

含电磁式电压互感器的铁磁混沌电路的分析研究*

庞霞[†] 刘崇新

(电力设备电气绝缘国家重点实验室, 西安 710049)

(西安交通大学电气工程学院, 西安 710049)

(2013年2月28日收到; 2013年4月17日收到修改稿)

本文对实际变电站进行抽象简化, 得到了一个含单相电磁式电压互感器的三阶非自治电路, 由于激励是周期性的正弦函数, 增加一个时间维, 得到一个四阶自治电路. 经过理论分析与仿真研究, 结果表明该电路系统中确实存在铁磁混沌, 并得出电磁式电压互感器铁芯励磁特性是影响该电路混沌动力学行为的重要因素的结论.

关键词: 铁磁混沌, 励磁特性, 非线性

PACS: 05.45.-a, 05.45.Pq

DOI: 10.7498/aps.62.150504

1 引言

混沌现象是非线性动力学系统中普遍存在而且极其复杂的现象. 混沌运动具有如下的几何和统计特征: 对初值敏感, 轨道永不重复, 无限自相似结构, 连续功率谱, 奇怪吸引子, 分数维数, 正的 Lyapunov 指数等. 在确定的电路中, 只有在参数具有一定条件时才可能发生混沌. 国外对混沌和电力系统的非线性引起的混沌研究较早. 近年来, 应用混沌理论分析 RLC 电路^[1-4]和电力系统的非线性问题^[5-13]已经引起人们的高度重视并展开广泛的研究.

电力系统是一个典型的非线性系统, 它的动态行为包含复杂的非线性. 输变电系统中含有大量感性和容性元件, 它们组成极其复杂的网络, 在某些条件下可能发生振荡. 中性点不接地的 10 kV 系统中, 由于运行成本和设备制造技术等原因, 仍然采用电磁式电压互感器 (PT), 安装于变电站母线上, 用于监测母线电压以及供给保护等装置使用. 10 kV 系统中由于 PT 饱和引起的铁磁谐振过电压是威胁电力系统运行的重要因素. 据不完全统计, 1996—1998 年间广西玉林供电局 10—35 kV 配电

网多次发生 PT 引起的谐振过电压, 10 kV 系统因为铁磁谐振烧断 PT 高压熔断器 14 次^[14]. 青岛供电局的海泊河、四流南路、娄山、台东、大洪等变电站从 1998 年夏至 2000 年, 曾出现 10 kV 开关柜内 PT 烧毁, PT 高压熔断器熔断, 导致无法监测到 10 kV 母线的电压^[15]. 2002 年 3 月, 滴道变电站发生 PT 一次保险频繁熔断的现象^[16]. 因此研究 PT 引起的铁磁振荡有重要的理论和实际意义.

PT 可看作是一个非线性电感, 在某些操作引发的暂态过程中, PT 励磁饱和, 与对地电容组成振荡回路, 发生铁磁谐振. 以往人们的认识主要集中在电压互感器铁芯磁通饱和后引起的周期性振荡, 实际上在周期性铁磁谐振状态外, 也可能会发生非周期的混沌振荡. 本文将研究分析 10 kV 变电站中由于 PT 的非线性引起的混沌振荡行为.

2 系统建模

为简化模型, 我们取单相建模, 电路见图 1. 母线视为 π 形等值电路, PT 由非线性电感 L 描述, 电容 C_1, C_2 是单相母线对地电容. 电容 C_1, C_2 和电阻 R_1, R_2 均为线性元件, 电源电压为正弦函数 $u(t) = U_m \sin \omega t$.

* 国家自然科学基金 (批准号: 51177117)、高等学校博士学科点专项科研基金 (批准号: 20100201110023) 和国家自然科学基金 — 创新研究群体科学基金 (批准号: 51221005) 资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: pxsunny@sina.cn liucx@mail.xjtu.edu.cn

PT 等效为一个磁通控制的非线性电感, 其励磁特性由奇次方多项式拟合:

$$i = a\psi^n + b\psi, \quad (1)$$

$a\psi^n$ 代表磁化曲线的非线性部分, $b\psi$ 代表磁化曲线的线性部分. 系数 b 代表磁化曲线的初始斜率, 指数 n 表示磁化曲线通过拐点以后的弯曲程度. 不同指数时 ψ - i 曲线如图 2 所示. 图 2 中横坐标 x 代表磁通链 ψ , 纵坐标 y 为流过非线性电感的电流 i . 随着 n 越大, ψ - i 曲线越趋于平坦, 电压互感器的铁芯越容易饱和.

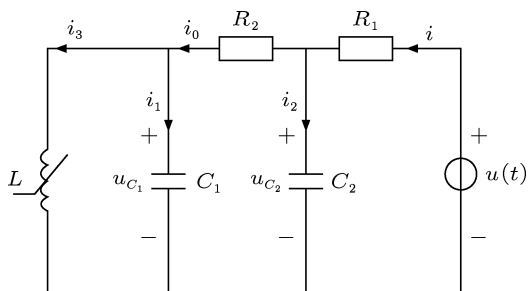


图 1 系统电路图

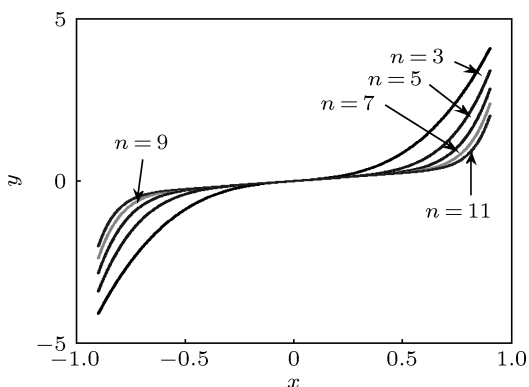


图 2 不同指数时非线性电感 L 的 ψ - i 曲线

以往研究中, ψ - i 曲线的系数和指数的取值没有统一标准. 文献 [6] 取 $n = 3, a = 1, b = 1$; 文献 [8] 取 $a = 0.0076, b = 0.0030$ 和 $a = 0.0044, b = 0.0029$ 两组数据, $n = 11$; 文献 [10] 取 $a = 0.072, b = 0.028, n = 11$; 文献 [17] 取 $a = 0.41, b = 3.42, n = 7$; 文献 [18] 取 $a = 0.0072, b = 0.0028, n = 11$. 指数对磁化曲线的精确描述直接影响铁磁谐振的研究, 因此有必要对指数 n 的取值进行系统研究.

以非线性电感的磁通链 ψ 、电容电压 u_{C1} 和 u_{C2} 作为状态变量, 对图 1 电路应用基尔霍夫电流定律和基尔霍夫电压定律得到微分方程组

$$\frac{d\psi}{dt} = u_{C1},$$

$$\begin{aligned} C_1 \frac{du_{C1}}{dt} &= \frac{u_{C2} - u_{C1}}{R_2} - (a\psi^n + b\psi), \\ C_2 \frac{du_{C2}}{dt} &= \frac{u(t) - u_{C2}}{R_1} - \frac{u_{C2} - u_{C1}}{R_2}. \end{aligned} \quad (2)$$

为化简方程组, 令 $\omega t = \tau, dt = \frac{1}{\omega} d\tau$ 对系统进行归一化处理, 再令 $x = \psi, y = u_{C1}/\omega, z = u_{C2}/\omega, \alpha = 1/(\omega C_1 R_2), \beta = 1/(\omega C_2 R_2), \zeta = 1/(\omega^2 C_1), \eta = 1/(\omega C_2 R_1), F = U_m/(\omega^2 C_2 R_1), \mu = \beta + \eta$, 可得到一个三阶非自治系统的微分方程

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= y, \\ \frac{dy}{dt} &= \alpha(z - y) - \zeta(ax^n + bx), \\ \frac{dz}{dt} &= \beta y - \mu z + F \sin t. \end{aligned} \quad (3)$$

当激励 $F \sin t = 0$ 时, 该系统为三阶自治系统. 为求其平衡点, 令

$$\begin{aligned} y &= 0; \\ \alpha(z - y) - \zeta(ax^n + bx) &= 0; \\ \beta y - \mu z &= 0. \end{aligned}$$

由于 (x, y, z) 有实际物理意义, 不能为虚数, 求得唯一的实平衡点 $P(0, 0, 0)$. 对于平衡点 $P(0, 0, 0)$, $a = 7.2 \times 10^{-3}, b = 2.8 \times 10^{-3}$, 其 Jacobi 矩阵为

$$\begin{aligned} J &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -0.65(anx^{n-1} + b) & -0.25 & 0.25 \\ 0 & 0.13 & -0.78 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -0.0018 & -0.25 & 0.25 \\ 0 & 0.13 & -0.78 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

相应的特征根为 $\lambda_1 = -0.0091, \lambda_2 = -0.1856, \lambda_3 = -0.8353$, 其特征根均为负值, 可见 $P(0, 0, 0)$ 是一个稳定的平衡点. 根据 Melnikov 定理, 要使该系统产生混沌振荡, 必须外加一个随时间周期性变化的激励源, 使该系统变成一个非线性的三阶非自治系统. 当激励 $F \sin t$ 不为零时, 方程 (3) 是一个具有外加激励的三阶非自治系统. 由于激励 $F \sin t$ 为周期函数, 增加时间维 $\theta = t + k$ (k 为一常数), 可得一个四阶自治系统

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= y, \quad \frac{dy}{dt} = \alpha(z - y) - \zeta(ax^n + bx), \\ \frac{dz}{dt} &= \beta y - \mu z + F \sin t, \quad \frac{d\theta}{dt} = 1. \end{aligned} \quad (4)$$

该电路系统在一定的参数条件下,当激励 F (电源幅值) 达到一定值时,系统出现混沌振荡^[3,5,6].数值仿真结果表明,当该非线性系统处于混沌振荡时,系统平面相图表现为奇怪吸引子.输出电压 (y 或 z) 的时域波形是非周期的.混沌振荡输出的频谱在一定范围内表现为连续谱.发生混沌振荡时李雅普诺夫指数存在一个正值.

3 仿真与讨论

分岔图、庞加莱映射和相图是区别不同运动

行为的三个主要特征, Lyapunov 指数用来判别混沌振荡和稳定状态. 本文采用 MATLAB 软件调用四阶龙格 - 库塔函数解四阶非线性微分方程 (4). 系数 $\zeta = 0.65$, $\alpha = 0.25$, $\beta = 0.13$, $\eta = 0.65$, $C_1 = 1.56 \times 10^{-5} \text{ F}$, $C_2 = 3 \times 10^{-5} \text{ F}$, $R_1 = 163.3 \Omega$, $R_2 = 816.6 \Omega$. 非线性电感的系数 $a = 7.2 \times 10^{-3}$, $b = 2.8 \times 10^{-3}$, 初值为 $(0,0,0,0)$. 当指数 n 分别取 3,5,7,9,11 时,作出系统的分岔图 (图 3) 和 Lyapunov 指数谱 (图 4), 研究系统随激励 F 变化的运动状态.

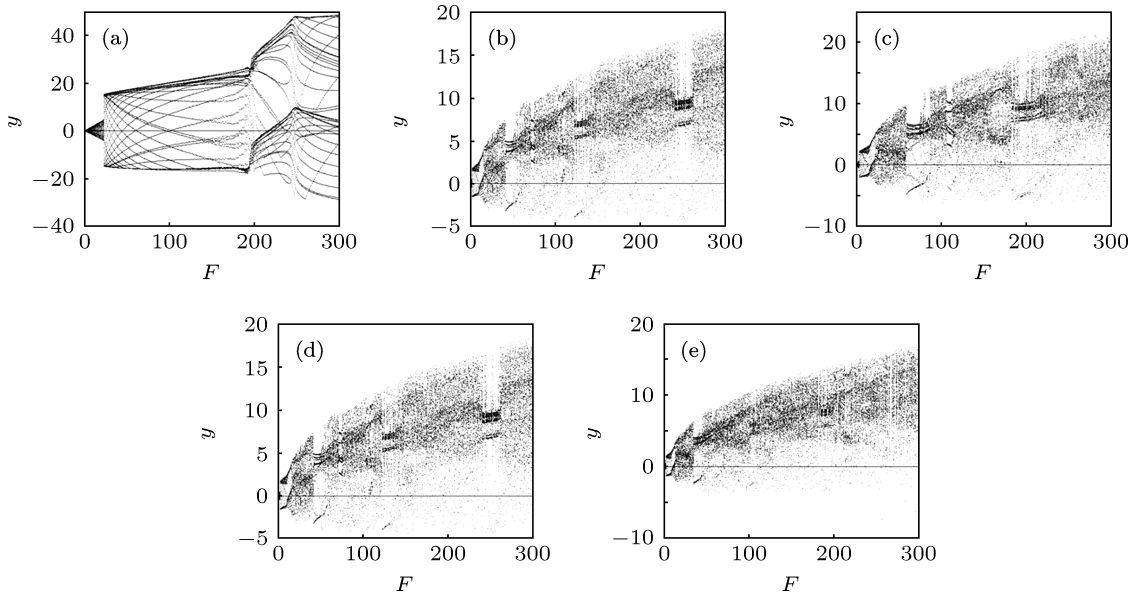


图 3 不同指数下系统的分岔图 (a) $n = 3$; (b) $n = 5$; (c) $n = 7$; (d) $n = 9$; (e) $n = 11$

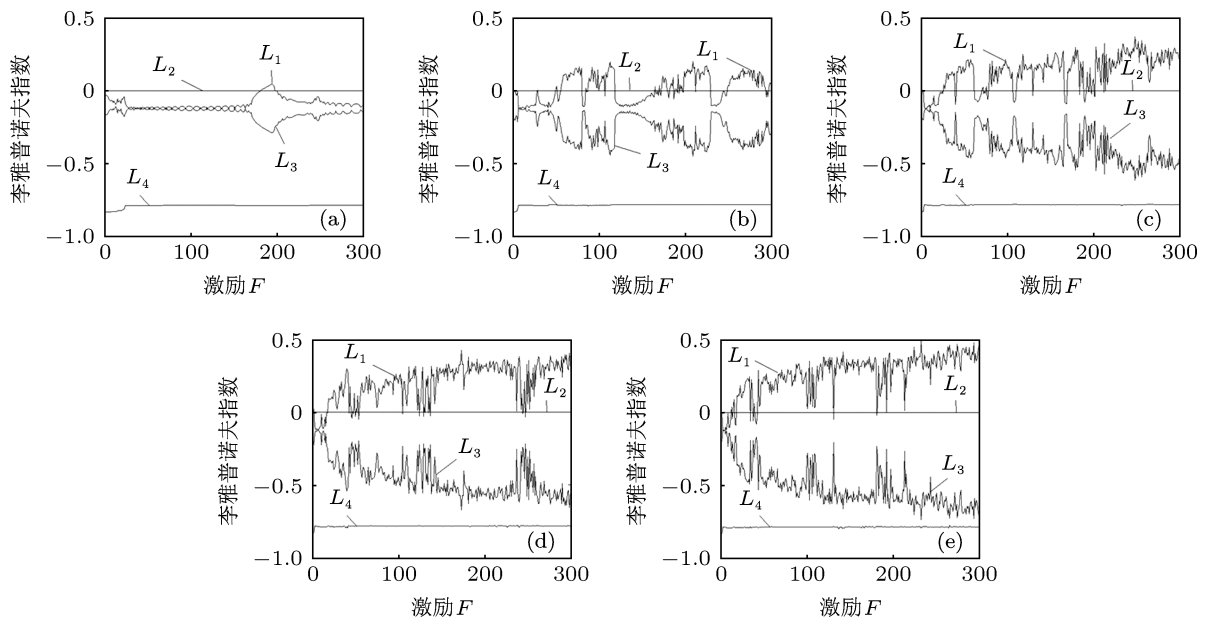


图 4 不同指数 n 下系统的 Lyapunov 指数谱 (a) $n = 3$; (b) $n = 5$; (c) $n = 7$; (d) $n = 9$; (e) $n = 11$

随着指数 n 的变化, 系统随电源电压激励变化的分岔图也不同. 指数 n 越大, 系统的混沌区域越大. $n = 3$ 时, 激励在 $F = 195$ 附近很小范围内系统处于混沌状态; $n = 5$ 时系统处于混沌状态的激励区域变大; 而当 $n = 9$ 和 11 时, 系统几乎全部处于混沌状态. 由此得出结论: 对于同一个电路系统, 当非线性电感励磁特性不同时, 系统的特征也随之发生变化. 这是因为指数 n 越大, PT 的非线性特征越明显, 在较小的电源激励下, PT 饱和. 故 PT 的非线性励磁特性是影响铁磁混沌的重要因素.

指数 n 不同时, 系统随 F 变化的 Lyapunov 指数谱也明显不同. 该四阶自治系统有四个 Lyapunov 指数, 其中 L_1 时正时负, L_2 恒为零, L_3 和 L_4 恒为负值. 正的 Lyapunov 指数说明系统轨道在相空间扩张, 而负的 Lyapunov 指数说明系统轨道在相空间收缩. 系统的 Lyapunov 指数存在正值时, 系统会发生混沌. 当 $n = 3$ 时, 只有在 $F = 195$ 附近的小范围内 Lyapunov 指数出现正值. 例如 $F = 194$ 时, $L_1 = 0.0455, L_2 = 0, L_3 = -0.2877, L_4 = -0.7878$, 系统出现混沌; $n = 5$ 时出现正 Lyapunov 指数的 F 的范围变大; 而当 $n = 7, 9, 11$ 时, F 在很大的范围内系统的 Lyapunov 指数存在正值. 当 Lyapunov 指数为正值时, 系统处于混沌状态. 由 Lyapunov 指数得出的结论与分岔图得出的结论基本一致. 其理论依据是 n 越大, PT 励磁特性呈现明显的非线性, 在较低的激励电压下, 流过较小的电流, PT 也会饱和, 会发生铁磁混沌现象.

为进一步研究图 1 所示电路的混沌动力学行为, 使用 MATLAB 软件作出其在不同的激励 F 和指数 n 时的平面相图、时域波形图、频谱图和庞加莱映射图.

图 5 为激励 $F = 20$, 指数 $n = 5$ 时系统的平面相图和时域波形图. 平面相图为一个极限环, 波形虽然不是正弦函数, 但依然呈现一定的周期性, 此时系统是稳定的. 而 $F = 200, n = 5$ 的相图和波形图见图 6(a) 和 (b), 此时 $x-y(\psi-U_{C_1})$ 平面的轨道表现为奇怪吸引子, 时域波形图也呈现明显的非周期性, 系统中发生混沌振荡. 进一步, 图 6(c) 所示系统的庞加莱映射为杂乱无章的点的集合. 系统发生混沌振荡这一结论与上述由分岔图和 Lyapunov 指数得出的结论一致. 这是由于激励 F 增大, 流过 PT 的电流增大, PT 饱和, 出现混沌振荡.

图 7 中 $F = 200, n = 7$ 时系统也发生了混沌振

荡. 轨道在 $x-y(\psi-U_{C_1})$ 平面压缩折叠形成奇怪吸引子, 庞加莱映射为杂乱无序的点, 频谱连续.

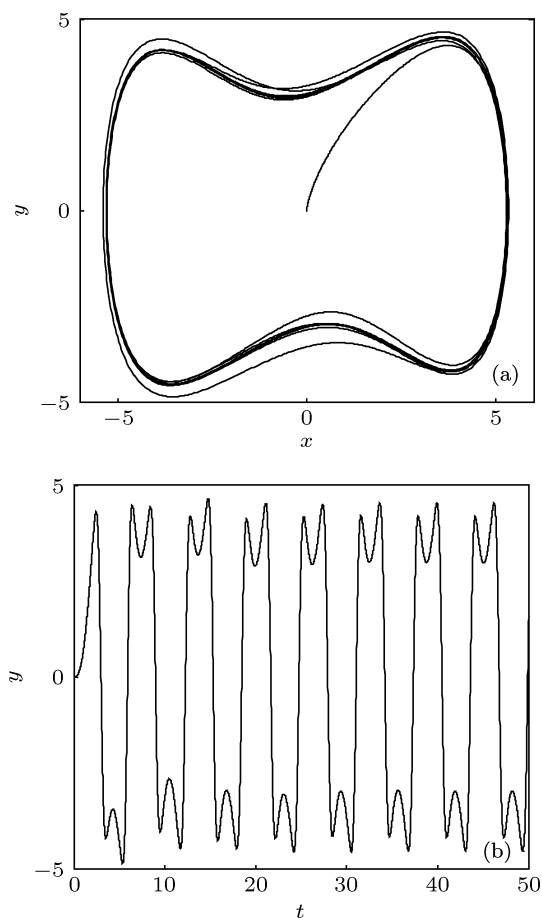


图 5 $F = 20, n = 5$ (a) $\psi-U_{C_1}$ 平面相图; (b) $u_{C_1}(t)$ 时域波形图

4 结论

电力系统是一个典型的非线性系统, 且其中含有大量的感性和容性元件, 它们组成复杂的网络, 在某些操作引起的暂态过程中可能发生振荡. 本文主要研究了电磁式电压互感器 (PT) 的非线性励磁特性对铁磁混沌的影响. 通过对变电站进行简化建模得到一个含电压互感器的 RLC 电路. 根据基尔霍夫电路定律得到状态方程组, 经过理论分析和计算机仿真, 得出 PT 在不同励磁特性下系统 $\psi-U_{C_1}$ 平面的奇怪吸引子相图、时域波形图、频谱图、庞加莱映射以及系统随激励 F 变化的分岔图和 Lyapunov 指数谱, 证明了该电路系统确实存在混沌振荡. 通过对系统分岔图和 Lyapunov 指数谱的研究可知, 对于相同的激励值 F , 电压互感器的励磁特性 (n 值) 不同, 系统的振荡情况不同. 由此得

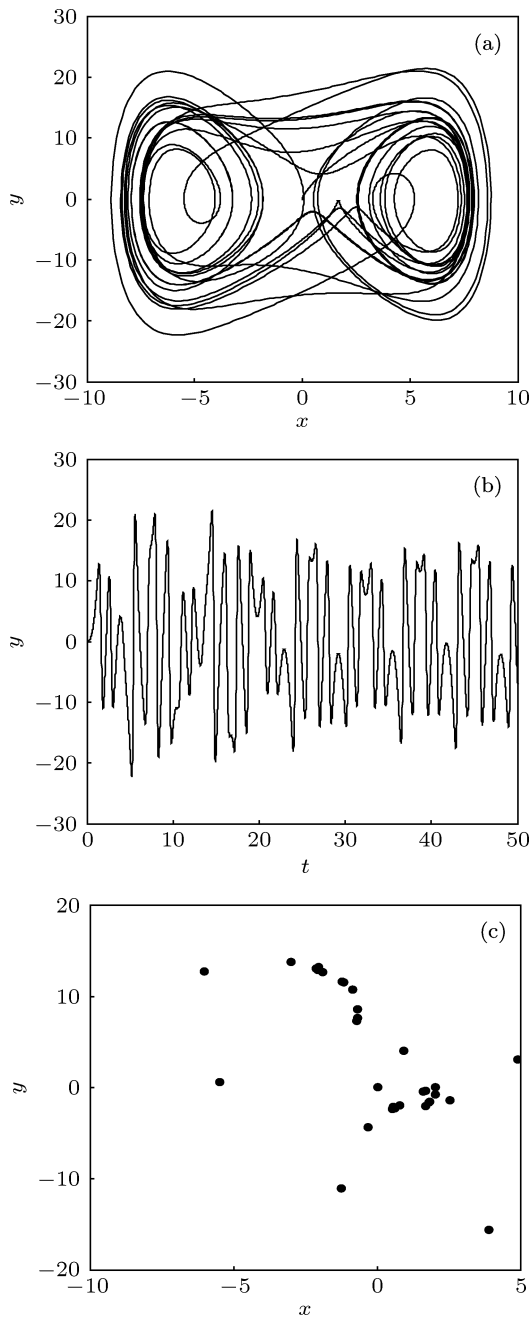


图6 $F = 200, n = 5$ (a) $\psi-U_{C_1}$ 平面相图; (b) $u_{C_1}(t)$ 时域波形图; (c) 庞加莱映射

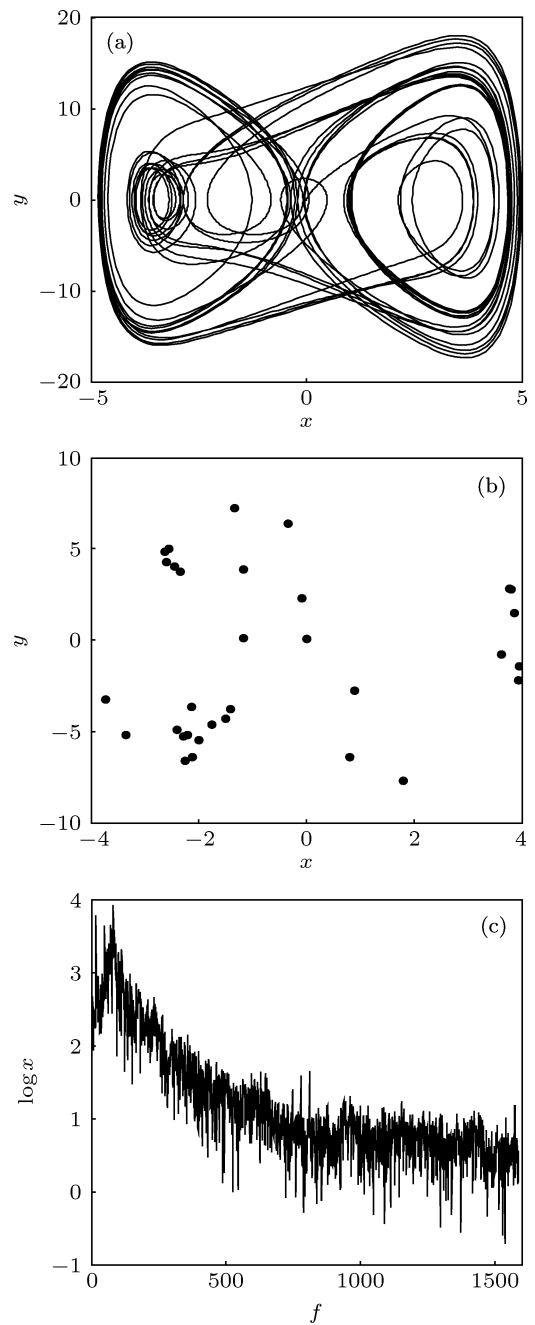


图7 $F = 200, n = 7$ (a) $\psi-U_{C_1}$ 平面相图; (b) 庞加莱映射; (c) u_{C_1} 频谱图

出: 电压互感器的非线性励磁特性是影响铁磁混沌振荡的重要因素. 因此, 在工程实际中应选择励磁

特性较好的电压互感器, 尽量避免铁磁混沌振荡以保证电力系统安全稳定运行.

[1] Feng Y L, Shen K 2008 *Chin. Phys. B* **17** 0111
 [2] Liu C X, Jin L, Shao H W 2003 *Journal of Circuits and Systems* **8** 100 (in Chinese) [刘崇新, 金黎, 邵红卫 2003 电路与系统学报 **8** 100]
 [3] Yu S M, Lin Q H, Qiu S S 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2084 (in Chinese) [禹思敏, 林清华, 丘水生 2004 物理学报 **53** 2084]
 [4] Wang F Q, Liu C X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5061 (in Chinese) [王发

强, 刘崇新 2006 物理学报 **55** 5061]
 [5] Hui M, Zhang Y B, Liu C H 2008 *Chin. Phys. B* **17** 3258
 [6] Liu C X, Zhai D Q, Dong Z H, Liu Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3733 (in Chinese) [刘崇新, 翟笃庆, 董子晗, 刘尧 2010 物理学报 **59** 3733]
 [7] Liu F, Sun C X, Si-ma W X, Dai Y, Yang Q 2006 *Transactions of China Electrotechnical Society* **21** 103 (in Chinese) [刘凡, 孙才新, 司马文

- 霞, 代姚, 杨庆 2006 电工技术学报 **21** 103]
- [8] Hui M, Liu C X 2010 *Chin. Phys. B* **19** 120509
- [9] Gholizadeh H, Hassannia A, Azarfar A 2013 *Chin. Phys. B* **22** 010503
- [10] Marti J R, Soudack A C 1991 *IEE Proc-C* **138** 321
- [11] Zahawi B A T Al, Emin Z, Tong Y K 1998 *IEE Proc-Sci. Meas Technol* **145** 39
- [12] Kieny C 1991 *IEEE Trans. Power Delivery* **6** 866
- [13] Liu F, Sun C X, Si-Ma W X 2006 *Phys. Lett. A* **357** 218
- [14] Xie W S, Lu T C, Sun J Z 2002 *Guangxi Electric Power* **25** 24 (in Chinese) [谢伟山, 鲁铁成, 孙结中 2002 广西电力 **25** 24]
- [15] Cui X 2001 *Shandong Electric Power* **21** 52 (in Chinese) [崔潇 2001 山东电力技术 **21** 52]
- [16] Wang Y F, Kong D J, Wang Z B 2005 *Qinghai Electric Power* **24** 39 (in Chinese) [王艳芬, 孔德杰, 王占彬 2005 青海电力 **24** 39]
- [17] Emin Z, Zahawi B A T Al, Tong Y K, Ugur M 2001 *IEEE Trans. Circuits and Systems* **48** 757
- [18] Aroujo A E A, Soudack A C, Marti J R 1993 *IEE Proc-C* **140** 237

Analysis of ferromagnetic chaotic circuit with nonlinear potential transformer*

Pang Xia[†] Liu Chong-Xin

(State Key Laboratory of Electrical Insulation and Power Equipment, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

(School of Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

(Received 28 February 2013; revised manuscript received 17 April 2013)

Abstract

By simplifying a substation, a third-order non-autonomous ferromagnetic circuit with single-phase potential transformer has been obtained. Since the voltage is a sine function, by adding a time dimension to the circuit, it becomes a fourth-order autonomous circuit, and some simulation analysis is carried out on it. Studies show the existence of chaotic dynamical behavior in the circuit system, so that we can draw the conclusion that the excitation characteristic of the core has an important influence on the chaotic dynamical behavior of the circuit.

Keywords: ferromagnetic chaos, excitation characteristic, nonlinear

PACS: 05.45.-a, 05.45.Pq

DOI: 10.7498/aps.62.150504

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51177117), the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20100201110023), and the Science Fund for Creative Research Groups of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51221005).

[†] Corresponding author. E-mail: pxsunny@sina.cn liucx@mail.xjtu.edu.cn