

# (1+1) 维非局域非线性介质的边界对表面孤子的影响\*

赵璨 马学凯 王靖 陆大全 胡巍<sup>†</sup>

(华南师范大学信息光子技术广东省高校重点实验室, 广州 510631)

(2012年9月8日收到; 2012年11月27日收到修改稿)

在非局域非线性介质中, (1+1) 维表面亮孤子进行了研究, 主要考虑了边界对孤子的影响. 首先, 在归一化系统中, 对于给定的边界条件, 求出了表面孤子的解析解, 得到了表面孤子的临界功率和平衡位置. 其次, 在数值模拟中, 发现当样品宽度太小时, 受到边界影响而很难形成表面孤子, 只有当样品宽度足够大时, 边界对孤子的影响可以忽略, 从而形成稳定传输的孤子, 并与解析的结果相似. 此外, 还考虑了在光束偏离平衡位置入射的情况下, 边界对孤子的影响, 发现此时光束在边界附近做周期性震荡, 相当于体介质中双光束相互作用的结果, 两者运动轨迹与震荡周期完全符合.

**关键词:** 非局域非线性, 边界, 样品宽度, 周期震荡**PACS:** 42.65.Tg, 42.65.Jx**DOI:** 10.7498/aps.62.094213

## 1 引言

在非线性光学中, 一束光在非线性介质中传播时, 当光束的衍射效应与自聚焦效应达到平衡时会形成孤子. 近些年来, 非局域非线性介质中孤子的相关性质得到了广泛地关注和研究<sup>[1-7]</sup>. 非局域非线性介质是指介质对光场的非线性响应不仅与该点的光强有关, 还与该点周围的光强有关. 目前发现很多介质都具有这种非局域非线性的特性, 如铅玻璃<sup>[8,9]</sup>、向列液晶<sup>[10-13]</sup>、原子蒸气<sup>[14]</sup>、光折变晶体等介质<sup>[15]</sup>. 非线性响应范围的大小影响着介质非局域性的强弱, 即非线性响应范围越大, 介质的非局域性就越强. 1997年, Snyder和Mitchell提出了在强非局域条件下的非局域非线性模型(S-M模型)<sup>[16]</sup>, 从而使复杂的非线性问题转化为简单的线性问题.

非局域表面孤子发生在线性材料和非局域非线性材料的分界面上, 且在理论和实验中也都已经得到<sup>[17-22]</sup>. 目前在液晶和铅玻璃等介质中, 各种表面孤子已经得到了广泛地研究, 如表面偶极子<sup>[19,23]</sup>、表面涡旋孤子<sup>[19]</sup>、非相干表面孤子<sup>[21]</sup>等,

表面偶极子在介质中的稳定性非常好, 表面涡旋孤子则存在于相位和功率分布都极其不对称的介质中. 此外, 表面孤子的解析解在文献<sup>[24-27]</sup>中也着了一定的研究. 但是, 由于表面孤子是发生在两介质的分界面上的, 边界对表面孤子的影响是不可忽略的, 因此研究边界对表面孤子的影响是非常必要的.

在本文中, 研究铅玻璃中边界对孤子的影响, 由于两介质折射率差足够大, 表面孤子的能量几乎全部存在于非线性介质中, 因此可以假设两介质分界面处的光强为零. 以此出发, 选择了不同的样品宽度, 观察所形成的孤子的稳定性, 以及当选择合适的样品宽度, 光束偏离平衡位置入射时, 观察光束的传输情况, 并和体介质中两高斯光束相互作用<sup>[25,28]</sup>进行了对比.

## 2 表面孤子的理论模型及其解析解

### 2.1 理论模型

我们讨论的(1+1)维铅玻璃模型<sup>[29]</sup>如图1所示. 中间是非局域非线性介质(铅玻璃), 其线性

\* 国家自然科学基金(批准号: 10804033, 11174090)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: huwei@snu.edu.cn

折射率  $n_1 = 1.8$ , 但是由于光强的变化会引起温度变化  $\Delta T$ , 而温度变化则会引起非线性折射率变化  $\Delta n = \beta \Delta T = \beta(T - T_0)$  ( $\beta$  是折射率的导热系数). 在稳态下, 铅玻璃中温度满足热扩散方程<sup>[10]</sup>

$$\kappa \nabla^2 T = -\alpha I, \quad (1)$$

其中  $\kappa$  为热传导系数,  $\alpha$  为热吸收系数. 线性介质(空气)中, 折射率  $n_2 = 1.0$ , 边界处 ( $x = 0$ ) 的温度分布满足  $\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0$ . 线性介质中没有光场分布, 其温度为  $T_0$ , 则  $T|_{x=-d} = T_0$ . 由此可知我们所选模型满足边界条件

$$\left. \frac{\partial(\Delta n)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \Delta n|_{x=-d} = 0. \quad (2)$$

此外, 在傍轴近似下, 一 TE 表面波在非局域非线性介质中 ( $-d \leq x \leq 0$ ) 传输时满足非线性薛定谔方程

$$2ik \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + 2k^2 \left( \frac{\Delta n}{n_1} \right) U = 0, \quad (3)$$

其中波数  $k = n_1 k_0$ ,  $k_0$  为真空中波数,  $\Delta n$  为非线性折射率, 即折射率的改变量, 并远远小于  $n_1$ .

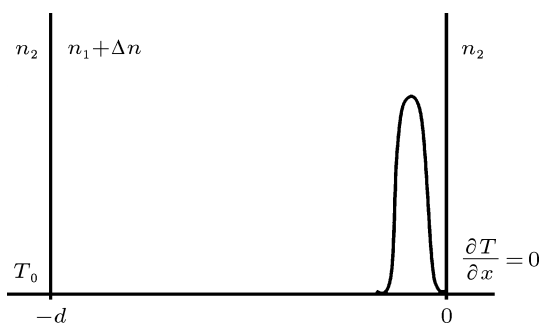


图1 铅玻璃中一维表面孤子模型(其中  $n_1$  和  $n_2$  分别是铅玻璃和空气的线性折射率,  $\Delta n$  是铅玻璃的非线性折射率)

引入归一化参数,

$$X = \frac{x}{W_0}, \quad Z = \frac{z}{kW_0^2}, \quad \psi = \frac{U}{U_0},$$

$$|U_0|^2 = \frac{n_1}{\alpha \beta k^2 W_0^4},$$

对方程 (3) 和 (1) 进行归一化,

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + G \psi = 0, \quad (4)$$

$$\nabla_x^2 G = -|\psi|^2, \quad (5)$$

其中  $W_0$  是束宽,  $U_0$  是振幅的归一化系数,  $G = k^2 W_0^2 \Delta n / n_1$ .

对于我们选定的模型, 两介质折射率  $n_d = 0.8$  是非常大的, 所以在空气中的光场可以忽略, 从而在界面处的光强也是可以忽略的, 从而可得

$$I|_{x=0} = 0, \quad I|_{x=-d} = 0. \quad (6)$$

以上 (2), (6) 式构成表面孤子的边界条件.

## 2.2 解析解

通过文献 [25] 可知表面孤子与体孤子有相同的边界条件, 所以他们有相同的孤子解, 且表面孤子是一阶厄米高斯体孤子的一半, 如图 2 所示. 在 (1+1) 维非局域非线性体介质中 (样品宽度为  $2d$ ), 用一阶厄米高斯函数作为试探解:

$$\psi(x) = a H_1 \left( \frac{x}{W_0} \right) \exp \left( -\frac{x}{2W_0} \right) \exp(ibz), \quad (7)$$

其中  $H_1$  为一阶厄米多项式,  $W_0$  为束宽,  $b$  为传播常数.

一阶厄米高斯光束在  $x = d$  处入射, 由于  $x = d$  处远离边界, 因此此处的光强可视为 0. 则一阶厄米高斯体孤子满足边界条件

$$\psi|_{x=0} = 0, \quad \psi|_{x=2d} = 0, \quad \psi|_{x=d} = 0, \quad (8)$$

$$\Delta n|_{x=0} = 0, \quad \Delta n|_{x=2d} = 0, \quad \left. \frac{\partial(\Delta n)}{\partial x} \right|_{x=d} = 0. \quad (9)$$

将试探解 (7) 代入非线性薛定谔方程 (4), (5) 式, 同时对  $G$  在  $x = d$  处进行泰勒展开

$$G = G(d) + G'(d)(x-d) + \frac{G''(d)}{2!} (x-d)^2 + \dots \approx -\frac{p_0}{4\sqrt{\pi}w} (x-d)^2, \quad (10)$$

则 (5) 式可以化为

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{p_0}{4\sqrt{\pi}w} (x-d)^2 \psi = 0. \quad (11)$$

试探解代入其中, 通过对比系数, 我们可以算出

$$p_c = \frac{2\sqrt{\pi}}{W_0^3}. \quad (12)$$

定义所形成孤子的光强最大位置为孤子的稳定位置, 通过计算, 我们可以得到稳定位置

$$x_s = d - W_0. \quad (13)$$

## 3 样品宽度对表面孤子的影响

前面, 已经求得了表面孤子的解析解, 得到了孤子功率和束宽之间的解析关系 (12) 式, 从该式我

们可以看出, 形成孤子所需的功率只与束宽有关. 但是我们在模拟中却发现, 当改变样品宽度的时候, 对于给定的束宽要形成稳定传输的孤子所对应的

功率会有所不同, 然而从解析的结果我们看出, 无论样品宽度是多少, 对于给定的束宽, 形成稳定孤子时的功率是一定的.

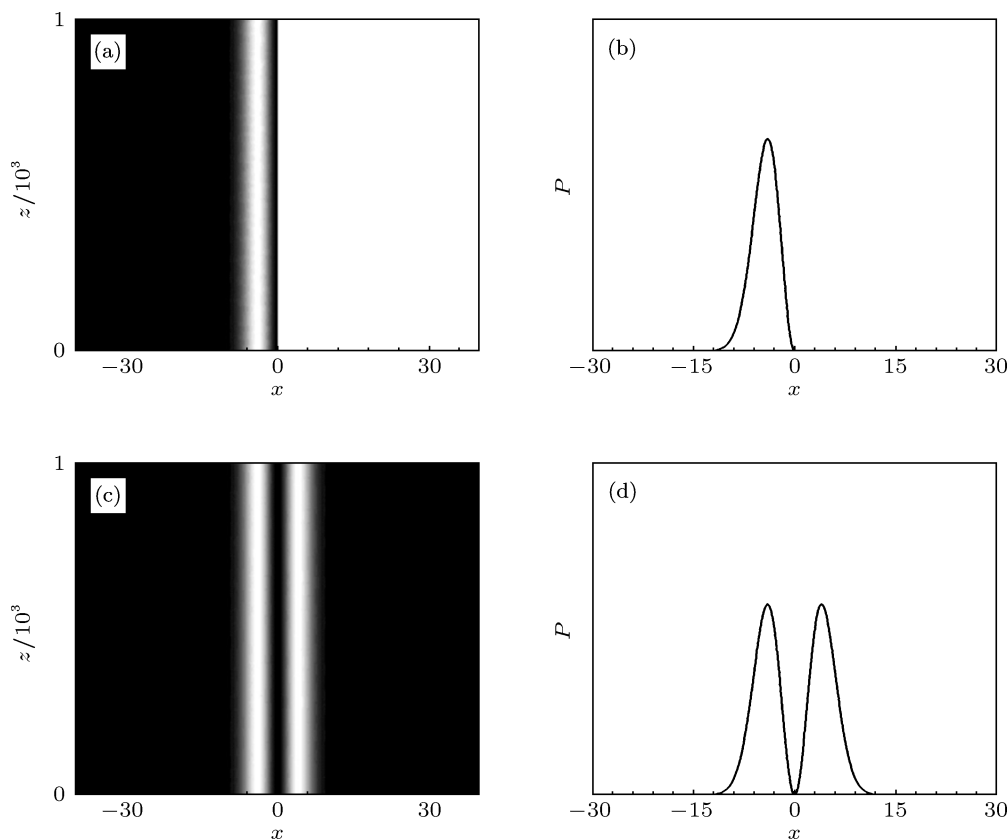


图2 (a) 一维表面孤子; (b) 表面孤子的光强分布; (c) 一阶厄米高斯在体介质中传输; (d) 一阶厄米高斯体介质中光强分布 (束宽都为 4, 表面介质和体介质中样品宽度分别是 6 和 12, 其他条件相同)

在图 3 中, 选取了不同样品宽度所对应的传输情况. 在传输中, 束宽取 4, 通过 (12) 式可以求得孤子功率为  $P = 0.05539$ , 图 3(a), (c), (e) 分别是在功率取 0.05539, 当样品宽度为 10, 15, 25 时的传输图形, 可以很明显地观察到只有 3(e)( $d = 25$ ) 形成了稳定传输的孤子, 而当样品宽度比较小时传输都很杂乱, 如 3(a), (c) 所示. 图 3(b), (d), (f) 分别是在样品宽度为 10, 15, 25 时, 选取不同功率情况下传输最稳定的模拟图, 所对应的功率分别为 0.0064, 0.0282, 0.05616. 我们发现, 当样品宽度太小 (图 3(a), (e)  $d = 10$ ) 时, 很难形成稳定传输的孤子. 对比图 3(c), (e) 和 (d), (f) 可以观察到, 只有当样品宽度足够大时, 解析结果和模拟结果才能很好的符合, 边界对孤子的影响可以忽略 (图 3(e) 和 (f)), 否则两结果相差很大 (图 3(c) 和 (d)), 不能忽略边界对

孤子的影响.

在前面求表面孤子解析解的时候假设样品宽度足够大, 由前面的分析知道, 只有当样品宽度足够大时, 边界对孤子的影响很小, 可以忽略. 图 4(a) 给出了在束宽  $W_0 = 4.0$  时, 孤子稳定传输的功率  $P$  和样品宽度  $d$  之间的关系, 其中实线是由 (12) 式求出的解析结果, 从这条曲线可以看出, 稳定传输的孤子的功率不受样品宽度的影响. 虚线是通过数值模拟得到的孤子稳定传输的功率和样品宽度之间的关系曲线, 从这条曲线发现当样品宽度相对于束宽不太大时, 边界对孤子的影响很大, 是不能忽略的. 通过观察图 4(a) 的虚线还可以发现, 当样品宽度大约大于 25 (约  $6 W_0$ ) 时, 孤子稳定传输的功率基本趋于恒定, 即边界对孤子的影响可以忽略.

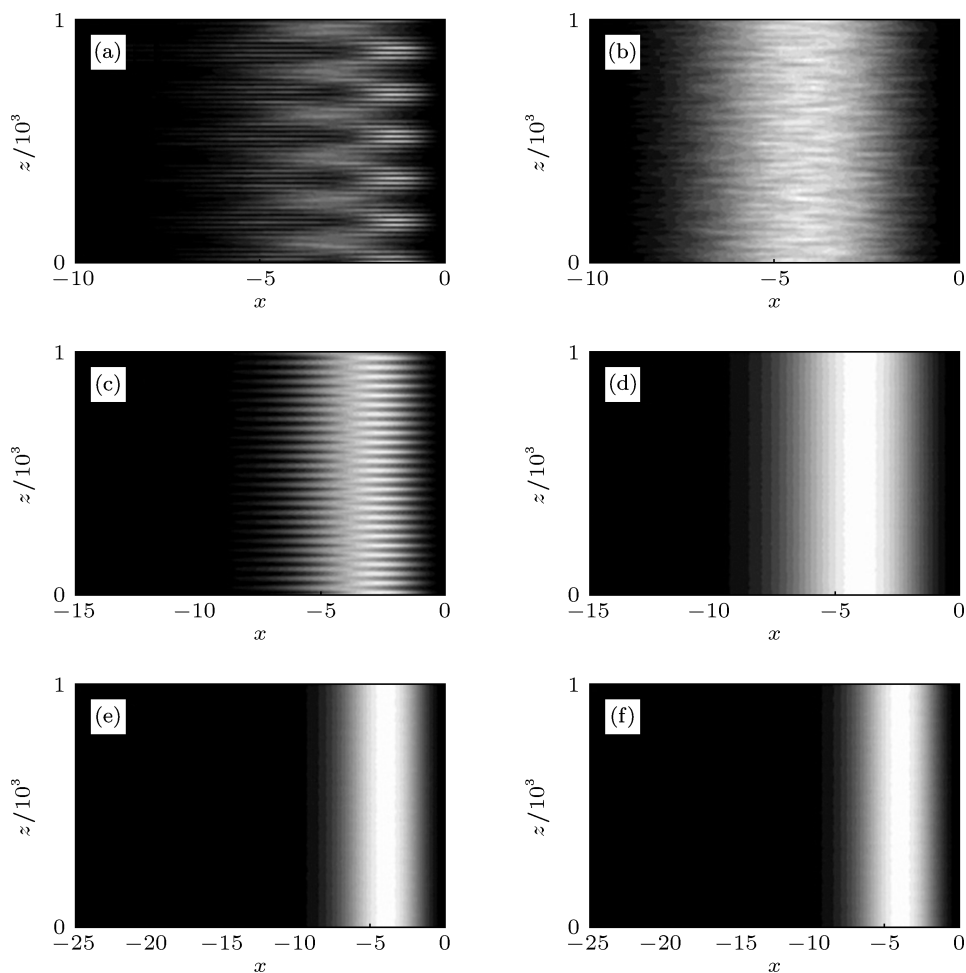


图3 (a), (c), (e) 是在束宽为 4, 功率为 0.05539 时, 样品宽度分别为 10, 15, 25 时的传输图; (b), (d), (f) 是在束宽为 4, 样品宽度分别为 10, 15, 25 时最稳定的传输图, 对应的功率分别为 0.0064, 0.0282, 0.05616. 传输了 1000 个瑞利距离

在图 4(b)—(e) 中我们分别给出了当样品宽度为  $8(2W_0)$ ,  $12(3W_0)$ ,  $24(6W_0)$ ,  $60(25W_0)$  时通过选择合适的功率, 得到的最稳定传输情况下的光强剖面图. 对比图 4(b), (c) 和 (d) 可以发现, 当样品宽度比较小时, 要么无法形成稳定传输的孤子 (图 4(b)), 即便选择合适的功率形成了稳定传输的孤子, 所选的功率和由 (12) 式计算出来的理论功率值存在很大的差异. 这都是由于在样品宽度不够大时, 边界的热效应对孤子传输的影响很大, 无法忽略, 此时, 求解析解的前提便不存在, 求得的解析解在此没有意义. 只有当样品宽度足够大的时候 (图 4(e)) 边界对孤子传输的影响可以忽略不计.

此外, 在图 4(a) 中还发现, 即便当样品宽度足够大时, 模拟中得到的孤子稳定传输的功率值和解

析算出的理论值之间还存在一定的误差, 这是由于我们在求孤子解析解的时候取了泰勒近似 (即 (10) 式), 这个误差额是在可以接受范围内的, 因此我们可以说, 当样品宽度足够大时, 孤子传输不受边界的影响.

#### 4 偏离平衡位置入射

在前面求孤子解析解的过程中, 得到了孤子的平衡位置 (13) 式, 当光束在平衡位置入射时, 可以形成稳定传输的孤子. 现在讨论当光束偏离平衡位置入射时的传输情况.

图 5(a) 和 (c) 中分别给出了光束偏离平衡位置为 8 和 16 的传输情况, 在模拟中我们取束宽为 4, 铅玻璃样品宽度为 60, 相对于束宽足够大. 通过图 5(a) 和 (c) 可以发现, 当光束偏离平衡位置入射时,

将会在介质表面做周期性震荡的运动,且偏离平衡位置越远,周期就越大.这是由于介质表面的热效应对光束的作用而导致的:当光束偏离平衡位置入射时,受介质表面热效应的作用,光束将向介质表面运动,到达介质表面时又会发生反射,如此往返,在介质表面附近做周期性震荡.当光束偏离平衡位置越远时,到达介质表面所用的时间也会越长,因此震荡的周期也会越大.

在实验中<sup>[30]</sup>已经发现,表面介质中光束偏离平衡位置入射的传输情况,相当于体介质中两 $\pi$ 相位光束相互作用的传输情况.在数值模拟中,我们运用有限差分方法对数值进行离散化,得到了体介质中两 $\pi$ 相位光束相互作用的传输情况.图5(b)和(d)分别为体介质中两 $\pi$ 相位光束相距16和32的传输图,将其与5(a)和(c)进行对比,不难发现表面介质中光束偏离平衡位置入射时的传输图刚好是体介质中两相应的 $\pi$ 相位光束相互作用

传输图的一半,此时数值模拟的结果和实验结果一致.

数值模拟中还发现,在体介质中,两 $\pi$ 相位光束相距很近时,周期震荡不是很明显,此时与在表面介质中光束偏离平衡位置入射时的传输情况不能很好地符合,如图6(c)所示,两 $\pi$ 相位光束相距为8,对应表面介质中光束偏离平衡位置为4的情况(图6(a)).这是因为当两 $\pi$ 相位光束相距很近时,它们的光场会有叠加(图6(d)),不能将它们看成是两束独立的光束.通过数值模拟中我们发现当两 $\pi$ 相位光束中心的距离大于 $4W_0$ 时,两 $\pi$ 相位光束的光场没有叠加,互不影响.

根据以上分析,我们得出结论,在表面介质中,当光束偏离平衡入射时,将会在表面附近做周期性震荡,偏离平衡位置越远,周期越大,当偏离平衡位置一定距离( $\geq 2W_0$ )入射时,边界对孤子的影响就相当于体介质中 $\pi$ 相位孤子的相互作用.

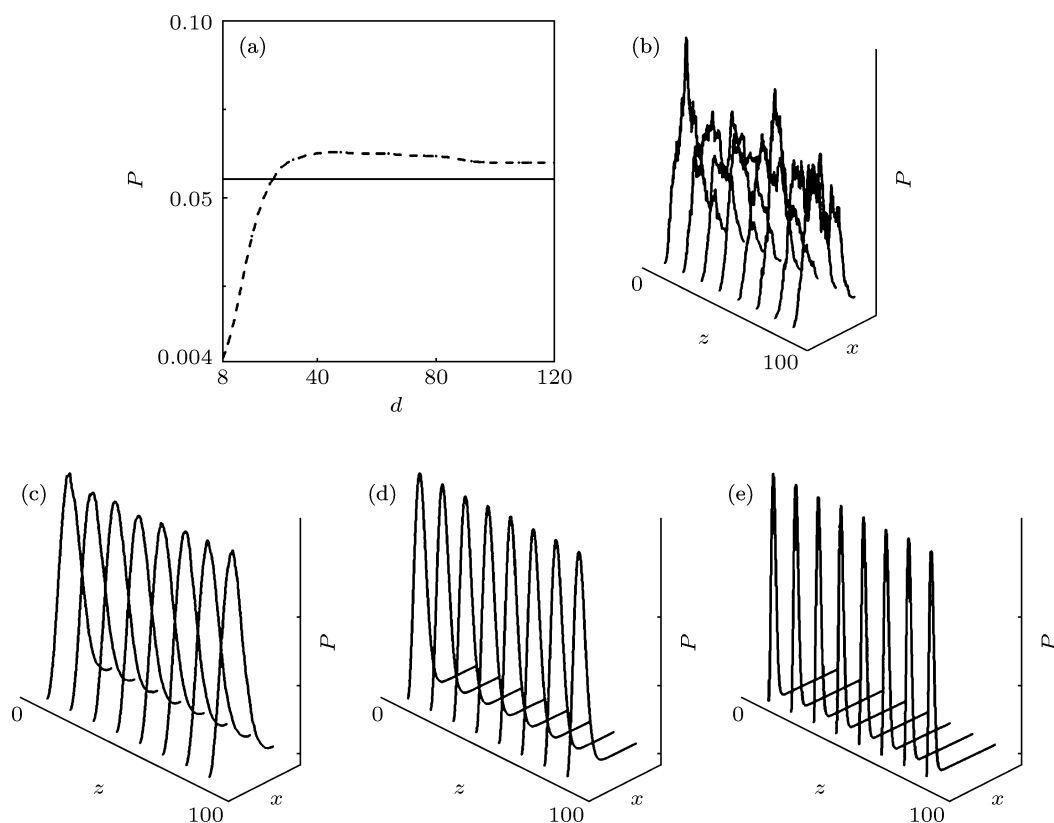


图4 (a) 孤子稳定传输时的功率与样品宽度的关系曲线,实线是解析值,虚线是模拟出来的结果;(b), (c), (d), (e) 是对应样品宽度分别为8, 12, 24, 60时,表面孤子传输的光强剖面图,束宽为4

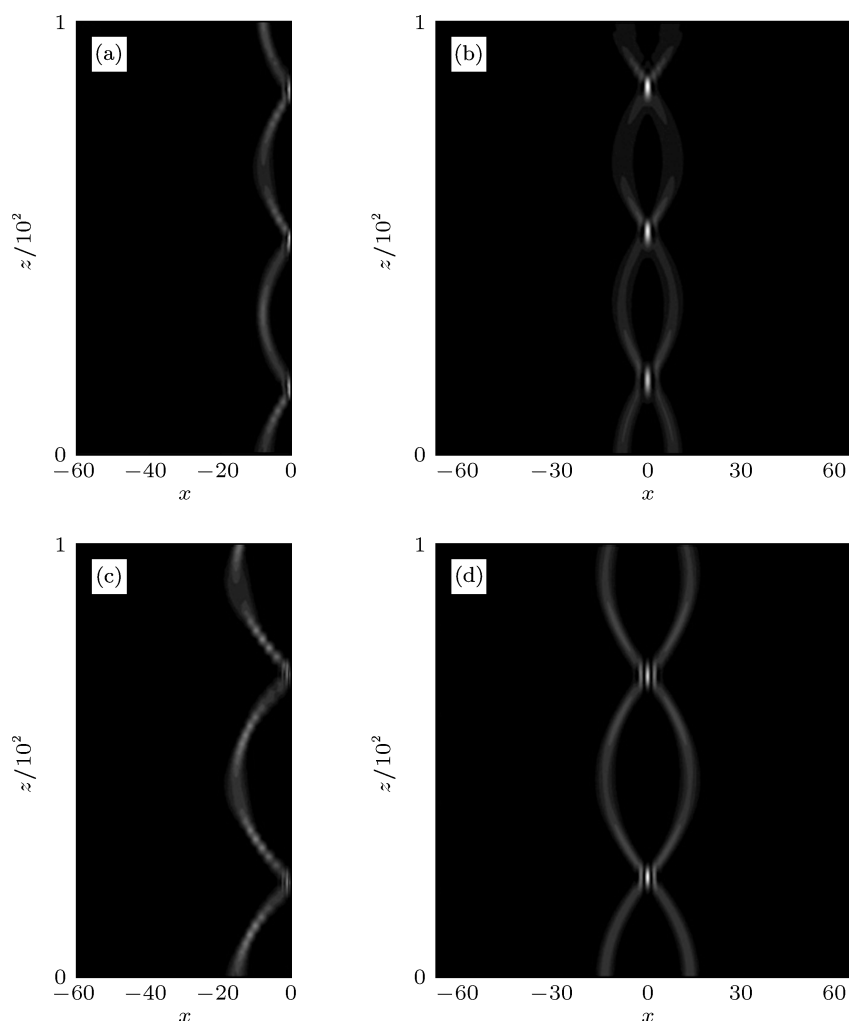


图5 (a), (c) 分别是光束偏离平衡位置 8 和 16 入射时传输图, 所选铅玻璃样品宽度为 60; (b), (d) 分别是体介质中两  $\pi$  相位光束相距 16 和 32 时的相互作用图, 所选铅玻璃样品宽度为 120. 束宽均为 4, 传输了 100 个瑞利距离

## 5 结论

我们在求孤子解析解的时候做了很多理想化处理, 从而忽略了边界对孤子的影响, 为了更好地掌握孤子的相关性质, 本文从样品宽度的选择和偏离平衡位置入射两个方面考虑了边界对孤子的影响. 我们发现当样品宽度相对于束宽不够大时, 在理论解析的功率下很难形成稳定的孤子, 只有当样

品宽度足够大时, 边界对孤子的影响可以忽略. 其次, 当光束偏离平衡位置入射时, 由于边界的作用, 将不会形成稳定传输的孤子, 而是在表面附近做周期震荡, 相当于体介质中两  $\pi$  相位光束相互作用的结果. 我们这些都是在 (1+1) 维铅玻璃介质中进行的研究, 给 (1+2) 维边界的研究提供了一定的参考, 同时结合解析解讨论边界的影响, 进一步了解了表面孤子的相关性质.

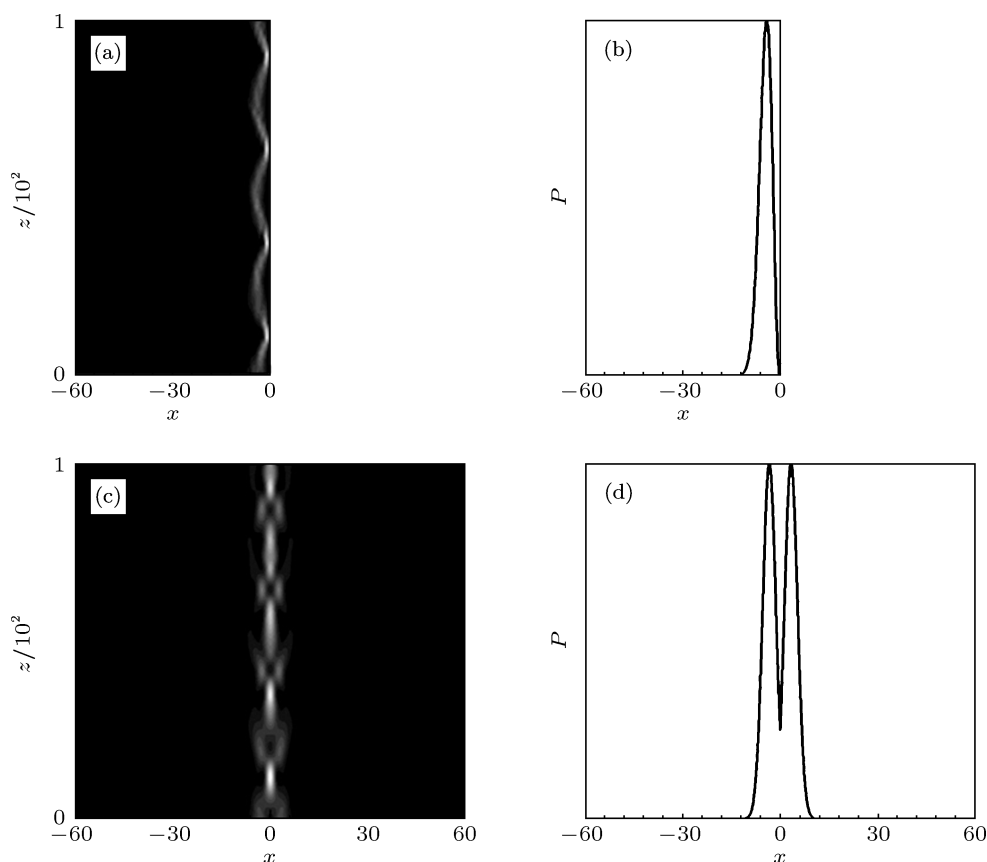


图 6 (a), (b) 分别是表面介质中光束偏离平衡位置为 4 时的传输图和光强分布图, 样品宽度为 60; (c), (d) 分别是体介质中两光束中心相距 8 时的传输图和光强分布图, 样品宽度为 120. 束宽均为 4

- [1] Guo Q Luo B Yi F H, Chi S, Xie Y Q 2004 *Phys. Rev. E* **69** 016602
- [2] Zheng Y J, Xuan W T, Lu D Q, OuYang S G, Hu W, Guo Q 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1075 (in Chinese) [郑亚建, 宣文涛, 陆大全, 欧阳世根, 胡巍, 郭旗 2010 物理学报 **59** 1075]
- [3] Jiang Q, Shou Q, Zheng Y J, Liang Y B, Hu W, Guo Q 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 0329 (in Chinese) [江群, 寿倩, 郑亚健, 梁炎斌, 胡巍, 郭旗 2010 物理学报 **59** 0329]
- [4] Liang Y B, Zheng Y J, Yang P B, Cao L G, Lu D Q, Hu W, Guo Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5690 (in Chinese) [梁炎斌, 郑亚建, 杨平保, 曹龙贵, 陆大全, 胡巍, 郭旗 2008 物理学报 **57** 5690]
- [5] Chen L X, Lu D Q, Hu W, Yang Z J, Cao W W, Zheng R, Guo Q 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 327 (in Chinese) [陈利霞, 陆大全, 胡巍, 杨振军, 曹伟文, 郑睿, 郭旗 2010 物理学报 **59** 327]
- [6] Yang Z J, Li S H, Lu D Q, Hu W 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 4707 (in Chinese) [杨振军, 李少华, 陆大全, 胡巍 2010 物理学报 **59** 4707]
- [7] Yang Z J, Lu D Q, Hu W, Zheng Y Z, Gao X H 2010 *Chin. Phys. B* **19** 124212
- [8] Rotschild C, Segev M, Xu Z, Kartashov Y V, Torner L Cohen 2006 *Opt. Lett.* **31** 3312
- [9] Rotschild C, Cohen O, Manela O, Segev M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 213904
- [10] Conti C, Peccianti M, Assanto G 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 113902
- [11] Hu W, Zhang T, Guo Q, Li X, Lan S 2006 *Appl. Phys. Lett.* **89** 07111
- [12] Peccianti M, Brzdkiewicz K A, Assanto G 2002 *Opt. Lett.* **27** 1460
- [13] Conti C, Peccianti M, Assanto G 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 073901
- [14] Skupin S, Saffman M, Krolikowski W 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 263902
- [15] Mitchell M, Segev M, and Christodoulides D N 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 4657
- [16] Snyder A W, Mitchell D J 1997 *Science* **276** 1538
- [17] Alfassi B, Rotschild C, Manela O, Segev M, Christodoulides D N 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 213901
- [18] Kartashov Y V, Vysloukh V A, Torner L 2009 *Opt. Lett.* **34** 283
- [19] Kartashov F, Ye Y V, Torner L 2008 *Phys. Rev. A* **77** 033829
- [20] Kartashov Y V, Vysloukh V A, Torner L 2007 *Opt. Express* **15** 16216
- [21] Alfassi B, Rotschild C, Segev M 2009 *Phys. Rev. A* **80** 041808
- [22] Kartashov Y V, Vysloukh V A, Torner L 2008 *Opt. Lett.* **33** 506
- [23] Kartashov Y V, Vysloukh V A, Torner L 2009 *Opt. Lett.* **34** 283
- [24] Ma X K, Yang Z J, Lu D Q, Guo Q, Hu W 2011 *Phys. Rev. A* **83** 033829
- [25] Yang Z J, Ma X K, Lu D Q, Zheng Y Z, Gao X H, Hu W 2011 *Opt. Express* 4890-4899
- [26] Peng H Q, Ma X K, Lu D Q, Hu W 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 184211 (in Chinese) [彭虎庆, 马学凯, 陆大全, 胡巍 2012 物理学报 **61** 184211]
- [27] Cai S Y, Mei L, Peng H Q, Lu D Q, Hu W 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 154211 (in Chinese) [蔡善勇, 梅磊, 彭虎庆, 陆大全, 胡巍 2012 物理

- 学报 61 154211]
- [28] Gao X H, Yang Z J, Zhou L H, Zheng Y Z, Lu D Q, Hu W 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 084213 (in Chinese) [高星辉, 杨振军, 周罗红, 郑一周, 陆大全, 胡巍 2011 物理学报 **60** 084213]
- [29] Alfassi B, Rotschild C, Manela O, Segev M, Christodoulides D N 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 213901
- [30] Shou Q, Liang Y B, Jiang Q, Zheng Y J, Lan S, Hu W, Guo Q 2009 *Opt. Lett.* **34** 3523

# Impact of boundary on the surface soliton in (1+1)-dimensional nonlocal nonlinear media\*

Zhao Can Ma Xue-Kai Wang Jing Lu Da-Quan Hu Wei<sup>†</sup>

(Laboratory of Photonic Information Technology, South China Normal University, Guangzhou 510631, China)

(Received 8 September 2012; revised manuscript received 27 November 2012)

## Abstract

In this paper, the impacts of boundary on the surface bright soliton in (1+1)-dimensional nonlocal nonlinear media are investigated. First the solution of the surface soliton under the given boundary conditions in a normalized system is derived, and then, the critical power and the balance position of the surface soliton are obtained. Next, in the numerical simulation, due to the impact of boundary, it is difficult to form stable solitons when the width of the sample is too small. And the impact of the boundary on the soliton can be ignored only if the width of the sample is large enough; then the stable soliton can exist, which is similar to the analytical results. In addition, the impact of the boundary on the surface soliton when beams do not input from its equilibrium position is also investigated. In this case, the beam will propagate oscillating periodically about the stationary position, which is equivalent to the interaction of two out-of-phase solitons in nonlocal bulk media. Both the oscillating trajectory and period dovetail coincide nicely with each other.

**Keywords:** nonlocal nonlinear, boundary width of the sample, oscillating periodically

**PACS:** 42.65.Tg, 42.65.Jx

**DOI:** 10.7498/aps.62.094213

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10804033, 11174090).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: huwei@scnu.edu.cn