

基于 Lambert W 函数的太阳能电池组件参数确定法*

王玉玲 孙以泽[†] 彭乐乐 徐洋

(东华大学机械工程学院, 上海 201600)

(2012 年 4 月 17 日收到; 2012 年 6 月 29 日收到修改稿)

为了改进工程用电池建模精度低 (5% 以内), 五参量模型参数多且难获取的缺点, 提出一种新的太阳能电池组件参数确定方法. 首先通过 Lambert W 函数求解出太阳能电池组件参数解析式, 其次采用多项式拟合法, 获取太阳能电池组件电压电流关系式, 最后结合分段积分法求得了太阳能电池组件的参数值. 实验表明, 该方法的精度在 0.5% 以内; 与主流电导简化法和模式优化算法相比, 该方法不仅具有直观性, 利于掌握和计算, 同时求出的电池组件参数具有更小的误差值 (0.1% 以内).

关键词: Lambert W 函数, 曲线拟合, 参数提取

PACS: 84.60.Jt, 85.60.Bt, 88.40.H-

1 引言

随着低碳经济和低碳技术的发展, 太阳能作为一种洁净可再生能源已成为各国研究的热点^[1]. 目前对太阳能电池组件的研究主要集中于两个方面: 1) 仅由厂商提供的标准测试数据确定的工程用电池建模方法的研究^[2,3]; 2) 基于二极管电子方程的太阳能电池组件建模及参数获取的研究. 典型的工程用电池模型的缺点是, 忽略的参量较多, 模型的精度不高 (0.5% 以内)^[2].

基于二极管电子方程的太阳能电池模型, 可以等效为光生电流源与二极管并联的电路结构. 因五参量模型 (简记为 R_p 模型)^[4-10], 兼顾了简单性和精确性^[11], 得到了广泛的应用, 但该模型的缺点是参数多且求解难度大. 为此很多学者提出各种方法来解决该问题, 主要可以分为数值求解法和解析分析法. 数值求解法中较为典型的方法有, 电导简化法 (conductivity method, CM 法)^[4] 和模式优化算法 (pattern search method, PS 法)^[12]. 然而数值求解法计算过程较为复杂, 不利于工程人员的掌握,

相比之下解析法具有直观性, 更利于掌握和计算. 因 R_p 模型本身是隐式超越函数且含有五个参量, 解析分析法常需要对参数进行忽略, 以获取各参量的解析解, 降低了模型的精度. Lambert W 函数解决了电流和电压耦合的隐式表达式的问题, 从而为解析法提供了一种可行的途径. 目前 Lambert W 函数多应用于单参量的求解^[13-15], 丁金磊^[16] 应用 Lambert W 函数易于微分和积分的特性, 给出各参量的解析式. 但该方法需要大量的采样数据, 不合理采样造成模型的偏差较大.

本文基于 R_p 模型, 提出一种新的太阳能电池组件参量确定方法, 可以有效地解决工程用太阳能电池建模精度低等问题, R_p 模型参量多且难获取的缺点. 利用 Lambert W 函数求解出了太阳能电池组件模型及参数解析式, 结合多项式拟合法, 获取了太阳能电池组件电压电流关系式, 使用分段积分法求得了太阳能电池组件的参数值. 通过对太阳能电池单体和阵列实验表明, 该方法的精度在 0.5% 以内; 与主流 CM, PS 算法对比发现, 该方法不仅具有直观性, 利于掌握和计算, 同时求出的电池组件参数具有更小的误差值, 其误差在 0.1% 以内.

* 国家金太阳示范工程项目 (批准号: 20090718047) 和中央高校基本科研业务费专项资金重点项目 (批准号: 11D10301) 资助的课题.

[†] E-mail: sunyz@dhu.edu.cn

2 基于 Lambert W 函数的太阳能电池组件参数确定法

2.1 太阳能电池组件模型及参数解析式

用于描述太阳能电池组件电压电流特性的 R_p 模型表达式为

$$I = I_L - I_o \left[\exp \left(\frac{V + I \cdot R_s}{n \cdot V_{th}} \right) - 1 \right] - \frac{V + I \cdot R_s}{R_p}, \quad (1)$$

式中, I_L 为光电流, A; I_o 为反向饱和电流, A; R_s 为等效串联电阻, Ω ; R_p 为等效并联电阻, Ω ; n 为二极管质量因子; I 为组件输出电流, A; V 为组件输出电压, V; V_{th} 为热电压系数,

$$V_{th}(T) = \frac{kT}{q}, \quad (2)$$

其中, k 为玻尔兹曼常数, 1.38×10^{-23} J/K; q 为电子电荷, 1.6×10^{-19} C; T 为环境温度, K. (1) 式为隐式超越方程且含有五个参量, 利用 Lambert W 函数可以求解为^[14]

$$V = R_p(I_L + I_o - I) - R_s I - nV_{th} \cdot W(x), \quad (3)$$

式中

$$x = \frac{I_o R_p}{nV_{th}} \exp \left(\frac{R_p(I_L + I_o - I)}{nV_{th}} \right), \\ I = \frac{R_p(I_L + I_o) - V}{R_s + R_p} - \frac{nV_{th}}{R_s} W(y), \quad (4)$$

式中

$$y = \frac{R_s R_p I_o}{nV_{th}(R_s + R_p)} \exp \left(\frac{R_p(R_s I_L + R_s I_o + V)}{nV_{th}(R_s + R_p)} \right).$$

将 (3) 式对电流求积分^[16]

$$J = F(I, V) = \int_0^I V dI \\ = \frac{1}{2R_p} \left[(-V - (R_s + R_p)I + nV_{th} + R_p(I_L + I_o))^2 - (-V + nV_{th} + R_p(I_L + I_o))^2 \right] - \frac{1}{2}(R_s + R_p)I^2 + R_p(I_L + I_o)I. \quad (5)$$

令

$$A = R_p, \quad B = R_s + R_p, \\ C = nV_{th} + R_p(I_L + I_o), \quad D = I_L + I_o. \quad (6)$$

可将积分表达式化简为

$$J = F(I, V) = \int_0^I V dI = \frac{1}{2A} [(-V - BI + C)^2 - (-V + C)^2] - \frac{1}{2}BI^2 + ADI. \quad (7)$$

利用 (6) 式分别求解 R_p, R_s, I_o, I_L, n 为

$$R_p = f(A, B, C, D) = A, \quad (8)$$

$$R_s = f(A, B, C, D) = B - A, \quad (9)$$

$$n = f(A, B, C, D) = \frac{C - AD}{V_{th}} \\ = \frac{(C - AD)q}{kT}, \quad (10)$$

$$I_L = f(A, B, C, D) = D - I_o. \quad (11)$$

将 (8)—(11) 式代入 (1) 式, 可以求得 I_o , 即

$$I_o = \frac{D - I - \frac{V + I(B - A)}{A}}{\exp \left[\frac{V + I(B - A)}{C - AD} \right] - 2}. \quad (12)$$

根据 (8)—(12) 式表明, 只要 A, B, C, D 四个参量确定, R_p 模型中的参量便可求出. 利用 (4) 式, 可以将太阳能电池组件的电压电流特性曲线描绘出来.

2.2 太阳能电池组件的参数确定

式 (7) 表明, 组件电压对电流的积分是一个关于 A, B, C, D 的四元一次多项式, 只要分别求出不同阶段下的电压电流积分值获取四个多项式方程组, 便较为容易的解出 A, B, C, D 四个参数. 采用 5 阶最小二乘多项式拟合法, 推导出太阳能电池组件电压电流关系式, 通过分段积分法来获取积分值. 设太阳能电池组件采样点电压电流为 (I_i, V_i) ($i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$), 电压电流 5 阶多项式

$$V(I_i) = a_0 + a_1 I_i + a_2 I_i^2 + a_3 I_i^3 + a_4 I_i^4 + a_5 I_i^5. \quad (13)$$

在拟合算法中取 2-范数作为总体误差, 总体误差 e 的平方为

$$S = e^2 = \|e\|_2^2 = \left(\sqrt{\sum_{i=0}^5 [V(I_i) - V_i]^2} \right)^2 \\ = \sum_{i=0}^5 [V(I_i) - V_i]^2. \quad (14)$$

为了使 e^2 最小, 将 (13) 式代入 (14) 式, 分别在不同的采样点处求偏导, 由多元函数求极值的必要条件, 得

$$\frac{\partial S}{\partial a_j} = 2 \sum_{i=0}^5 \left(\sum_{k=0}^5 a_k I_i^k - V_i \right) I_i^j = 0, \quad j = 0, 1, \dots, 5, \quad (15)$$

即

$$\sum_{i=0}^5 \left(\sum_{k=0}^5 I_i^{j+k} \right) a_k = \sum_{i=0}^m I_i^j V_i, \quad j = 0, 1, \dots, 5. \quad (16)$$

(16) 式是关于 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_5$ 的线性方程组, 用矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} 5+1 & \sum_{i=0}^5 I_i & \dots & \sum_{i=0}^5 I_i^5 \\ \sum_{i=0}^5 I_i & \sum_{i=0}^5 I_i^2 & \dots & \sum_{i=0}^5 I_i^6 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=0}^5 I_i^5 & \sum_{i=0}^5 I_i^6 & \dots & \sum_{i=0}^5 I_i^{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^5 V_i \\ \sum_{i=0}^5 I_i V_i \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^5 I_i^5 V_i \end{bmatrix}. \quad (17)$$

由于方程组 (17) 的系数矩阵是一个对称正定矩阵, 故存在唯一解. 从 (17) 式中解出 a_k ($k = 0, 1, \dots, 5$), 代入 (13) 式从而可得光伏电池板的电压电流 5 阶多项式. 再将通过拟合方法得到的多项式代入 (7) 式的被积函数中, 分别求出不同阶段下的电压电流积分值, 即可解出 A, B, C, D 四个参数.

因太阳能电池组件输出特性曲线与一阶脉冲特性相似, 电压电流采样点的选择如图 1 所示, 分别选择短路电流 ($0, I_{sc}$) 至最大功率点 (V_{mp}, I_{mp}) 区间段和最大功率点 (V_{mp}, I_{mp}) 至开路电压 ($V_{oc}, 0$) 区间段的 6 个采样点. 由于外界噪声可能引起采

样电压电流的波动性, 使采样数据带来很大的不确定性. 为了提高精度, 在不同区间的采样点处也采用多项式拟合的方法.

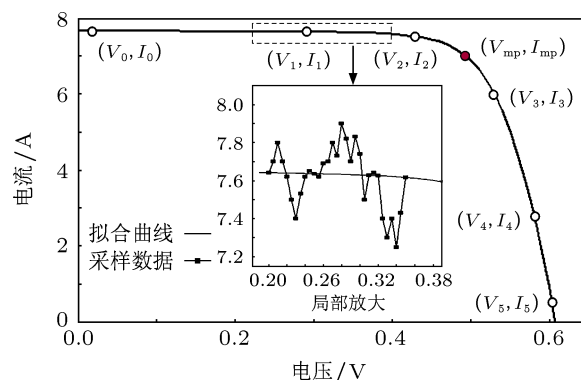


图 1 太阳能电池组件电压电流特性及曲线拟合

最后将上文中确定的 A, B, C, D 四个参量分别代入 (8)—(12) 式中, 便可获得模型的参量. 该方法利于掌握和计算, 同时所求得的电池组件参量具有更小的误差值.

3 实验验证

采用文献 [17] 给出的两种商用太阳能电池组件, 具体参数如表 1 所示. 太阳能电池单体的测试温度为 33°C , 电池阵列的测试温度为 45°C . 在 Matlab/Simulink 平台下, 利用 Lambert W 函数的太阳能电池组件参数确定法 (Lambert W 法) 分别获取太阳能电池单体和阵列的参数, 并与目前主流 CM 法和 PS 法进行对比, 其结果如表 2 所示.

表 2 可得, Lambert W 法, 不仅可以精确的求解出太阳能电池单体的参数, 同时也能准确的获得太阳能电池阵列的参数. 对比表 2 中各数据可以看出, 采用 5 阶最小二乘多项式拟合及分段积分法优于 CM 法和 PS 法, 且精度在 0.5% 以内. 从表 3 的数据中可以获得, 采用 Lambert W 法的单体最大绝对误差为 0.0003991 A 和 0.0001487 W , 阵列绝对误差为 0.008780 A 和 0.1404 W , 相对误差都在 0.1% 以内.

分别将单体和阵列计算结果代入 (4) 式, 可以获得太阳能电池组件的输出特性曲线如图 2 及图 3 所示.

表 1 两种太阳能电池组件参数

组件类型	I_L/A	$I_O/\mu\text{A}$	n	R_s/Ω	R_p/Ω
电池单体	0.7617	0.3223	1.4837	0.0364	53.76
电池阵列	1.0318	3.2876	48.5000	1.2057	555.56

表 2 两种太阳能电池组件计算结果

组件类型	算法	I_L/A	$I_O/\mu\text{A}$	n	R_s/Ω	R_p/Ω
电池单体	CM 法 [4]	0.7609	0.4039	1.5039	0.0364	49.50
	PS 法 [12]	0.7609	0.9980	1.6000	0.0313	64.10
	Lambert W 法	0.7613	0.3220	1.4837	0.0364	53.82
电池阵列	CM 法 [4]	1.0359	6.7700	51.3200	1.1460	200.00
	PS 法 [12]	1.0313	3.1756	48.2889	1.2053	714.29
	Lambert W 法	1.0313	3.2012	48.3221	1.2132	612.34

从图 2 和图 3 的结果可以看出, 对于太阳能电池来说, CM 法、PS 法和 Lambert W 法都能较好的拟合出其输出特性曲线. 但相对而言, Lambert W 法更能精确的获得太阳能电池单体和阵列的电压电流特性. 也即是说, 由 Lambert W 法得到的特性曲线精确度更高, 实验结果与理论分析计算相符合.

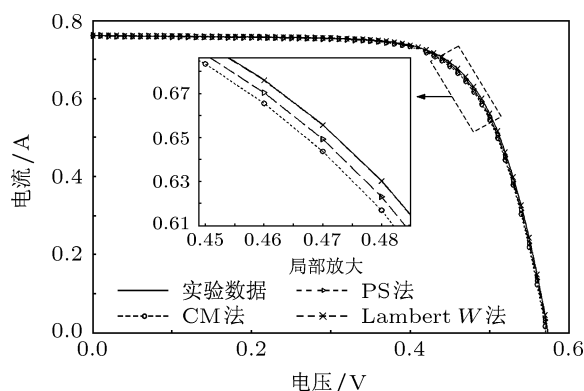


图 2 电池单体电压电流输出特性曲线

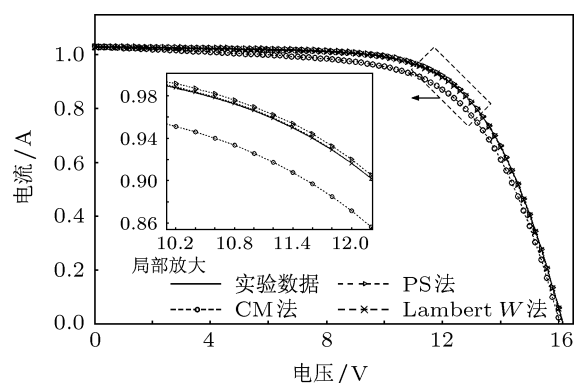


图 3 电池阵列电压电流输出特性曲线

设定绝对误差 $e_{1,i}$ 和相对误差 $e_{2,i}$ 分别为

$$e_{1,i} = |V_{s,i} - V_{c,i}|, \quad (18)$$

$$e_{2,i} = \frac{e_{1,i}}{V_{s,i}} \times 100\%, \quad (19)$$

式中, $V_{s,i}$ 为实验数据, $V_{c,i}$ 为曲线拟合值. 则可获得太阳能电池单体及阵列的绝对误差如图 4 和图 5 所示.

设标准差 (root mean square error, RMSE) 和平均绝对误差 (mean absolute error, MAE) 分别为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_{1,i}^2}, \quad (20)$$

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |e_{1,i}|, \quad (21)$$

式中, N 为误差采样点数. 由 (20), (21) 式, 可以获得标准差和平均绝对误差, 如表 3 所示.

从太阳能电池特性曲线的绝对误差的角度来看, 图 4 和图 5 对图 2 和图 3 的实验结果进行了进一步的验证. 从图 4 中可以看出当 $0 < V < 0.3$ 时, 三种不同方法得到的曲线走向基本一致, 绝对误差都比较小, 但当 $0.3 < V < 0.6$ 时, CM 法和 PS 法的曲线走向发生了变化, 其绝对误差逐渐增大, 以 CM 法的波动最为显著, 但 Lambert W 法的走势仍与前半段相同, 绝对误差的值接近于零. 图 5 表明, CM 法的曲线波动范围较大, Lambert W 法和 PS 法波动范围较 CM 法有所减小, 即其精度相对 CM 法而言更为精确. 对比图 4 和图 5 的绝对误差曲线, 可

以得到: CM 算法精度最低, 单体时, Lambert W 法优于 PS 法; 阵列时, PS 法和 Lambert W 法相当, 当

参数 I_L , I_o , n , R_s 相同时, R_p 绝对误差越大, 太阳能电池阵列在开路电压处的绝对误差反呈减小趋势.

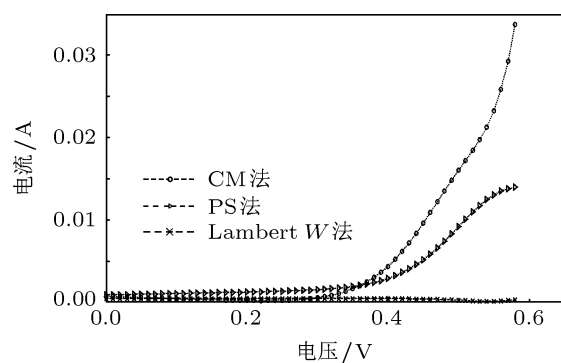


图4 不同计算方法的太阳能电池单体电流绝对误差对比

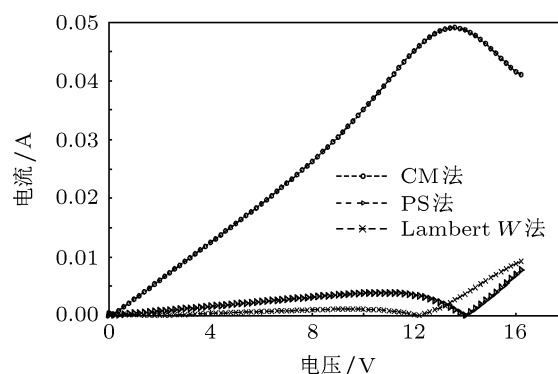


图5 不同计算方法的太阳能电池阵列电压电流绝对误差对比

表3 两种太阳能电池组件数据统计结果

组件类型	算法	最大电流绝对误差/A	电流 RMSE/A	电流 MAE/A
电池单体	CM 法 [4]	0.01377	0.0051	0.003414
	PS 法 [12]	0.02925	0.0091	0.004989
	Lambert W 法	0.0003991	0.004989	0.0003385
电池阵列	CM 法 [4]	0.04903	0.0314	0.02667
	PS 法 [12]	0.006950	0.0028	0.002414
	Lambert W 法	0.008780	0.0026	0.001468

4 结 论

本文基于 R_p 模型, 提出一种新的太阳能电池组件参量确定方法. 首先通过 Lambert W 函数求解出太阳能电池组件参数解析式, 其次采用多项式拟合法, 获取太阳能电池组件电压电流关系式, 最后结合分段积分法求得了太阳能电池组件的参数值. 为了进一步提高精度, 该方法同样也适应于双二极管模型. 从以上分析所得结果可得出以下结论:

1. 基于 Lambert W 函数的太阳能电池组件参

数确定法, 可以精确的求解出太阳能电池组件模型及参数解析式, 通过电池单体和阵列的实验表明, 该方法的精度在 0.5% 以内;

2. 与目前主流 CM 法和 PS 法对比发现, 采用 5 阶最小二乘多项式拟合及分段积分法, 不仅具有直观性, 利于掌握和计算, 同时求出的太阳能电池组件参数具有更小的误差值, 其误差在 0.1% 以内;

3. 参数 I_L , I_o , n , R_s 相同时, R_p 绝对误差越大, 太阳能电池阵列在开路电压处的绝对误差反呈减小趋势.

- [1] Peng L L, Sun Y Z, Meng C, Chen Y J 2011 *J. Donghua University (Natural Science)* **1** 91 (in Chinese) [彭乐乐, 孙以泽, 孟婷, 陈玉洁 2011 东华大学学报 (自然科学版) **1** 91]
- [2] Sun J H, Xun S J, Zhao W, Wu M D, Shen Y L, He R H 2001 *Acta Energetica Solaris Sinica* **22** 4 (in Chinese) [苏建徽, 徐世杰, 赵为, 吴敏达, 沈玉梁, 何若慧 2001 太阳能学报 **22** 4]
- [3] Peng L L, Sun Y Z, Lin X L, Meng C 2012 *Acta Energetica Solaris Sinica* **2** 284 (in Chinese) [彭乐乐, 孙以泽, 林学龙, 孟婷 2012

太阳能学报 **2** 284]

- [4] Chegaar M, Ouennoughi Z, Hoffmann A 2001 *Solid-State Electronics* **45** 295
- [5] De Soto W, Klein S A, Beckman W A 2006 *Solar Energy* **80** 81
- [6] Rosell J I, Ibanez M 2006 *Energy Conversion and Management* **47** 2424
- [7] Ortiz-Conde A, Sanchez F J G, Muci J 2006 *Solar Energy Materials & Solar Cells* **90** 357

- [8] Ye M, Wang X, Xu Y 2009 *J. Appl. Phys.* **9** 94505
- [9] Boyd M T, Klein S A, Reindl D T, Dougherty B P 2011 *J. Solar Energy Engineering* **133** 10
- [10] Li F G, Sun Y Z, Peng L L 2011 *Renewable Energy* **3** 113 (in Chinese) [李富国, 孙以泽, 彭乐乐 2011 可再生能源 **3** 113]
- [11] AlHajri M F, El-Naggar K M, AlRashidi M R, Al-Othman A K 2012 *Renewable Energy* **3**
- [12] Carrero C, Rodriguez J, Ramirez D, Platero C 2009 *Renewable Energy* **5** 1104
- [13] Xu J X, Yao R H, Geng K W 2010 *J. South China Univ. Tech. (Natural Science Edition)* **6** 43 (in Chinese) [许佳雄, 姚若河, 耿魁伟 2010 华南理工大学学报 (自然科学版) **6** 43]
- [14] Jain A, Kapoor A 2004 *Solar Energy Materials & Solar Cells* **81** 271
- [15] Jain A, Kapoor A 2004 *Solar Energy Materials & Solar Cells* **85** 394
- [16] Ding J L 2007 *Ph. D. Dissertation* (Hefei: University of Science and Technology of China) (in Chinese) [丁金磊 2007 博士学位论文 (合肥: 中国科学技术大学)]
- [17] Easwarakhanthan T, Bottin J, Bouhouch I, Boutrit C 1986 *Solar Energy* **4** 8

Parameter extraction for photovoltaic module based on Lambert W function*

Wang Yu-Ling Sun Yi-Ze[†] Peng Le-Le Xu Yang

(The College of Mechanical Engineering, Donghua University, Shanghai 201620, China)

(Received 17 April 2012; revised manuscript received 29 June 2012)

Abstract

In order to solve the problems that engineering model of photovoltaic array has low accuracy (within 5%) and five-parameter model has more parameters which are difficult to obtain, a new method of parameters extraction is presented in this paper. This method is first to use Lambert W function to obtain the analytic expression for photovoltaic module, then to use polynomial curve fitting method to obtain the current-voltage relationship of PV module, and finally to use the subsection integral method to obtain the value of parameters for photovoltaic module. The proposed method shows that the accuracy is within 0.5%. Compared with conductivity method and pattern search method, this method not only has intuitive features but also is easy to use. Furthermore, the obtained photovoltaic module parameters possess smaller errors (within 0.1%).

Keywords: Lambert W function, curve-fitting, parameters extraction

PACS: 84.60.Jt, 85.60.Bt, 88.40.H—

* Project supported by the National Golden Sun Demonstration Project (Grant No. 20090718047), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (Grant No. 11D10301).

[†] E-mail: sunyz@dhu.edu.cn