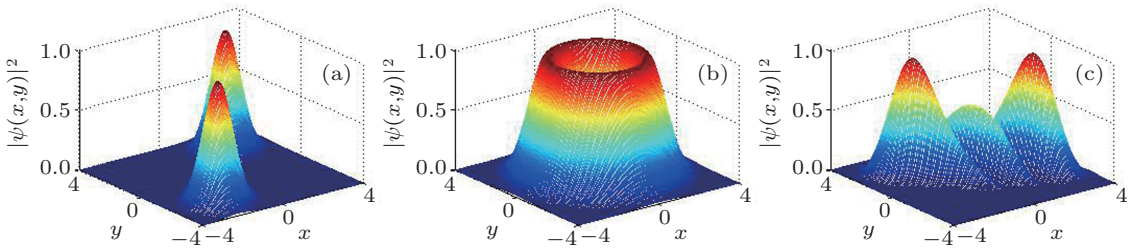

图 1 $\alpha=1.5, q=2, \gamma=1$ 及分别在 (a) $\tau=0$, (b) $\tau=2n\pi+\pi/4$ 和 (c) $\tau=2n\pi+\pi/2$ 时的波包结构

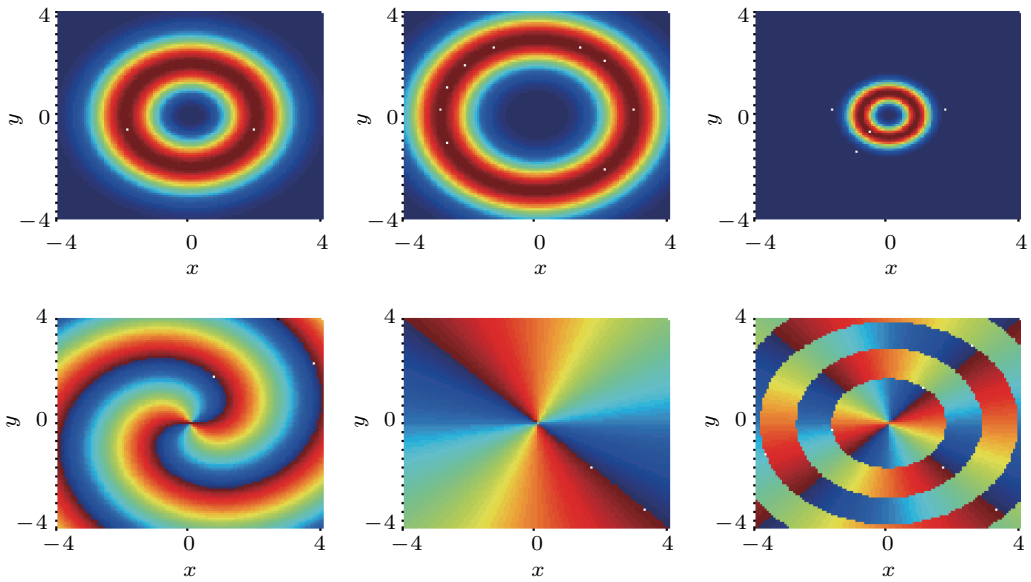

图 2 $q=2, \alpha=1.5, \gamma=1$ 及 $\tau=2\pi n+\pi/4$ 时 $(\omega_a+\omega_b)\tau/|\kappa|$ 取 0(左), π/2(中), 3π/2 (右) 时波函数 $\psi(x,y)$ 的 $|\psi(x,y)|^2$ (上) 和对应的相位分布 (下).

而当 $\tau=2\pi n+\pi/4$ 时就不同的 $(\omega_a+\omega_b)\tau/|\kappa|$ 取值进行了讨论, 结果发现对相干态在位形空间总是演变出了涡结构, 如图 2 所示. 且当此时刻在 $(\omega_a+\omega_b)\tau/|\kappa|$ 取不同值时 $|\psi(x,y)|^2$ 只改变尺度而结构形状不变, 但波函数的相位结构有些许改变. 且对 q, α 等的其他不同值时结构也是类似. 因此完全演变成了具有涡旋结构的量子非高斯型态, 且其拓朴荷指数就是态参数 q.

4 光涡态的产生

由 (19) 式, 当 $t=0$ 时, $X=x, Y=y$ 及 $\Omega=1$, 这时对相干态的波包可表为

$$\begin{aligned}&\psi(x,y,t=0)\\=&2\pi N_q\exp\left(-\frac{\rho^2}{2}-|\alpha|^2\right)\sum_{l=-\infty}^{\infty}\left(\frac{y}{x}\right)^{l+q/2}\\&\times I_{q+2l}\left(2\alpha\sqrt{2xy}\right)I_l\left(\alpha^2\right),\end{aligned}\tag{21}$$

显然这波包不可能呈现涡结构 (对实值 α 总是实数值). 而适当调节系统并合适选择相互作用时间 $t=T$ 及使 $\gamma=\mathrm{i}\kappa/|\kappa|=1$, $\cos\tau=\sin\tau=1/\sqrt{2}$, 则有 $\Omega^*/\Omega\to1$, $\Omega\Omega^*=0$ 及

$$\begin{aligned}&\psi(x,y,t=T)\\=&A(\alpha,T)\exp\left(-\frac{\rho^2}{2}\right)\left(\frac{x+iy}{x-iy}\right)^{q/2}\\&\times I_q\left(2\alpha\rho\sqrt{-\mathrm{i}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_{ab}T}}\right)\\=&A(\alpha,T)\exp\left(\mathrm{i}q\varphi-\frac{\rho^2}{2}\right)I_q\\&\times\left(2\alpha\rho\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_{ab}T/2-\mathrm{i}\pi/4}\right),\end{aligned}\tag{22}$$

其中 $\varphi=\arctan(y/x)$. (22) 式正好代表了 q 阶修正 Bessel-Gaussian 函数, 即在原点具有相奇异性, 从而代表了所谓的量子化光涡态 ($q=0$ 除外). 容易证明, 此状态是角动量 z 分量的本征态, 即

$$L_z\psi(x,y,t=T)=\mathrm{i}\hbar\partial\psi(x,y,t=T)/\partial\varphi$$

$$=q\hbar\psi\left(x,y,t=T\right), \tag{23}$$

特别地, 如 $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_a T}=1$ 和 $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_b T}=i$, 有

$$\begin{aligned}&\psi\left(x,y,t=T\right)\\ =&2\pi N_q I_n\left(2\alpha\rho\right)\exp\left(\mathrm{i}n\varphi-\frac{\rho^2}{2}-\left|\alpha\right|^2-\alpha^2\right),\end{aligned} \tag{24}$$

并且此时对应的对相干态演变成为

$$\begin{aligned}&\left|\psi\left(T\right)\right\rangle\\ =&N_q\int_0^{2\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{i}q\theta}\left|\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta-\mathrm{i}\omega_a T}-\mathrm{i}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta-\mathrm{i}\omega_b T}\right),\right.\\ &\left.\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta-\mathrm{i}\omega_b T}-\mathrm{i}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta-\mathrm{i}\omega_a T}\right)\right\rangle\mathrm{d}\theta\\ =&N_q\int_0^{2\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{i}q\theta}\left|\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}+\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta}\right),\right.\\ &\left.\frac{\alpha}{\mathrm{i}\sqrt{2}}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta}\right)\right\rangle\mathrm{d}\theta\\ =&N_q\int_0^{2\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{i}q\theta}\left|\sqrt{2}\alpha\cos\theta,\sqrt{2}\alpha\sin\theta\right\rangle\mathrm{d}\theta,\end{aligned} \tag{25}$$

考虑到对相干态已提出许多制备方案 [7,9,16], 因此上述量子化光涡态原则上也是可实现的. 此外, 容易证明态 (25) 是湮没算符平方和 a^2+b^2 的本征态, 其本征值是 $2\alpha^2$. 它具有许多有趣的非经典性质及缠绕特性, 限于篇幅有关讨论将另专文报道.

5 结 论

通过对相干态通过光学参量频率转换过程时的演化讨论, 获得了对相干态的演变解析表达式及在正交相空间的波函数, 发现通过适当调节系统结构参量及相互作用时间, 在正交相空间中对相干态可演变成量子涡态. 特别地, 这样的量子光涡态可具有修正 Bessel-Gaussian 形式的简单结构, 即典型的非高斯型态结构形式. 理论证明在量子信息处理和量子通信中有些任务仅依赖于高斯型态或高斯型过程是不可能达成的 [25−27], 因此非高斯型量子化光涡态在量子信息处理中将可有重要作用, 本文的结果提供了制备量子缠绕态的另一途径.

[1] Braunstein S L, Pati A K 2003 *Quantum Information with Continuous Variables* (Kluwer Academic, Dordrecht)

[2] Braunstein S L, von Loock P 2005 *Rev. Mod. Phys.* **77** 513

[3] Bhaumik D, Bhaumik K, Dutta-Roy B 1976 *J. Phys.* A: *Math. Gen.* **9** 1507

[4] Agarwal G S 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 827

[5] Agarwal G S 1988 *J. Opt. Soc. Am.* B **5** 1940

[6] Prakash G S, Agarwal G S 1995 *Phys. Rev.* A **52** 2335

[7] Gou S C, Steinbach J, Knight P L 1996 *Phys. Rev.* A **54** R1014

[8] Gilchrist A, Munro W J 2000 *J. Opt.* B: *Quantum Semiclass. Opt.* 2 47

[9] Meng X G, Wang J S, Fan H Y 2007 *Phys. Lett.* A **363** 12

[10] Gabris A, Agarwal G S 2007 *Int. J. Quant. Inf.* **5** 17

[11] Meng X G Wang J S 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4578 (in Chinese) [孟祥国, 王继锁 2007 物理学报 **56** 4578]

[12] Meng X G, Wang J S, Liang B L, Li H Q 2008 *Chin. Phys.* B **17** 1791

[13] Gerry C C, Mimih J 2010 *Phys. Rev.* A **82** 013831

[14] Chen Z H Liao C G Luo C L 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 6152(in Chinese)[陈子翊, 廖长庚, 罗成立 2010 物理学报 **59** 6152]

[15] Gerry C C, Mimih J, Birrittella R 2011 *Phys. Rev.* A **84** 023810

[16] Agarwal G S, Puri R R, Singh R P 1997 *Phys. Rev.* A **56** 4207

[17] Agarwal G S, Banerji J 2006 *J. Phys.* A **39** 11503

[18] Bandyopadhyay A, Singh R P 2011 *Opt. Commun.* **284** 256

[19] Bandyopadhyay A, Prabhakar S, Singh R P 2011 *Phys. Lett.* A **375** 1926

[20] Agarwal G S, Biswas A 2005 *New J. of Phys.* **7** 211

[21] Agarwal G S 2011 *New J. of Phys.* **13** 073008

[22] Molina-Terriza G, Torres J P, Torner L 2001 *Phys. Rev. Lett.* **88** 013601

[23] Leach J, Padgett M J, Barnett S M, Franke-Arnold S, Courtial J 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 257901

[24] Allen L, Barnett S M, Padgett M J 2003 *Optical Angular Momentum* (Institute of Physics, Bristol)

[25] Eisert J, Scheel S, Plenio M B 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 137903

[26] Fiurasek J 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 137904

[27] Giedke G, Cirac J I 2002 *Phys. Rev.* A **66** 032316

[28] Louisell W H, Yariv A, Semjonov A E 1961 *Phys. Rev.* **124** 1646

[29] Tucker J, Walls D F 1969 *Ann. Phys.* NY **52** 1

[30] Perina J 1987 *Quantum Statistics of Linear and Nolinear Optical Phenomena* (D. Reidel, Dordrecht-Boston) p217

[31] Dodonov A V, Dodonov V V, Mizrahi S S 2005 *J. Phys.* A: *Math. Gen.* **38** 683

[32] Korenev B G 2002 *Bessel functions and their applications* (Taylor & Francis) p23

Pair coherent state evolutions through parametric frequency conversion and the realization of quantized vortex states

Zhu Kai-Cheng[1)†] Li Shao-Xin[2)] Zheng Xiao-Juan[1)] Tang Hui-Qin[1)]

1) (*School of Physical Science and Technology, Central South University, Changsha* 410083, *China*)

2) (*Physical Staff Room, Guangdong Medical College, Dongguan* 523808, *China*)

(Received 27 December 2011; revised manuscript received 1 March 2012)

Abstract

The pair coherent state evolution during a parametric frequency conversion is analyzed. And the wavefunction of the evolving pair coherent state in configuration space is obtained. It is found that the state may become a modified Bessel-Gaussian vortex state with topological charge index q which is a new non-Gaussian state. In coherent state representation such a modified Bessel-Gaussian vortex state is an eigenstate of sum of squared two-mode annihilation operators $a^2 + b^2$. The result obtained in this paper provides a new scheme for generating quantized vortex states in experiment with currently available technology.

Keywords: pair coherent state, parametric frequency conversion, quantized vortex state

PACS: 42.50.Ar, 42.50.Dv

† E-mail: KCZhu058@csu.edu.cn