

基于机械共振的声谱分析技术

宋滩¹⁾ 陈宇灏¹⁾ 李小慧¹⁾ 张现亮¹⁾ 王嘉辉¹⁾ 蔡志岗^{1)2)†}

1)(中山大学, 物理科学与工程技术学院, 广州 510275)

2)(中山大学, 光电材料与技术国家重点实验室, 广州 510275)

(2012年3月9日收到; 2012年6月13日收到修改稿)

本文提出了一个精准测量低频声谱的模型并在该模型基础上搭建了简易的实验装置。该装置利用机械共振原理, 通过控制机械振动系统的固有频率, 实现了低频声音的频谱测量和低频噪声的监测。装置能够针对 100 Hz 以下的频段进行频率测量, 也能够对混合频率声源进行频谱分析, 分辨率较高, 在 40 Hz 以上可以达到 1 Hz 的分辨率。

关键词: 机械共振, 声谱分析, 声学传感器

PACS: 62.40.+i, 06.30.Ft, 43.60.Vx

1 引言

声谱分析由于近年来越来越多的应用而被重视, 目前广泛使用的声谱分析装置是频谱分析仪^[1-3]。其核心部分是传声器(能够把声音从力学振动转换为电子振荡)。目前的测量传声器均采用灵敏度高、性能稳定、频响平直范围宽及动态范围大的电容式传声器^[4]。此类电子仪器使用方便, 读数迅速, 精确度高。但这种传感器也有着明显的局限, 即含有复杂的电路构造, 在一些有电磁干扰的强电磁场环境下, 电容式传声器的读数会受到较大干扰, 且由于制造工艺的复杂和精密度的要求导致仪器价格昂贵。

常见传感器对于次声段的检测效果不明显, 而检测环境次声波具有现实意义和科学价值^[5-9]。次声波检测核心技术是次声传感器的研制, 商品化检测设备主要采用自动补偿光纤次声波传感器、次声波压力传感器、双电容式次声接收器、高灵敏度宽频带电容次声传感器或电容式次声接收器等进行次声测量。目前国内多数采用的是电动式和电容式次声传感器。电动式的次声传感器频率下限由质量决定, 要求振动系统有足够的质量和顺性使系统笨重。而电容式的不足之处是要求结构精细,

选材严格, 主要零件都要求超精加工, 并且易受环境条件对系统劲度的影响导致“零漂”^[10,11]。

针对传声器的现况, 本文旨在探索一种新的思路, 避开复杂的电路构造, 以一种简易可行的方法测量次声, 即基于机械共振原理进行声谱分析的技术。此类机械共振原理的设计理念在其他领域也有成功应用^[12]。由于装置原理主要基于力学, 可以避免在有电磁干扰环境下测量不精准的问题。在理论方面, 通过建立刚体转动模型, 得到系统共振固有频率与系统参数(所受拉力)之间的关系; 在实验中, 通过改变系统参数, 使系统在已知频率声波作用下达到共振, 验证了在理论中得到的关系。通过对基于此技术搭建的声音传感装置进行实际测试, 传感器可测量低至 5 Hz 的次声频率, 并且有较好的分辨能力和性价比。

2 理论模型

2.1 系统自由振动情况下固有频率的计算

采用刚体转动模型, 以三角形板为受力对象, 考虑其在无外界驱动力作用下绕竖直轴做自由振荡, 对模型进行受力分析, 如图 1 所示。

† E-mail: lasers@netease.com

设 l_2 为底端刚性绳长度, l_0, l 分别为弹性绳 l_1 伸长前后的长度, L 为三角板边长, m 为三角板及平面镜的总质量.

由于 l_2, l_3 为刚性绳, 导致在转动过程当中, 图

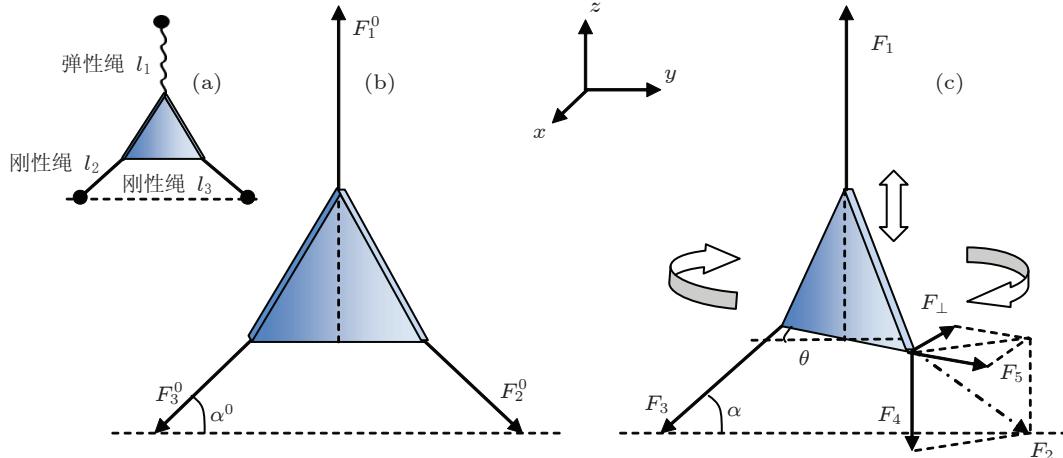


图 1 模型原理图 (a) 是装置示意图 (三角板顶端连一弹性绳 l_1 , 两底角分别用等长刚性绳 l_2, l_3 固定); (b) 是静止时受力分析图 (绳 l_1 受力 F_1^0 , 绳 l_2, l_3 受力分别为 F_2^0, F_3^0 , α^0 为静止时细绳与水平面的夹角); (c) 是三角板绕垂直轴转过角度 θ 后受力分析图 (绳 l_2, l_3 受力分别为 F_2, F_3 . 力 F_{\perp}, F_4, F_5 为力 F_2 的分力, 其中 F_{\perp} 垂直于三角板, α 为细绳与水平面的夹角)

通过简单的几何分析, 得到 α 关于 θ 的关系式为

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{l_2^2 - L^2 + \sqrt{2}l_2L(1 - \cos \theta)}{2l_2^2}}. \quad (1)$$

经过数值分析比较, 当 θ 变化范围为 $(-10^\circ, 10^\circ)$ 时, $\cos \alpha$ 的波动范围为 $(0.777, 0.781)$, α 的变化范围为 $(44.5^\circ, 45^\circ)$, 因此实际振动中 α 的变化量极其微小. 采用一级近似, 取 α 的中值 44.75° 来处理.

根据刚体力学方程, 得到状态方程如下:

$$F_{\perp} = -J\ddot{\theta}, \quad (2)$$

其中 J 为三角板连同平面镜的转动惯量, 而 F_{\perp} 可通过几何关系的分析得到

$$F_{\perp} = \frac{F_1 - mg}{2 \tan \alpha} \sin \left(\left(1 + \frac{L}{2l_2 \cos \alpha} \right) \theta \right), \quad (3)$$

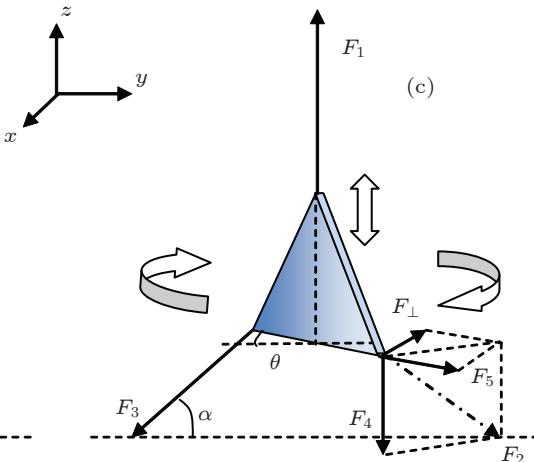
F_1 由弹性绳弹力提供, 系统振动造成转动角 θ 为一小量, 可取

$$\sin \left(\left(1 + \frac{L}{2l_2 \cos \alpha} \right) \theta \right) \approx \left(1 + \frac{L}{2l_2 \cos \alpha} \right) \theta. \quad (4)$$

此时将 (3), (4) 式代入 (2) 式, 最终可得到固有频率 ω 表达式如下:

$$\omega = \sqrt{\frac{(F_1 - mg)L}{2J \tan \alpha} \left(1 + \frac{L}{2l_2 \cos \alpha} \right)}. \quad (5)$$

示中的 α 角会比静止状态时的 α^0 小, 会导致三角板在竖直方向有一微小位移, α 是 θ 的函数, 三角板转角为 θ 时该位移量为 $l_2(\sin \alpha^0 - \sin \alpha)$, 这个微小的位移量包含在 $l - l_0$ 中.



由 (5) 式可以看出, 固有频率 ω 是 F_1 的单值函数, 当改变力 F_1 大小, 即改变了系统的固有频率.

2.2 受迫振动的振幅的计算

考虑一个周期性的力矩 $M_0 \cos \omega t$ (本实验中用一声源提供) 作用于系统, 空气阻力产生阻碍振动的力矩 (一般认为与 $\dot{\theta}$ 成正比, 用 $M' \dot{\theta}$ 表示), 可得到方程如下:

$$F_{\perp}L + M_0 \cos \omega t - M' \dot{\theta} = -J\ddot{\theta}. \quad (6)$$

解方程得到振幅

$$\varphi = \frac{M_0}{J \sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}},$$

其中 ω_0 为系统的固有频率, $\gamma = \frac{M'}{J}$. 当外力矩的频率 ω 与系统固有频率相等时, 有最大的振幅 φ_{\max} , 即系统达到共振, 在本实验中, 未知频率声波作用于三角板上, 实验者通过施加外力改变系统固有频率, 当达到共振时, 即声波的频率就等于系统固有频率, 若已知此时系统的固有频率则声波频率可知, 反之亦然.

3 实验装置设计

本装置采用一块质量 m 为 3 g 的塑料三角板作为振动体, 三角形边长 L 为 9.0 cm, 三角板的两个底角分别连着一根长度材质都相同的刚性细绳, 绳长 l_2 为 9.7 cm, 目的是为了达到对称性、使模型相对简单, 便于计算。系统的转动惯量 J 为 $1.54375 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。顶角用一弹性绳连接力学传感器, 通过改变弹性绳松紧度来改变作用于模型上方的力, 从而改变系统的固有频率; 激光照射到固定在振动体的镀膜反光镜上, 通过测量反射光斑的位移大小来观察系统的振幅。图 2 为装置示意图, 图 3 为实物图, 实物图用竖直虚线分为左右两部分, 左侧部分装置用来测量低频段(5—30 Hz), 右侧部分装置用来测量高频段(30—100 Hz)。装置原理图与装置实物图相对应。装置用有机玻璃进行封装, 左右侧各有一“收音喇叭”, 使声波传播到了三角板的右下方, 从而使三角板的振动主要是绕中心轴的转动而几乎没有三角板的整体平移, 而实验装置也的确显示了这种特性, 主要表现为光斑只有水平移动而几乎没有竖直方向上的移动。

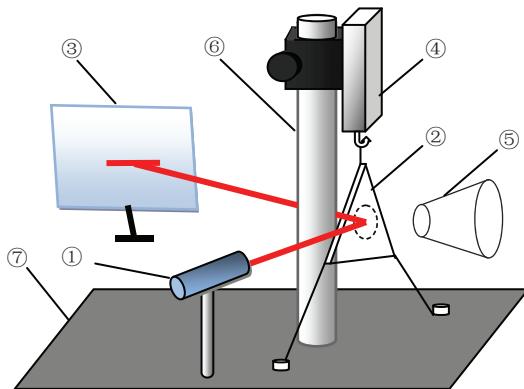


图 2 装置原理图 ①激光器; ②三角形塑料板; ③观察屏; ④力学传感器; ⑤收音喇叭; ⑥支架; ⑦底座

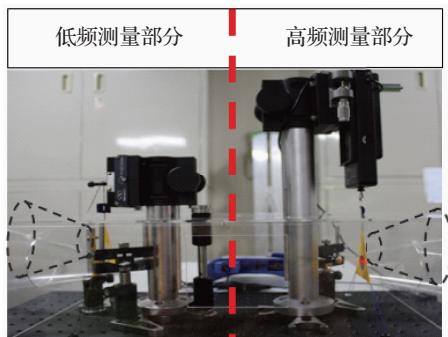


图 3 装置实物照片(收音喇叭用透明有机玻璃制作, 在图中以虚线表示)

4 结果和讨论

4.1 定标测量分析

用已知频率声源作用于系统, 可以根据理论模型公式对频率 f 与拉力 F_1 进行定标。从(5)式得到系统振动固有频率 f 的平方与竖直方向受力应该满足

$$f^2 = \frac{\omega^2}{4\pi^2} = \left(1 + \frac{L}{2l_2 \cos \alpha}\right) \frac{L}{8\pi^2 J \tan \alpha} [F_1 - mg]. \quad (7)$$

进行定量计算, 即

$$f^2 = 1959.3(F_1 - 0.03). \quad (8)$$

通过实验得到 f^2-F_1 定标曲线。对 f^2-F_1 进行线性拟合, 得到相关系数为 $R = 0.990$, 可以视为线性关系, 与理论符合。

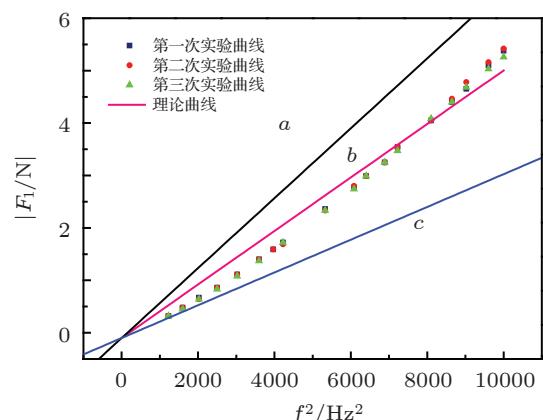


图 4 定标曲线及分析图

将实验数据点与理论曲线 b 进行对比, 见图 4, 数据点是实验中测量的 F_1-f^2 的关系, b 是按照理论建模得到的方程作出的曲线(此时把细线与地面之间的角度看作 $\alpha = 44.75^\circ$)。定义 $k = \frac{dF_1}{df^2}$, 为 F_1 和 f^2 的比例系数。 a 线和 c 线分别是实验测量过程中最大和最小 k 值为斜率做出的直线。可以看出, 实验数据点与 b 线比较接近, 且 b 线位于 a 线与 c 线之间, 说明实验数据与理论模型比较符合。

由于这是此模型在理论方面的第一次尝试, 为简化我们取 $\alpha = 44.75^\circ$ 作为参考值, 即图 4 中的“理论曲线 b ”, 而实际中 α 的大小与声源频率有关, 而振动角 θ 与声源频率有关, 所以实际得到的曲线并非严格线性, 但这个非线性的效应受到声音强度及空气阻力的影响, 难以进行定量分析, 而且

由于该效应所造成实际测量的影响并不是很大, 所以在本文我们暂时忽略它的变化. 对实验数据作进一步的处理, 以 $1/k = \frac{df^2}{dF_1}$ 为参数, 观察 $1/k$ 随 f 变化趋势, 得到图 5.

从图 5 实验数据可得, $1/k$ 实际上并不是一常数, 而是随着频率变化而改变, 高频段呈线性下降趋势, 但低频段规律性趋势不定. 原因可能有: 1) 因为低频段的力非常小, 力学传感器无法识别, 导致不规律的现象. 2) 根据(8)式, 斜率为 $\left(1 + \frac{L}{2l_2 \cos \alpha}\right) \frac{L}{8\pi^2 J \tan \alpha}$, 与 L, J, α 有关, 其中如果 L, J 可以认为是常数, 由于 α 为细线与水平面的角度, 当频率变化的时候又振动比较剧烈, α 可能因此改变, 导致值改变. 这个 $1/k$ 与 f 关系近似一个线性关系, 是个值得探究的问题.

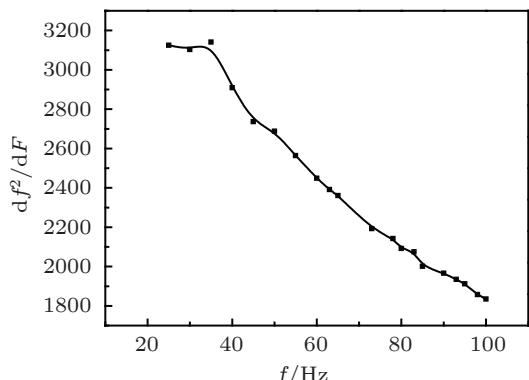


图 5 $\frac{1}{k}$ - f 关系曲线图

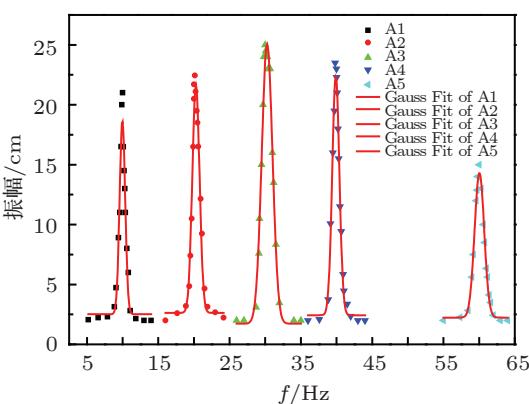


图 6 高斯拟合关系曲线图

统固有频率, 再进行扫频, 重复多次, 得到振幅扫频曲线, 见图 6.

进行高斯拟合, 得到半高宽数据见表 1.

由表 1 可知振幅只在共振频率周围小范围内较大, 且半高宽在 1 Hz 左右. 我们认为当分辨能力达到 1 Hz 以下时, 设备达到实用要求. 故共振效果比较明显, 系统可行性较高.

另外, 针对系统的可重复性进行分析. 实验中对装置进行了多次定标, 定标的范围相同但定标密度不同, 定标完成后, 作得三次定标的图像在图 7 中.

表 1 扫频过程半高宽分析

固有频率/Hz	10	20	30	40	60
半高宽/Hz	0.75	1.19	1.51	1.00	1.30

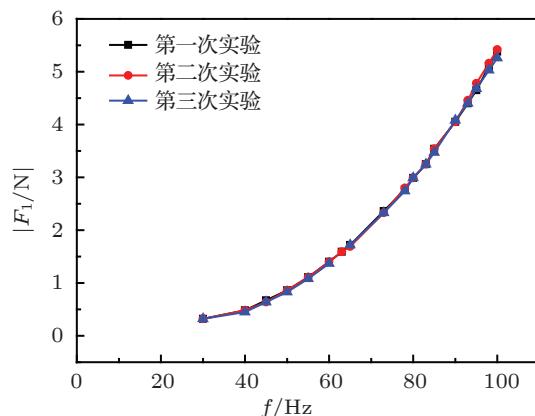


图 7 高频段三次定标曲线 (> 30 Hz)

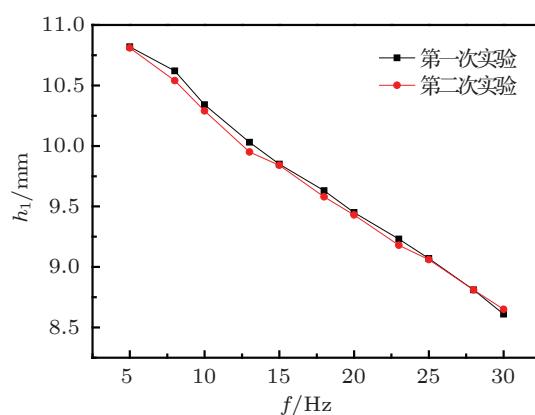


图 8 低频段两次定标曲线 (< 30 Hz)

4.2 效果可行性分析

固定力学传感器不动 (相当于固定固有频率), 改变声音频率, 观察屏上的光斑大小, 然后改变系

三次定标所得图线几乎重合, 说明装置的可重复性较好, 符合实际测量要求.

针对 30Hz 以下的频率, 另外设计一套类似的测量装置. 与 30 Hz 以上的设计思路不同的是, 把以力的大小来定标变为以长度伸长量来定标, 通过调节螺旋器控制绳子松紧从而改变系统固有频率. 此设计方案的原因在于, 大于 30 Hz 时, 系统由于拉伸变化较大, 无法保证弹性系数始终是一常数, 故直接用力来测量. 而小于 30 Hz 时, 由于系统伸长变化不大, 可以保证弹性系数几乎保持常数不变化, 重复操作性强, 故选取用拉伸长度大小来测量. 基于以上设计方法设计的 30 Hz 以下系统的定标曲线如图 8, 两次定标所得图线几乎重合, 说明此低频

装置的可重复性较好, 也符合实际测量要求. 至此, 5—100 Hz 的频段范围问题已全部解决, 且装置系统重复性很高, 满足实际应用要求.

用此装置对小于 30 Hz 和大于 30 Hz 的未知声源分别进行多次测量, 并对多混合频率声源进行多次测量, 均有误差小于 2% 的实验效果. 在混合频率声源的测量中, 用 Adobe Audition 发出一段音频, 该音频由 3 个不同的频率成分组成, 我们将用实验装置分辨出 3 个不同频率. 在测量中共测出 6 个频率, 其中读数相对误差最大为 1.1%, 故该装置对于多频混合声音有较好的测量效果. 测量结果见表 2.

表 2 混合频率测量结果

力学传感器 读数 N	根据定标数据 确定的频率/Hz	实际输出信号的 频率/Hz	力学传感器 读数 N	根据定标数据 确定的频率/Hz	实际输出 信号的频率/Hz
-0.32	35	35	-0.13	25	25
-1.39	40	40	-1.39	40	40
-1.7	65	65	-2.81	78	79

针对系统的分辨能力进行分析. 先通过判断共振找出共振时对应的振幅 A 以及对应的拉力 F_1 , 改变拉力 F_1 (相当于改变系统状态), 记录振幅半高宽对应的 ΔF_1 , 以 $\Delta F_1/F_1$ 作为以后测量的分辨能力指标. 实验结果表明 $\Delta F_1/F_1$ 均小于 0.1, 且随频率变化分辨能力几乎为一常数.

5 结 论

本文通过理论建模, 找到了精准控制系统固有频率的基本公式与方法, 并通过实际装置的搭建与测试, 证明了利用机械共振原理测量声频、进行声谱分析的可行性. 本装置测量范围为 0—100 Hz,

在 40 Hz 以上可以精确分辨 1 Hz. 与商品化测量设备相比, 尽管本装置在声谱分析性能方面存在差距, 但本装置以简单的机械构造代替了复杂的电路, 避免了复杂电路带来的噪声以及外界干扰, 并且可以有效地对次声进行测量. 如果利用多个不同的探头, 就可以精确地对更宽频段的声谱进行分析. 将测量光斑长度的探头与电脑连接, 便可实时记录分析数据, 测量结果直观. 在理论方面我们忽略了 α 角变化的影响, 我们将在后续的研究中进一步探讨.

感谢中山大学光电材料与技术国家重点实验室张垚讲师的讨论.

- [1] Oliver B M, Cage J M 1971 *Electronic Measurements and Instrumentation* (1st Ed.) (Tokyo: McGraw-Hill Kogakusha) p16
- [2] Lv S N, Chen X Q, Hu X K 1977 *Acta Phys. Sin.* **3** 232 (in Chinese) [吕士楠, 陈希清, 胡心康 1977 物理学报 **3** 232]
- [3] Xin X J 1977 *Acta Phys. Sin.* **1** 22 (in Chinese) [忻贤杰 1977 物理学报 **1** 22]
- [4] Zhang M Z, Wu S J 1994 *Audio Engineering* **2** 39 (in Chinese) [张明铎, 吴胜举 1994 电声技术 **2** 39]
- [5] Lv J, Zhao Z Y, Zhou C 2011 *Acta Phys. Sin.* **10** 104301 (in Chinese) [吕君, 赵正予, 周晨 2011 物理学报 **10** 104301]
- [6] Mu X, Yuan H, Li L, Liu J, Ge X S, Jv L L, Chen J Z 2008 *J. Fourth Mil. Med. Univ.* **6** 487 (in Chinese) [牟翔, 袁华, 李玲, 刘静, 葛雪松, 瞿丽莉, 陈景藻 2008 第四军医大学学报 **6** 487]
- [7] Huang Q B 1997 *Noise and Vibration Control* **5** 6 (in Chinese) [黄其柏 1997 噪声与振动控制 **5** 6]
- [8] Bedard, A J, Georges T M 2000 *Physics Today* **53** 32
- [9] Matosha R S, Hedlin M A H, Garcés M A 2007 *Journal of Volcanology and Geothermal Research* **160** 249
- [10] Wang C H, Han K X, Wang F 2003 *Nuclear Electronics and Detection Technology* **2** 172 (in Chinese) [王长海, 韩奎侠, 王飞 2003 核电子学与探测技术 **2** 172]
- [11] Xie J L, Tao Z D, Xie Z H 2003 *Nuclear Electronics and Detection*

Technology 5 428 (in Chinese) [谢金来, 陶中达, 谢照华 2003 核
电子学与探测技术 5 428] [12] Zheng Q Z, Cui S Z 1980 *Acta Phys. Sin.* 9 1204 (in Chinese) [郑
庆璋, 崔世治 1980 物理学报 9 1204]

Mechanical resonance based acoustic spectrographic technique

Song Wei¹⁾ Chen Yu Hao¹⁾ Li Xiao Hui¹⁾ Zhang Xian Liang¹⁾
Wang Jia-Hui¹⁾ Cai Zhi Gang^{1)2)†}

1) (School of Physics and Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou, 510275, China)

2) (State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technology, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

(Received 9 March 2012; revised manuscript received 13 June 2012)

Abstract

A model for the accurate measurement of low frequency sound spectrum is put forward and a simplified experimental device is built. Based on the principle of mechanical resonance, the natural frequency of the system is controlled, which realizes the function of both measuring frequency spectrum and monitoring noises at low frequency. The device is able to measure the acoustic source at a single frequency below 100 Hz as well as to analyze the spectra of acoustic sources at mixed frequencies, with a relatively high resolution of 1 Hz beyond 40 Hz.

Keywords: mechanical resonance, acoustic spectrum, acoustic sensor

PACS: 62.40.+i, 06.30.Ft, 43.60.Vx

† E-mail: lasers@netease.com